

UMUMIY O'RTA TA'LIM MAKTAB O'QUVCHILARINI
MATEMATIKA FAN OLIMPIADALARIGA TAYYORLASHDA
YUQORI TARTIBLI TENGLAMA VA TENGSIKLIK LARNI
YECHISH METODLARI

Aniq va ijtimoiy fanlar universiteti magistranti

Bo'ronov Bekzod Baxtiyorovich

Annotatsiya: Ushbu tezisdagi umumiy o'rta ta'lim maktabi o'quvchilarini matematika fan olimpiadalariga tayyorlash jarayonida yuqori tartibli tenglama va tengsizliklarni yechishning samarali metodlari tahlil qilinadi. Xususan, faktorizatsiya va almashtirishlar, simmetriya, Vieta formulalari, funksional yondashuv, baholash (estimatsiya), AM–GM hamda Cauchy–Schwarz kabi klassik tengsizliklar, interval va belgilar tahlili, monotonlik, graflar orqali yechim topish usullari kabi yondashuvlar o'quvchining mantiqiy tafakkuri va masala yechish strategiyasini shakllantirish nuqtayi nazaridan yoritiladi. Tezisdagi olimpiada tipidagi masalalar uchun metod tanlash mezonlari hamda tayyorlov jarayonini tashkil etish bo'yicha amaliy tavsiyalar keltiriladi.

Kalit so'zlar: olimpiada, yuqori tartibli tenglama, tengsizlik, faktorizatsiya, Vieta, baholash, AM–GM, Cauchy–Schwarz, interval usuli, funksional yondashuv.

Аннотация: В данной тезисной работе анализируются эффективные методы решения уравнений и неравенств высокого порядка в процессе подготовки учащихся общеобразовательной школы к математическим олимпиадам. В частности, с точки зрения формирования логического мышления и стратегии решения задач рассматриваются такие подходы, как разложение на множители и замены, симметрия, формулы Виета, функциональный подход,

оценивание (оценки сверху/снизу), классические неравенства АМ–ГМ и Коши—Буняковского—Шварца, метод интервалов и анализ знаков, монотонность, а также графические методы поиска решения. В тезисах также приводятся критерии выбора методов для задач олимпиадного типа и практические рекомендации по организации процесса подготовки.

Ключевые слова: олимпиада, уравнение высокого порядка, неравенство, разложение на множители, Виета, оценивание, АМ–ГМ, Коши—Шварц, метод интервалов, функциональный подход.

Abstract: This thesis analyzes effective methods for solving higher-order equations and inequalities in the process of preparing general secondary school students for mathematics Olympiads. In particular, approaches such as factorization and substitutions, symmetry, Vieta's formulas, the functional approach, estimation (bounding), classical inequalities like AM–GM and Cauchy–Schwarz, interval and sign analysis, monotonicity, and graphical methods are discussed from the standpoint of developing students' logical thinking and problem-solving strategies. The thesis also presents criteria for selecting appropriate methods for Olympiad-type problems and provides practical recommendations for organizing the training process.

Keywords: Olympiad, higher-order equation, inequality, factorization, Vieta, estimation, AM–GM, Cauchy–Schwarz, interval method, functional approach.

Matematika fan olimpiadalarida uchraydigan masalalar o'quvchidan nafaqat standart algoritmlarni, balki noan'anaviy mantiqiy yondashuvlar va strategik fikrlashni ham talab qiladi. Ayniqsa, yuqori tartibli (3–4-darajali va undan yuqori) tenglamalar hamda turli ko'rinishdagi tengsizliklar olimpiada masalalarida tez-tez uchraydi. Bunday masalalarni yechishda o'quvchi:

- ifodani qayta tuzish va tuzilmani “ko‘ra olish”;
- mos metodni tez tanlash;
- yechimni asoslash va tekshirish;
- natijani mantiqiy xulosa bilan mustahkamlash ko‘nikmalariga ega bo‘lishi kerak.[1]

Shu bois olimpiada tayyorgarligida yuqori tartibli tenglama va tengsizliklarni yechish metodlarini tizimli o‘rgatish, masalalarni turlarga ajratish (klassifikatsiya), yechim strategiyalarini bosqichma-bosqich shakllantirish muhim metodik vazifa hisoblanadi.[2]

Faktorizatsiya va strukturaviy ajratish

Ko‘plab olimpiada tenglamalari ko‘rinishidan murakkab bo‘lsa-da, ichki tuzilmasi jihatidan faktorlanishga moyil bo‘ladi:

- ✓ umumiy ko‘paytuvchini ajratish;
- ✓ guruhlash;
- ✓ formulalar: (a^2-b^2) , $(a^3 \pm b^3)$, to‘liq kvadrat/to‘liq kub;
- ✓ simmetrik ifodalarda $(x+y)$, (xy) kabi invariantlarga o‘tish.

Metodik jihatdan o‘quvchiga “ifodani tanish” (pattern recognition) ko‘nikmasi beriladi: qaysi holatda guruhlash, qaysi holatda to‘liq kvadratga keltirish, qachon (x^2+ax+b) ko‘rinishiga moslash mumkinligi o‘rgatiladi.[3]

Almashtirish (substitutsiya) metodi

Yuqori darajali tenglamalarda ko‘pincha bir xil bloklar takrorlanadi. Masalan, $(x^2+\frac{1}{x^2})$, $(x+\frac{1}{x})$, (x^2+ax) kabi ifodalar kiritilib, tenglama darajasi pasaytiriladi.

Didaktik talab: almashtirishdan oldin soha (domain) shartini tekshirish, masalan $(x \neq 0)$ yoki $(x \geq 0)$ kabi cheklovlar aniq yozdiriladi.[2]

Vieta formulalari va ildizlar xossalari

3–4 darajali ko‘phad tenglamalarida yoki parametrli masalalarda Vieta formulalari kuchli qurol bo‘lib, ildizlar yig‘indisi/ko‘paytmasi orqali qo‘shimcha shartlar tuzishga imkon beradi.[3]

Olimpiada amaliyotida ayniqsa quyidagilar muhim:

- ✓ ildizlarning ishorasi va joylashuvi;
- ✓ butun/ratsional ildizlar (ratsional ildizlar teoremasi);
- ✓ ildizlarning simmetrik ifodalari.

Funksional yondashuv va grafik metod

Tenglama ($f(x)=g(x)$) ko‘rinishida berilsa, funksiyalarning monotonligi, ekstremumlari, kesishish nuqtalari sonini baholash orqali yechimlar soni va oraliqlari topiladi. Bu yondashuv ayniqsa parametrli tenglamalarda va “yechimlar sonini aniqlang” turidagi masalalarda samarali.[1]

Yuqori darajadagi tengsizliklarni yechish metodlari

Klassik tengsizliklar: AM–GM, Cauchy–Schwarz, Jensen g‘oyasi

Olimpiada tengsizliklarida ko‘p ishlatiladigan usullar:

AM–GM: musbat sonlar uchun arifmetik o‘rta $\geq$ geometrik o‘rta;

Cauchy–Schwarz: $((a_1^2+\dots+a_n^2)(b_1^2+\dots+b_n^2)\geq (a_1b_1+\dots+a_nb_n)^2)$;

ifodani kvadratlar yig‘indisi sifatida yozish (SOS).[4]

Metodik tavsiya: o‘quvchiga tengsizlikni “qaysi vosita bilan” yechishni tanlash uchun 3 ta belgi o‘rgatiladi:

- ifodada kvadratlar ko‘p bo‘lsa $\rightarrow$ C–S yoki SOS;
- ko‘paytmalar va yig‘indilar uyg‘un bo‘lsa $\rightarrow$ AM–GM;
- simmetriya va musbatlik sharti aniq bo‘lsa $\rightarrow$ standart tengsizliklar kombinatsiyasi.[4]

Baholash (estimatsiya) va chegaralash

Baholash usuli yuqori darajali tengsizliklarda juda muhim. Masalan, $(x^2+1)\geq 2x$) kabi elementar baholashlar orqali ifodani soddalashtirib, “pastdan/yuqoridan baholash” strategiyasi qo‘llanadi.

Interval va belgilar tahlili (sign chart)

Ko'phad tengsizliklarida ildizlarni topib, ko'phad ishorasini intervallar bo'yicha tahlil qilish — maktab kursida mavjud bo'lsa ham, olimpiada darajasida ko'proq:

- ko'paytuvchilarga ajratish;
- ko'paytuvchilar darajasiga (juft/toq) e'tibor;
- maxsus nuqtalarda qiymat tekshirish kabi nozikliklar bilan o'qitiladi.[2]

Monotonlik va yordamchi funksiya

Ayrim tengsizliklar ($f(x) \geq 0$) ko'rinishga o'tkazilib, ($f(x)$) ning monotonligi yoki minimumini topish orqali isbotlanadi. Bu usul ayniqsa parametrli tengsizliklar va “eng kichik qiymat” tipidagi olimpiada masalalarida samarali.

Olimpiadaga tayyorlash metodikasi: amaliy yondashuvlar

Masalalarni tipologiya asosida berish: o'quvchi “qaysi tur” ekanini tanisa, metodni tez tanlaydi.

Bir masalaga bir necha yechim: faktorizatsiya + almashtirish + grafik kabi alternativ yechimlar o'quvchining strategik fikrlashini kuchaytiradi.[3]

Xatolar banki: eng ko'p uchraydigan xatolar (sohani unutish, ildizlarni tekshirmaslik, tengsizlikda ishorani noto'g'ri o'zgartirish) yig'ilib, har darsda 3–5 daqiqalik tahlil qilinadi.[2]

Mini-trening: 10–15 daqiqada 3 ta qisqa masala (bittasi faktorizatsiya, bittasi Vieta, bittasi tengsizlik) — tezkor metod tanlashni shakllantiradi.

Refleksiya: “Nega aynan shu metod?” savoliga o'quvchi izoh bera olishi kerak — bu olimpiada madaniyatining muhim qismi.

Yuqori tartibli tenglama va tengsizliklarni yechish metodlarini olimpiada tayyorgarligida tizimli o'rgatish o'quvchilarda algebraik manipulyatsiya, mantiqiy tahlil, baholash va strategik metod tanlash ko'nikmalarini rivojlantiradi. Eng samarali yondashuv — masalalarni tipologiya bo'yicha

guruhlab, har bir tur uchun asosiy metodlar (faktorizatsiya, almashtirish, Vieta, funksional/grafik yondashuv, AM–GM, Cauchy–Schwarz, interval tahlili)ni ketma-ket mustahkamlash hamda yechimni asoslash madaniyatini shakllantirishdir.

Foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati:

- 1.M.Tajiyev, K.Mamadaliyev “Designing the process of teaching mathematics” - //textbook. - T.: “Science and technology”, 2014, pages 18-19.
- 2.Polya, G. How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method. Princeton University Press, 2004.
- 3.Kiselev, A.P. Algebra (elementary). (Maktab algebra asoslari bo‘yicha klassik qo‘llanma).
- 4.Sadovskiy, A. (tahr.). Problems in Algebra. (Olimpiada masalalari va yechim strategiyalari to‘plami).
- 5.Hardy, G.H., Littlewood, J.E., Pólya, G. Inequalities. Cambridge University Press, 1952.