



BA'ZI PARAMETRLI KVADRAT TENGLAMALARNI YECHISH

Omonova Shakarjon Ro'zmatovna

Annotatsiya: Ushbu maqola ba'zi parametrli kvadrat tenglamalarni yechish masalalariga bag'ishlangan. Kvadrat tenglamalar matematikaning asosiy tushunchalaridan biri bo'lib, parametrlarning mavjudligi tufayli ularni yechish jarayoni murakkablashadi. Maqolada kvadrat tenglamalarning umumiy shakli, parametrlarning ta'siri, yechimlarning soni va xususiyatlari, shuningdek, grafik va algebraik usullar orqali tahlil qilinadi. Asosiy qismda parametrli tenglamalarning misollari keltirilgan bo'lib, ularni yechish algoritmi batafsil bayon etilgan. Muhokama qismida parametrlarning o'zgarishi natijasida yuzaga keladigan holatlar, masalan, diskriminantning qiymati va yechimlarning haqiqiy yoki murakkab bo'lishi muhokama qilinadi. Xulosada parametrli kvadrat tenglamalarning amaliy ahamiyati va kelajakdagi tadqiqotlar uchun takliflar berilgan. Maqola o'rta maktab va oliy ta'lim talabalari uchun mo'ljallangan bo'lib, matematik modellashda foydali bo'lishi mumkin.

Kalit so'zlar: Kvadrat tenglama, parametr, diskriminant, yechimlar soni, algebraik usullar, grafik tahlil, matematik modellash, O'zbek matematik adabiyotlari.

Abstract: This article is devoted to the problems of solving some parametric quadratic equations. Quadratic equations are one of the basic concepts of mathematics, and the process of solving them is complicated by the presence of parameters. The article analyzes the general form of quadratic equations, the effect of parameters, the number and properties of solutions, as well as graphical and algebraic methods. The main part presents examples of parametric equations, and the algorithm for solving them is described in



detail. The discussion part discusses the situations that arise as a result of changing parameters, for example, the value of the discriminant and whether the solutions are real or complex. The conclusion gives the practical significance of parametric quadratic equations and suggestions for future research. The article is intended for high school and higher education students and may be useful in mathematical modeling. **Keywords:** Quadratic equation, parameter, discriminant, number of solutions, algebraic methods, graphical analysis, mathematical modeling, Uzbek mathematical literature.

Аннотация: Данная статья посвящена проблемам решения некоторых параметрических квадратных уравнений. Квадратные уравнения являются одним из основных понятий математики, и процесс их решения осложняется наличием параметров. В статье анализируется общая форма квадратных уравнений, влияние параметров, количество и свойства решений, а также графические и алгебраические методы. Основная часть содержит примеры параметрических уравнений и подробно описывает алгоритм их решения. В разделе обсуждения рассматриваются ситуации, возникающие в результате изменения параметров, например, значения дискриминанта и того, являются ли решения действительными или комплексными. В заключении дается практическое значение параметрических квадратных уравнений и предлагаются направления для дальнейших исследований. Статья предназначена для учащихся старших классов и вузов и может быть полезна в математическом моделировании. **Ключевые слова:** Квадратное уравнение, параметр, дискриминант, количество решений, алгебраические методы, графический анализ, математическое моделирование, узбекская математическая литература.

Kirish

Matematika fanida kvadrat tenglamalar asosiy o'rin tutadi, chunki ular fizika, iqtisodiyot va muhandislik kabi sohalarda keng qo'llaniladi. Kvadrat

tenglama umumiy shaklda $ax^2 + bx + c = 0$ ko'rinishida bo'ladi, bu yerda a , b va c koeffitsientlar hisoblanadi [1, 25-bet]. Biroq, ba'zi hollarda bu koeffitsientlar parametrlar (masalan, k , m yoki boshqa o'zgaruvchilar) orqali ifodalanadi, bu esa tenglamani parametrli kvadrat tenglama deb atalishiga olib keladi. Bunday tenglamalarni yechishda parametrning qiymati yechimlarning xususiyatlarini o'zgartirishi mumkin, masalan, yechimlarning haqiqiy yoki murakkab bo'lishi, ularning soni va qiymatlari.

O'zbek matematik adabiyotlarida kvadrat tenglamalar haqida ko'plab ishlar mavjud. Masalan, A. To'rayevning "Algebra va sonlar nazariyasi" kitobida kvadrat tenglamalarning asosiy xususiyatlari batafsil yoritilgan [2, 45-50-betlar]. Ushbu maqolada biz parametrli kvadrat tenglamalarni yechishning asosiy usullarini ko'rib chiqamiz, ularni misollar orqali tushuntiramiz va amaliy qo'llanishlarini muhokama qilamiz. Maqsad – o'quvchilarga parametrlarning ta'sirini tushunishda yordam berish va matematik tahlil ko'nikmalarini rivojlantirish.

Kirish qismida shuni ta'kidlash lozimki, parametrli tenglamalar nafaqat nazariy, balki amaliy muammolarda ham muhim. Masalan, fizikada parabolik harakatni tavsiflovchi tenglamalarda parametr sifatida tezlik yoki burchak ishlatilishi mumkin [3, 112-bet]. Shuningdek, iqtisodiyotda xarajatlar va foyda funksiyalari parametrli kvadrat shaklda bo'lishi mumkin. Ushbu maqola ushbu mavzuni chuqurroq o'rganishga asos soladi.

Asosiy qism

Asosiy qismda parametrli kvadrat tenglamalarning yechish usullarini batafsil ko'rib chiqamiz. Avval kvadrat tenglamaning umumiy shaklini eslaymiz: $ax^2 + bx + c = 0$, bu yerda $a \neq 0$. Yechimlar diskriminant orqali topiladi: $D = b^2 - 4ac$. Agar $D > 0$, ikkita haqiqiy yechim; $D = 0$, bitta haqiqiy yechim; $D < 0$, murakkab yechimlar [1, 27-bet].

Endi parametrli holatni ko'rib chiqaylik. Masalan, tenglama $x^2 + kx + (k - 1) = 0$ shaklida bo'lsin, bu yerda k parametr. Diskriminant: $D = k^2 - 4(k$

$-1) = k^2 - 4k + 4 = (k - 2)^2$. Bu yerda **D** har doim musbat yoki nol, shuning uchun yechimlar har doim haqiqiy. Yechimlar: $x = [-k \pm \sqrt{(k - 2)^2}] / 2 = [-k \pm |k - 2|] / 2$. Soddalashtirganda: $x_1 = -1$, $x_2 = 1 - k$ [2, 48-bet].

Yana bir misol: $(k + 1)x^2 + 2kx + (k - 3) = 0$. Bu yerda **a** = $k + 1$, **b** = $2k$, **c** = $k - 3$. Diskriminant: $D = (2k)^2 - 4(k + 1)(k - 3) = 4k^2 - 4(k^2 - 2k - 3) = 4k^2 - 4k^2 + 8k + 12 = 8k + 12 = 4(2k + 3)$. Yechimlar soni parametr **k** ga bog'liq: agar $k > -1.5$, ikkita yechim; $k = -1.5$, bitta; $k < -1.5$, murakkab [3, 115-117-betlar].

Grafik usulda parametrli tenglamalarni yechishda funksiya grafiklarini qurish mumkin. Masalan, $y = ax^2 + bx + c$ parabolasi, parametr **k** ni o'zgartirganda parabolaning shakli o'zgaradi. Bu usul geometrik tushuncha beradi va yechimlarning ildizlarini ko'rsatadi [4, 62-bet].

Yana bir murakkab misol: Tenglama $x^2 + 2mx + m^2 - 1 = 0$, bu yerda **m** parametr. Diskriminant: $D = 4m^2 - 4(m^2 - 1) = 4m^2 - 4m^2 + 4 = 4$, doimiy musbat. Yechimlar: $x = -m \pm \sqrt{1} = -m \pm 1$. Bu yerda yechimlar parametrga bog'liq ravishda parallel siljiydi [2, 49-bet].

Parametrli tenglamalarni yechishda ba'zan Vieta formulalaridan foydalaniladi: yechimlar yig'indisi $-b/a$, ko'paytmasi c/a . Bu parametrlar orqali yechimlar xususiyatlarini aniqlashga yordam beradi [1, 28-bet]. Masalan, agar parametr yechimlar yig'indisini o'zgartirsa, bu fizik muammolarda muhim.

Shuningdek, parametrlar ikkita bo'lsa, masalan $kx^2 + mx + (k + m) = 0$, diskriminantni hisoblash va parametrlar fazosida hududlarni aniqlash kerak. Bu yerda yechimlar mavjudligi **k** va **m** ning qiymatlariga bog'liq [5, 78-80-betlar].

Asosiy qismni yakunlab, shuni aytish mumkinki, parametrli kvadrat tenglamalarni yechishning asosiy qadami diskriminantni parametr orqali ifodalash va uning ishorasini tahlil qilishdir. Bu usul barcha misollarda qo'llaniladi va matematik modelashda asosiy hisoblanadi.

Muhokama

Muhokama qismida parametrli kvadrat tenglamalarning cheklovlari va kengaytmalarini ko'rib chiqamiz. Birinchi navbatda, parametrning cheklangan qiymatlari yechimlarning haqiqiy bo'lishini ta'minlaydi. Masalan, yuqoridagi misollarda diskriminantning salbiy bo'lishi murakkab yechimlarga olib keladi, bu ba'zi amaliy muammolarda (masalan, osillatsiyalarda) foydali bo'lishi mumkin [3, 118-bet].

Ikkinchidan, parametrlarning ko'pligi tenglamani murakkablashtiradi, lekin bu real hayotdagi modellarda zarur. O'zbek adabiyotlarida bunday masalalar maktab darsliklarida cheklangan, ammo oliy o'quv yurtlarida chuqurroq o'rganiladi [4, 63-65-betlar]. Muhokama shuni ko'rsatadiki, grafik dasturlar (masalan, GeoGebra) orqali parametr o'zgarishini vizualizatsiya qilish yordam beradi.

Uchinchidan, xatoliklar haqida: parametr nol bo'lganda tenglama chiziqli bo'lib qolishi mumkin, bu alohida holat [2, 50-bet]. Buni hisobga olish kerak. Shuningdek, parametrli tenglamalar differensial tenglamalarga o'tishda asos bo'ladi [5, 81-bet].

Umuman, muhokama parametrli kvadrat tenglamalarning nazariy va amaliy ahamiyatini ta'kidlaydi, ularni yechish ko'nikmalari matematik ta'limda muhim.

Xulosa va takliflar

Xulosada shuni aytish mumkinki, parametrli kvadrat tenglamalarni yechish matematikaning asosiy qismi bo'lib, parametrlar orqali yechimlarning dinamikasini tushunishga yordam beradi. Yuqoridagi misollar va tahlillar shuni ko'rsatadiki, diskriminant asosiy vosita hisoblanadi.

Takliflar:

1. Maktab darsliklarida parametrli misollarni ko'paytirish;
2. Kompyuter dasturlari orqali interaktiv o'rganishni joriy etish;

3. Fizika va iqtisodiyotdagi amaliy qo'llanishlarni chuqurroq tadqiq qilish.

Kelajakda yuqori darajali parametrli tizimlarni o'rganish zarur.

Foydalanilgan adabiyotlar

[1] R. Qo'ziboyev. "Matematika: Algebra". Toshkent: O'zbekiston milliy ensiklopediyasi, 2015 yil, 25-29-betlar.

[2] A. To'rayev. "Algebra va sonlar nazariyasi". Toshkent: Sharq nashriyoti, 2018 yil, 45-50-betlar.

[3] M. Ismoilov. "Fizika va matematika modellari". Samarqand: Samarqand davlat universiteti nashriyoti, 2020 yil, 112-120-betlar.

[4] S. Abdullayev. "Geometriya va algebra asoslari". Toshkent: Fan va texnologiya, 2017 yil, 62-66-betlar.

[5] B. Xudoyberdiyev. "Oliy matematika". Toshkent: O'qituvchi nashriyoti, 2019 yil, 78-81-betlar.

