



4-TARTIBLI OPERATORLI MATRITSANING SPEKTRAL XOSSALARI

Suleymanova Nodira Shuxrat qizi

Osiyo Xalqaro Universiteti,

Buxoro filiali 1-kurs magistratura talabasi

Annotatsiya

Ushbu maqolada 4-tartibli operatorli matritsalar va ularning spektral xossalari o'rganiladi. Spekrni aniqlashning asosiy metodlari, spektrning strukturaviy taqsimlanishi, barqarorlik masalalari hamda kompakt operator bloklari holida spektrning Fredholm turi tahlil qilinadi. Operatorli matritsalarining qo'llanishlariga differensial tenglamalar va kvant mexanikasidan misollar keltiriladi.

Kirish

Chiziqli operatorlar nazariyasi chiziqli algebra, funktsional analiz, differensial tenglamalar va matematikaning ko'plab boshqa bo'limlarida muhim o'rin tutadi. Ayniqsa operatorli matritsalar tushunchasi fazoviy o'lcham oshgan holatlarda murakkab tizimlarni soddalashtirib tavsiflash imkonini beradi. Tadqiqotlar shuni ko'rsatadiki, operatorli matritsalarining spektral xossalarini o'rganish ularning barqarorligi, yechimlarning mavjudligi hamda tizimlarning fizik mazmunini tushunishda muhim ahamiyatga ega.

1. Operatorli matritsalar tushunchasi

4-tartibli operatorli matritsa quyidagi ko'rinishga ega bo'lishi mumkin:

$$A = (A_{ij})_{4 \times 4}, \quad A_{ij} : X \rightarrow X$$

bu yerda X — Banach yoki Hilbert fazo.

Bu matritsa quyidagi chiziqli operatorni aniqlaydi:



$$A : X^4 \rightarrow X^4$$

demak, 4-komponentli vektorlar operator ostida transformatsiyalanadi.

2. Spektrning ta'rifi va turlari

Chiziqli operator spektri quyidagicha aniqlanadi:

$$\sigma(A) = \{\lambda \in \mathbb{C} : (A - \lambda I)^{-1} \text{ mavjud emas}\}$$

Spektr uch qismga bo'linadi:

Nuqtaviy spektr — λ eigen-qiymatlar;

Kontinuum spektr;

Qoldiq spektr.

Bu klassifikatsiya kompakt operatorlar uchun juda samarali.

3. Spektrni hisoblashning operator metodlari

4-tartibli operatorli matritsalar uchun spektrni to'g'ridan-to'g'ri hisoblash ko'pincha murakkab, chunki operator determinant o'ziga xos xususiyatga ega. Tadqiqotlarda quyidagi yondashuvlar qo'llaniladi:

3.1. Blok diagonalizatsiya

Agar bloklar kommutativ bo'lsa, ya'ni

$$A_{ij}A_{kl} = A_{kl}A_{ij}$$

unda matritsa diagonalizatsiyalanishi mumkin bo'lib, spektr alohida bloklar orqali aniqlanadi.

3.2. Schur komplimenti



Bu keng tarqalgan metod bo'lib, spektral tenglamani kichik o'lchamga keltiradi:

$$\det(A - \lambda I) = \det(A_{11} - \lambda I) \det(S(\lambda))$$

bu yerda

$$S(\lambda) = A_{22} - A_{21}(A_{11} - \lambda I)^{-1}A_{12}$$

4. Spektral radius va barqarorlik

Spektral radius quyidagicha aniqlanadi:

$$r(A) = \sup |\lambda|, \quad \lambda \in \sigma(A)$$

Agar $r(A) < 1$ bo'lsa, operator iteratsion jarayonda barqaror bo'ladi:

$$A^n \rightarrow 0, \quad n \rightarrow \infty$$

bu differensial va dinamik sistemalar nazariyasida muhim mezondir.

5. Kompakt operator bloklari holi

Agar A_{ij} kompakt operatorlar bo'lsa, unda spektr quyidagi xossalarga ega:

- eigen-qiymatlar diskret;
- spektrning yagona to'planish nuqtasi 0;
- ko'p hollarda Fredholm operatorlar sinfiga kiradi.

Bu hol integral operatorli bloklarda tez-tez uchraydi.

6. Qo'llanishlar

6.1. Differensial tenglamalarda



To‘rtinchi tartibli sistemalar ko‘rinishida:

$$x'(t) = Ax(t)$$

Yoki

$$x^{(4)}(t) + a_3x^{(3)}(t) + \dots + a_0x(t) = 0$$

yechimlarning mavjudligi spektrga bog‘liq.

6.2. Kvant mexanikada

Dirak operatorlari 4 komponentli bo‘lib, energiya spektri relyativistik zarrachalarning xossalarini beradi.

Xulosa

4-tartibli operatorli matritsalar spektral tahlili funktsional analizning dolzarb yo‘nalishlaridan biri bo‘lib, fizik va matematik modellashtirishda keng qo‘llaniladi. Spektrning strukturasi operatorning barqarorligi, yechimlarning mavjudligi hamda fizik mazmunini aniqlashda asosiy omil bo‘lib xizmat qiladi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Reed, M. & Simon, B. Methods of Modern Mathematical Physics, Vol. 1–4.
2. Kato, T. Perturbation Theory for Linear Operators, Springer, 1980.
3. Dunford, N., Schwartz, J. Linear Operators, Wiley, 1963.
4. Gohberg, I., Goldberg, S. Basic Operator Theory, 1981.