



KVADRATUR FORMULALAR QURISHNING PHI FUNKSIYALAR USULI

Olga Li Anatolevna

Osiyo Xalqaro Universiteti

Matematika yo'nalishi

Urganch filiali 1-bosqich magistranti

Annotatsiya: Matematikaning ko'plab sohalarida, xususan, hisoblash matematikasida hamda uning amaliy qo'llanilishida integral hisoblash muammosi asosiy o'rin tutadi. To'g'ri chiziqli yoki egri chiziqli integralni aniq analitik formula yordamida hisoblash har doim ham iloji bo'lmagan vaziyatlarda, turli sonli hisoblash usullaridan foydalanish, ya'ni integralni maxsus kvadratur formulalar yordamida taxminiy hisoblash muammosi alohida ahamiyat kasb etadi. Kvadratur formulalar qurishda turli usullar mavjud bo'lib, ulardan biri phi funksiyalar usulidir.

Kalit so'zlar: phi funksiyalar, kvadratur formulalar, tugun nuqtalar, og'irlik koeffitsiyentlari, sonli integrallash, interpolatsiya, ortogonal polinomlar, xatolik nazariyasi, hisoblash matematikasi, integral masalalar.

Kvadratur formulalar deganda, integralning qiymatini cheklangan sondagi nuqtalarda berilgan funktsiyaning qiymatlari orqali taxminiy hisoblashga imkon beruvchi formulalar tushuniladi. Phi funksiyalar yordamida kvadratur formulalar tuzish usuli bu borada alohida ahamiyat kasb etadi, chunki bu usulga asoslangan kvadratur formulalar yuqori aniqlik hamda barqarorlik bilan ajralib turadi. Mazkur usul, asosan, funktsiyaning moslashtirish (approksimatsiya) uchun maxsus tuziladigan phi funksiyalardan foydalanishga asoslangan. Bu funksiyalar integral hisoblanayotgan oraliqda yetarlicha silliq, chegaralarida esa zarur shartlarni qanoatlantiruvchi xususiylikka ega bo'lishi talab qilinadi. Shunday qilib, kvadratur formulani tuzishda phi funksiyalar yordamida aniqlash muammosi, avvalo, ushbu phi funksiyalarni to'g'ri tanlash va ularga mos tortilgan og'irlik funksiyasini



aniqlashdan iborat. Kvadratur formulalar yordamida funksiyalar integralini taxminiy hisoblash uchun, avvalo, integral ta'rifiga e'tibor qaratiladi. Oraliqda aniqlangan, silliq yoki uzluksiz funksiyadan tanlangan nuqtalarda qiymatlar olinib, ularning mos og'irlik koeffitsiyentlari bilan yig'indisi hisoblanadi, ya'ni:

$$\int(a; b) f(x) dx \approx \sum(k=1; n) A_k f(x_k)$$

Bu yerda A_k – og'irlik koeffitsiyentlari, x_k – tanlangan kvadratur tugunlari (nuqtalari). Phi funksiyalar usulida, ko'pincha, $f(x)$ funksiyaga eng yaqin kuchli moslashuvchi (approksimatsiyalovchi) funksiyalar tanlab, ular orqali kvadratur formulani barqarorlashtirish va aniqligini oshirish maqsad qilinadi. Shu nuqtai nazardan, phi funksiyalarni ham maksimal darajada moslashtirish va natijani optimallashtirish uchun ehtiyotkorlik bilan tanlab olish lozim [1].

Kvadratur formulalar qurish jarayonida phi funksiyalar keng hamda turli xil funksiyalar bo'lishi mumkin: ko'pincha polinomlar — masalan, Legendre, Chebyshev, Laguerre va boshqa ortogonal polinomlar tizimidan foydalaniladi. Ular integralni hisoblash oraliqda shart-sharoitga qarab moslashtiriladi. Ushbu polinomlar o'zining ortogonal xususiyatlari tufayli ham juda foydali, chunki ular yordamida kvadratur formulalarning xatoliklarini nazorat qilish va kamaytirish qulay bo'ladi. Phi funksiyalar yordamida qurilgan kvadratur formulalarni zamonaviy tahlil qilishda, yana bir muhim jihat, bu – quyidagi ko'rinishda aniqlanadigan qoldiq xatoni formal ifodalash imkoniyatidir:

$$R(f) = \int(a; b) f(x) dx - \sum(k=1; n) A_k f(x_k)$$

Phi funksiyalar yordamida bu qoldiq xatoni minimumga tushirishga erishiladi. Bunda, har bir funksiyani phi funksiyalar yordamida yetarli darajada aniq ifodalashga intilish asosiy vazifa bo'ladi. Natijada, yuqori darajadagi kvadratur formulalar tuzishda phi funksiyalarning optimal tanlanishi, kvadratur formulalarning aniqligini oshirishga xizmat qiladi [2].

Phi funksiyalar usulida kvadratur formulalar tuzishda quyidagi ketma-ket harakatlar amalga oshiriladi. Avvalo, oraliq $[a, b]$ da ishlatiladigan phi funksiyalar



tizimi aniqlanadi. Bu tizim har bir oraliqda yagona va silliq bo'lishi, shuningdek, ortogonal xususiyatlarga ega bo'lishi lozim. Keyinchalik, kvadratur formulalarni tuzishda ϕ funksiyalarning bu oraliqda integrallanadigan xossalariidan foydalaniladi va og'irlik koeffitsiyentlari mos ravishda aniqlanadi. Tugun nuqtalari esa, ko'pincha, ϕ funksiyalarning nol nuqtalaridan yoki maxsus tanlangan nuqtalardan iborat bo'ladi. Shu tarzda, integralning miqdorini optimal aniqlikda va minimal xatolikda taxminiy hisoblashga erishiladi. Bu usul o'zining yuqori darajadagi aniqligi bilan boshqa usullardan ajralib turadi, chunki ϕ funksiyalar yordamida ortogonal polinomlarni tanlab, ular bilan maksimal darajada ko'p sonli funksiyalar sinfini aniq tasvirlash mumkin. Bunday formulalar, masalan, yoki Legendre polinomlari yordamida tuzilgan kvadratur formulalar ko'pincha eng yuqori darajali polinomlar uchun aniq natija beradi. Shu bilan birga, kvadratur formulalar qurishda ϕ funksiyalardan foydalanish noaniqliklarni kamaytiradi va hisoblash jarayonining barqarorligini sezilarli darajada oshiradi. ϕ funksiyalar usulida ko'plab ortogonal polinomlar oilasi ishlatiladi. Bular qatoriga Chebyshev, Laguerre, Hermite va Legendre polinomlari kiradi. Har birining o'ziga xos og'irlik funksiyalari va ularning aniqlash oraliqlari bo'ladi. Shu sababli, har bir muayyan masalani yechishda ϕ funksiyalarning xususiyatlarini, ularning maksimal mos kelishini va oraliqdagi uzluksizligini inobatga olish muhim ahamiyatga ega. Kvadratur formulalarda ϕ funksiyalar yordam beradigan yana bir muhim jihat shundaki, ular yordamida funksiyalar ketma-ketligini yetarlicha yaxshi va tez yaqinlashuvchi qiyosiy tarzda ifodalash mumkin bo'ladi [3].

Kvadratur formulalar yasashning ϕ funksiyalar usuli bilan bog'liq bo'lgan yagona cheklov shuki, ϕ funksiyalar to'g'ri tanlanmasa yoki oraliqdagi xossalariiga e'tibor berilmasa, olingan kvadratur formulalarning aniqligi pasayib ketishi mumkin. Shu sababli, har bir vaqtda ϕ funksiyalar sinfini maksimal darajada ehtiyotkorlik bilan, oraliqdagi funksiyalar xususiyati va integral olinayotgan segment chegaralariga mos ravishda tanlash zarur. Bu harakat natijasida, hisoblash



natijalari barqarorligi ta'minlanadi hamda kvadratur formulalarning matematik asoslanganligini beradi. Hozirgi zamonaviy hisoblash texnologiyalari va kompyuter texnikasi imkoniyatlari yuksalishi bilan, phi funksiyalar orqali kvadratur formulalarni qurish eng samarali va qulay hisoblanadi, ayniqsa, har xil murakkab yoki maxsus sinfga oid funksiyalar integralini taxminiy hisoblashda. Hozirda fanga ma'lum bo'lgan juda ko'p turli phi funksiyalar tizimi mavjudligi va ularning ortogonal polinomlar oilasini tashkil qilishi, yanada keng imkoniyatlarni yaratmoqda. Bu esa, har bir aniq masalani yechishda, unga mos kvadratur formula yasash va maksimal natija olish imkonini beradi. Phi funksiyalarning xususiyatlari va ular asosida qurilgan kvadratur formulalarning tahlili haqida ko'plab tadqiqotlar amalga oshirilgani va ularning natijalari zamonaviy hisoblash matematikasida keng qo'llanilayotgani ham bejiz emas [4].

Yana bir bor ta'kidlash lozimki, phi funksiyalar yordamida kvadratur formulalarning xatoliklarini oldindan aniqlash va nazorat qilish ham mumkin. Shuning uchun, kvadratur formulalar qurishda phi funksiyalar moslanganligi, ortogonal hamda silliqlik xususiyatlariga e'tibor berilishi zarur. Bunda, har doim ham og'irlik koeffitsiyentlarini optimal tanlash cheksiz darajadagi formulalar o'rniga, eng muhimlari va eng samaralilarini tanlashga olib keladi. Kvadratur formulalar qurishning yana bir afzalligi – bu usulning universalligi va moslashuvchanligidir. Phi funksiyalar yordamida har qanday funksiyaning o'ziga xos strukturasiga mos formulani tanlash imkoniyati mavjud. Shu tarzda nafaqat an'anaviy, balki nostandart matematik masalalarda ham keng ishlatish mumkin. Hozirgi matematikaning ko'plab sohalarida, jumladan, amaliy va nazariy masalalarda phi funksiyalar usuli orqali qurilgan kvadratur formulalarning ahamiyati qat'iy. Chunki bu usul yordamida funksiyalar integralini aniqlik bilan, kam xatolikda, tez va zamonaviy sharoitda taxminiy hisoblash imkoniyati ta'minlanadi. Shuningdek, bu usul yirik tizimli muammolar yechimining asosiga ham aylanadi. Kvadratur formulalar qurishda phi funksiyalar usuli o'zining



samaradorligi, aniqligi va matematik asoslanganligi bilan ajralib turadi. Mazkur usul ortogonal polinomlarning afzalliklaridan unumli foydalanish, ogʻirlik koeffitsiyentlari va kvadratur nuqtalari tanlashda elastiklik, integral hisoblashda yuqori aniqlik va matematik barqarorlik kabi mukammal xususiyatlarga ega [5].

Xulosa:

Xulosa qilib aytganda, kvadratur formulalar tuzishda phi funksiyalar usulidan foydalanish bu matematikaning eng ishonchli va asosli usullaridan biri hisoblanadi. Mazkur usul yordamida quriladigan kvadratur formulalar fan va texnika taraqqiyoti uchun, shuningdek, zamonaviy kompyuter texnologiyalari bilan uygʻun holda eng muhim va zarur usullardan boʻlib xizmat qilmoqda. Kvadratur formulalar qurishda phi funksiyalar usulining nazariy va amaliy ahamiyati, yuqori aniqligi, barqarorligi va samaradorligi natijasida, u ilmiy va muhandislik hisob-kitoblarining ajralmas quroli sifatida oʻz oʻrnini topmoqda. Phi funksiyalar asosiga qurilgan kvadratur formulalar integral hisoblash masalalarini zamonaviy darajada yaqinlashtirish, yirik tizimli muammolarni samarali hal qilish imkonini beradi. Shu boisdan, kvadratur formulalar tuzishda phi funksiyalar usulidan foydalanish, har bir matematik va amaliy mutaxassis uchun zamonaviy, ishonchli hamda keng imkoniyatga ega boʻlgan eng asosiy usullardan biri sanaladi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Abdurahmonov, M., & Ergashev, B. (2018). "Kvadratur formulalar tuzishda zamonaviy yondashuvlar". Oʻzbekiston Fanlari Akademiyasi Axborotlari, 3(21), 15-23.
2. Alimov, S., & Turayev, Q. (2019). "Numerik integrallash va phi funksiyalar asoslari". TATU Ilmiy Amaliy Jurnali, 2(7), 55-62.
3. Azizov, F., & Karimov, M. (2020). "Ortogonal polinomlar yordamida kvadratur formulalar tuzish usullari". Oʻzbekiston Matematika Jurnali, 1(11), 38-46.



4. Badriddinov, J. (2019). “Hisoblash matematikasida phi funksiyalarining o‘rni”. Innovatsion Texnologiyalar, 4(8), 24-31.
5. Davronov, N., & Omonov, D. (2017). “Kvadratur formulalar va ularning xatoliklari nazariyasi”. Qarshi Davlat Universiteti Ilmiy Xabarlar, 1(2), 17-22.
6. Hasanov, Y. (2018). “Sonli integrallash usullari va ularning kvadratur formulalardagi roli”. Toshkent Universiteti Ilmiy Nashrlari, 4(16), 44-51.
7. Juraev, S., & Shodmonov, I. (2021). “Phi funksiyalar usulining hisoblash matematikasidagi qo‘llanilishi”. Innovatsion Ta’lim, 2(5), 72-79.
8. Karimova, L., & Rajabov, U. (2017). “Kvadratur formulalarda tugun va og‘irlik koeffitsiyentlari aniqlash texnologiyasi”. Matematika va Muloqot, 1(5), 31-37.