МНОЖЕСТВЕННАЯ КОМПЛЕКСНАЯ ПЕРЕМЕННАЯ ИНТЕГРАЛА ТИПА КОШИ УСЛОВИЕ СУЩЕСТВОВАНИЯ.

Ўразалиев Ширинбой Бўрон ўғли

СамИСИ, Олий математика кафедраси асситенти.

shirinboy.urazaliyev@mail.ru

Аннотация: Об условии существования интеграла типа Коши в области многих комплексных переменных.

Ключевые слова: интеграл типа Коши, многие комплексные переменные, главное значение, сингулярный интеграл, условие, полицилиндр, многомерный случай.

Annotation: On the existence condition of the Koshi type integral in the domain of many complex variables.

Key words: Cauchy type integral, several complex variables, principal value, singular integral, condition, polycylinder, multidimensional case.

$\varphi(t) = \varphi(t_1, t_2, \dots, t_n)$ функция Δ- остов англо-американского болина.

Нарисуйте полицилиндр $C(t_k, r_k)$ любым меньшим радиусом r_k в центре точки $t = (t_1, t_2, \dots, t_n) \in \Delta$ так, чтобы каждый контур $D_k^{\cdot}$ пересекался с полицилиндрами только в двух точках. Мы обозначаем часть контура $D_k^{\cdot}$ внутри полицилиндра $C(t_k, r_k)$, а остальную часть $d_k^{\cdot}$ обозначаем $D_k^{\cdot} - d_k^{\cdot}$. Мы определяем $D_\varepsilon = (D_1^{\cdot} - d_k^{\cdot}) \times (D_2^{\cdot} - d_k^{\cdot}) \times \dots \times (D_n^{\cdot} - d_k^{\cdot}) \cdot$ Очевидно, что при, $\varepsilon \to 0$, $D_\varepsilon \to \Delta$.

Определение 1. Если $\lim\limits_{\varepsilon \to 0} \Phi_\varepsilon(t)$ при этом

$$\Phi_\varepsilon(t) = \frac{1}{(2\pi i)^n} \int_{D_\varepsilon} \frac{\varphi(\tau)}{\prod_{k=1}^{n}(\tau_k - z_k)} d\tau) \qquad (1)$$

если есть предел, то

$$\Phi(t)=\frac{1}{(2\pi i)^n}\int_{\Delta}\frac{\varphi(\tau)}{\prod_{k=1}^{n}(\tau_k-t_k)}d\tau \qquad (2)$$

говорят, что специальный Интеграл существует в манере начального значения Коши, и это образование пластинка

$$\lim_{\varepsilon\to 0}\Phi_{\varepsilon}(t)=V\cdot P\frac{1}{(2\pi i)^n}\int_{\Delta}\frac{\varphi(\tau)}{\prod_{k=1}^{n}(\tau_k-t_k)}d\tau=V\cdot P\,\Phi(t)$$

обозначается как.

Затем мы назовем начальную часть специального интеграла(2) простым интегралом и кратко обозначим его также как $\Phi(t)=\frac{1}{2^n}S\varphi(\tau)$.

(2) начальное значение специального интеграла существует не всегда. Поэтому разберемся с вопросом, для какого класса функций он будет уместен.

1-теорема. Если (2) Плотность специального интеграла удовлетворяет условию Гйолдер в Δ остове, то (2) специальный Интеграл существует в смысле главного значения.

Доказательство. Чтобы сократить запись, мы докажем теорему, когда $n=3$. В процессе доказательства теоремы воспользуемся неравенствами, удовлетворяющими условию Гйолдер.

(2) Плотность интеграла $\varphi(\tau_1,\tau_2,\tau_3)$ равна

$$\varphi(\tau_1,\tau_2,\tau_3)=\varphi_3(\tau;t)+\varphi_3\left(\tau_{t_1};t\right)+\varphi_3\left(\tau_{t_2};t\right)+\varphi_3\left(\tau_{t_3};t\right)++\varphi_3\left(t_{\tau_1};t\right)+$$

$+\varphi_3\left(t_{\tau_2};t\right)+\varphi_3\left(t_{\tau_3};t\right)+\varphi(t_1,t_2,t_3)$ находим, подставляя правую часть выражения.

$$\Phi_\varepsilon(t)=\frac{1}{(2\pi i)^3}\int_{D_\varepsilon}\frac{\varphi_3(\tau,t)}{\prod_{k=1}^{3}(\tau_k-t_k)}d\tau+\frac{1}{(2\pi i)^3}\sum_{k=1}^{3}\int_{D_\varepsilon}\frac{\varphi_3(\tau_{t_k},t)}{\prod_{k=1}^{3}(\tau_k-t_k)}d\tau+$$

$$+\frac{1}{(2\pi i)^3}\sum_{k=1}^{3}\int_{D_\varepsilon}\frac{\varphi_3(t_{\tau_k},t)}{\prod_{k=1}^{3}(\tau_k-t_k)}d\tau+\frac{\varphi(t)}{(2\pi i)^3}\int_{D_\varepsilon}\frac{1}{\prod_{k=1}^{3}(\tau_k-t_k)}d\tau \qquad (3)$$

(3) на правой стороне комплексной соответственно $\overset{3}{S}_\varepsilon\varphi_3(\tau,t)$; $\overset{2}{S}_\varepsilon\varphi_3(\tau_{t_k},t)$ $(k=1,2,3)$; $\overset{1}{S}_\varepsilon\varphi_3(t_{\tau_k},t)$ $(k=1,2,3)$ и $\overset{0}{S}_\varepsilon$. чтобы оценить $\overset{3}{S}_\varepsilon\varphi_3(\tau,t)$, мы находим $|\varphi_3(\tau;t)|\le 4\prod_{k=1}^{3}A_k^{\frac{1}{3}}|\tau_k-t_k|^{\frac{\alpha_k}{3}}$.

$$\left|\overset{3}{S}_\varepsilon\varphi_3(\tau,t)\right|\le\frac{4\sqrt[3]{A_1A_2A_3}}{(2\pi)^3}\int_{D_\varepsilon}\prod_{k=1}^{3}|\tau_k-t_k|^{\frac{\alpha_k}{3}-1}|d\tau_k|=$$

$$=\frac{1}{2\pi^3}\prod_{k=1}^{3}\sqrt[3]{A_k}\int_{D_k^{\cdot}-d_k^{\cdot}}|\tau_k-t_k|^{\frac{\alpha_k}{3}-1}|d\tau_k| \qquad (4)$$

Каждый из интегралов, лежащих в основе произведения справа от (4), существует в ε→0 в простом римском смысле. При оценке остальных интегралов воспользуемся следующими неравенствами.

$$\left|\frac{1}{2\pi i}\int_{D_k^{\cdot}-d_k^{\cdot}}\frac{d\tau_k}{\tau_k-t_k}\right|<1,\qquad k=1,2,3 \qquad (5)$$

при оценке $\overset{3}{S}_\varepsilon\varphi_3(\tau_{t_3},t)$ (5) и $\left|\varphi_3\left(t_{\tau_p};t\right)\right|\le 2\prod_{k=1}^{3}A_k^{\frac{1}{2}}|\tau_k-t_k|^{\frac{\alpha_k}{2}}$; $p=\overline{1,3}$; $k\ne p$ мы находим из $p=3$.

$$\left|\overset{3}{S}_\varepsilon\varphi_3(\tau_{t_3},t)\right|=\left|\frac{1}{2\pi i}\int_{D_k^{\cdot}-d_3^{\cdot}}\frac{d\tau_3}{\tau_3-t_3}\right|\left|\frac{1}{(2\pi i)^2}\int_{D_k^{\cdot}-d_1^{\cdot}}\int_{D_k^{\cdot}+d_2^{\cdot}}\frac{\varphi_3(\tau_{t_3},t)d\tau_1d\tau_2}{(\tau_1-t_1)(\tau_2-t_2)}\right|$$

$$\leq \frac{1}{2\pi^2}\prod_{k=1}^{2}\sqrt{A_k}\int_{D_k^{\cdot}-d_k^{\cdot}}|\tau_k - t_k|^{\frac{\alpha_k}{2}-1}|d\tau_k| \qquad (6)$$

Каждый, стоящий у основания кратного справа от (6), будет существовать в ε→0 в простом римском смысле. Точно так же оценки будут уместны для интегралов $\overset{2}{S}_{\varepsilon}\varphi_3(\tau_{t_2},t)$ и $\overset{2}{S}_{\varepsilon}\varphi_3(\tau_{t_1},t)$

для $\overset{1}{S}_{\varepsilon}\varphi_3(t_{\tau_3},t)$мы находим (5) и $\left|\varphi_3\left(t_{\tau_p},t\right)\right| \leq A_p|\tau_p - t_p|^{\alpha_p}$, $p = \overline{1,3}$, принимая во внимание $p = 3$.

$$\left|\overset{1}{S}_{\varepsilon}\varphi_3(t_{\tau_3},t)\right| = \left|\frac{1}{2\pi i}\int_{D_1^{\cdot}-d_1^{\cdot}}\frac{d\tau_1}{\tau_1 - t_1}\right|\cdot\left|\frac{1}{2\pi i}\int_{D_2^{\cdot}-d_2^{\cdot}}\frac{d\tau_2}{\tau_2 - t_2}\right|\cdot$$

$$\cdot\left|\frac{1}{2\pi i}\int_{D_3^{\cdot}-d_3^{\cdot}}\frac{\varphi_3(t_{\tau_3},t)d\tau_3}{\tau_3 - t_3}\right| \leq \frac{A_3}{2\pi}\int_{D_3^{\cdot}-d_3^{\cdot}}|\tau_3 - t_3|^{\alpha_3-1}|d\tau_3|.$$

Отсюда следует приближение $\overset{1}{S}_{\varepsilon}\varphi_3(t_{\tau_3},t)$при ε→0.

Точно так же нетрудно увидеть сходимость $\overset{1}{S}_{\varepsilon}\varphi_3(t_{\tau_2},t)$ и $\overset{1}{S}_{\varepsilon}\varphi_3(t_{\tau_1},t)$. Известно, что,

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{D_k^{\cdot}}\frac{d\tau_k}{\tau_k - z_k} = \begin{cases} 1, & z_k \in D_k^{+} \\ \frac{1}{2}, & z_k \in D_k^{\cdot} \\ 0, & z_k \in D_k^{-} \end{cases} \qquad (7)$$

Принимая во внимание (7), следует стремление ε→0 $\overset{0}{S}_{\varepsilon} \to \frac{1}{8}$.

$\overset{3}{S}_{\varepsilon}\varphi_3(\tau,t)$; $\overset{2}{S}_{\varepsilon}\varphi_3(\tau_{t_k},t)$ $(k = 1,2,3)$; $\overset{1}{S}_{\varepsilon}\varphi_3(t_{\tau_k},t)$ $(k = 1,2,3)$ являются ε→0 соответственно

$$\overset{3}{\psi}(t),\ \frac{1}{2}\overset{2}{\psi}_1(t),\ \frac{1}{2}\overset{2}{\psi}_2(t),\ \frac{1}{2}\overset{2}{\psi}_3(t),\ \frac{1}{4}\overset{1}{\psi}_1(t),\ \frac{1}{4}\overset{1}{\psi}_2(t),\ \frac{1}{4}\overset{1}{\psi}_3(t),$$

обозначим как, в этом примере

$$\overset{3}{\psi}(t_1,t_2,t_3)=\frac{1}{(2\pi i)^3}\int_\Delta\frac{\varphi_3(\tau,t)}{\prod_{k=1}^3(\tau_k-t_k)}d\tau \qquad (8)$$

$$\overset{2}{\psi}_1(t_1,t_2,t_3)=\frac{1}{(2\pi i)^2}\int_{D_2^\cdot}\int_{D_3^\cdot}\frac{\varphi_3\left(\tau_{t_1},t\right)}{(\tau_2-t_2)(\tau_3-t_3)}d\tau_2 d\tau_3 \qquad (9)$$

$$\overset{1}{\psi}_1(t_1,t_2,t_3)=\frac{1}{2\pi i}\int_{D_1^\cdot}\frac{\varphi_3(t_{\tau_1},t)}{\tau_1-t_1}d\tau_1 \qquad (10).$$

Таким образом, начальное значение интеграла (2), Когда $n=3$:

$$\Phi(t_1,t_2,t_3)=\overset{3}{\psi}(t_1,t_2,t_3)+\frac{1}{2}\overset{2}{\psi}_1(t_1,t_2,t_3)+\frac{1}{2}\overset{2}{\psi}_2(t_1,t_2,t_3)+$$

$$+\frac{1}{2}\overset{2}{\psi}_3(t_1,t_2,t_3)+\frac{1}{4}\overset{1}{\psi}_1(t_1,t_2,t_3)+\frac{1}{4}\overset{1}{\psi}_2(t_1,t_2,t_3)+\frac{1}{4}\overset{1}{\psi}_3(t_1,t_2,t_3)+$$

$$+\frac{1}{8}\varphi(t_1,t_2,t_3) \qquad (11)$$

будет.

Использованная литература.

1. В. А. Какичев. «Граничные свойства интеграла типа Коши многих переменных». Уч. зап. Шахт. пед. ин-та. 2,вып. 6,1959-г,25-90 с.
2. А. Ғозиев. Р. Мардиев «Аналитик функциянинг чегаравий масалалари ва сингулияр интеграл тенгламалар». Самарқанд-2014.
3. Б. А. Фукс. «Теория аналитических функций многих комплексных переменных». М. Л. 1948-г.

4. Н. И. Мусхелишвили. «Сингулярные интегральные уравнения». Москва. Наука. 1968-г.

5. Rajaboyev , S., & Xamidova , P. (2025). RAQAMLI IQTISODIYOT SHAROITIDA AXBOROT KOMMUNIKATSIYA XIZMATLARIDAN FOYDALANISH. *Iqtisodiy taraqqiyot va tahlil*, *3*(1), 120–124. https://doi.org/10.60078/2992-877X-2025-vol3-iss1-pp120-124

6. Ражабоев Ш.Ш., and Амиртошев Д.Ш.. "РАҚАМЛИ ИҚТИСОДИЁТ ВА БАНК ХИЗМАТЛАРИДА БЛОКЧАЙН ТЕХНОЛОГИЯСИНИ ҚЎЛЛАШ" Экономика и социум, no. 4-2 (119), 2024, pp. 853-858.

7. Ражабоев Ш.Ш., and Ҳайитмуродов Ш.О.. "ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЯ ТИЗИМЛАРИНИНГ ТУЗИЛИШ ТАМОЙИЛЛАРИ" Экономика и социум, no. 4-2 (119), 2024, pp. 848-852.

8. Rajaboyev Sh.Sh., and Mamadaminov F.F.. "OLIY TA’LIM MUASSASASI KADRLARINI BOSHQARISH TIZIMI" Экономика и социум, no. 4-2 (119), 2024, pp. 403-406.

9. Rajaboyev Sh.Sh., and Jumayev L.G‘.. "TA'LIM SOHASIDA MA'LUMOTLAR BAZASINI QO'LLANISHI" Экономика и социум, no. 4-2 (119), 2024, pp. 407-411.

10. Farxodovich, Boronov Bobur, and Rajaboyev Shahboz Shodi o‘g‘li. "MECHANISMS FOR USING INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY SERVICES IN THE ELECTRONIC GOVERNMENT SYSTEM OF UZBEKISTAN AND THEIR EFFECTIVENESS." *Лучшие интеллектуальные исследования* 59.2 (2025): 285-292.

11. Farxodovich, Boronov Bobur. "STAGES OF DEVELOPMENT OF THE INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY SERVICES

SYSTEM." *Лучшие интеллектуальные исследования* 59.2 (2025): 293-298.

12. Farxodovich, Boronov Bobur, Xudaynazarova Dilnoza Gafurovna, and Yodgorov Xushvaqt Mansurovich. "FARMASEVTIKA KORXONALARIDA BUXGALTERIYA HISOBINING O ‘ZIGA XOS XUSUSIYATLARI." *FRONTIERS OF KNOWLEDGE AND INTERDISCIPLINARY DISCOVERY* 1.1 (2025): 282-289.
13. Боронов, Бобур, and Заррух Мухаммадиев. "ПУТИ РАСШИРЕНИЯ ИНФОРМАЦИОННОГО ОБЪЕМА УЧЕТА КАПИТАЛЬНЫХ ВЛОЖЕНИЙ В ХОЗЯЙСТВУЮЩИЕ СУБЪЕКТЫ." *Передовая экономика и педагогические технологии* 2.2 (2025): 444-450.