



HOSILA YORDAMIDA FUNKSIYANI TEKSHIRISH VA GRAFIKLARNI YASASH. FUNKSIYANING ENG KATTA VA ENG KICHIK QIYMATLARI.

Andijon shahar 1-son texnikumi

Nizomiddinov Asilbek Zaynobiddin o'g'li

Tel: +998916103067

nizomiddinovasilbek@gmail.com

Аннотация

В данной статье теоретически и практически рассматриваются методы нахождения экстремальных значений функций (локальных и абсолютных максимумов и минимумов) с использованием основного инструмента дифференциального исчисления — первой и второй производных. Подробно анализируются критические точки, тесты первой и второй производных, а также процесс определения абсолютных экстремумов на замкнутом интервале. Каждая теоретическая закономерность подкрепляется практическими примерами и графическими иллюстрациями. Статья предназначена для студентов вузов, преподавателей и специалистов, интересующихся математикой.

Ключевые слова: производная, функция, возрастание функции, локальный минимум, графики

Annotatsiya

Ushbu maqolada differensial hisobning asosiy vositasi — birinchi va ikkinchi hosila yordamida funksiyalarning ekstremal qiymatlarini (lokal va mutlaq eng katta hamda eng kichik qiymatlarini) topish usullari nazariy va amaliy jihatdan yoritiladi. Kritik nuqtalar, birinchi va ikkinchi hosila testlari, yopiq intervaldagi mutlaq



ekstremumlar aniqlash jarayoni batafsil ko'rib chiqiladi. Har bir nazariy qoida amaliy misollar va grafik tasvirlar bilan mustahkamlanadi. Maqola oliy o'quv yurtlari talabalari, o'qituvchilar va matematikaga qiziqqan mutaxassislar uchun mo'ljallangan.

Kalit so'zlari: Hosila, Funksiya, funksiyaning o'sish, lokal minimum, grafiklar

Funksiyalarning eng katta va eng kichik qiymatlarini topish matematika, fizika, iqtisodiyot, muhandislik va boshqa sohalarda muhim ahamiyatga ega. Masalan, iqtisodiyotda foydani maksimallashtirish yoki xarajatlarni minimallashtirish, fizikada harakatning eng yuqori nuqtasini aniqlash shu mavzuga asoslanadi. Hosila (derivative) funksiyaning o'sish yoki kamayish tezligini ko'rsatuvchi asosiy vosita bo'lib, uning yordamida funksiyaning to'liq tekshirish va grafiklar orqali vizual tahlil qilish mumkin.

Nazariy asoslar

Funksiya $f(x)$ ning birinchi hosilasi $f'(x)$ quyidagicha ta'riflanadi:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \{f(x+h) - f(x)\} / h$$

Kritik nuqtalar — $f'(x) = 0$ bo'lgan yoki hosila mavjud bo'lmagan x nuqtalar.

Birinchi hosila testi (belgi o'zgarishi orqali):

- $f'(x)$ ning belgisi kritik nuqtadan oldin musbat, keyin manfiy bo'lsa $\rightarrow$ **lokal maksimum**;
- Aksincha (manfiy $\rightarrow$ musbat) $\rightarrow$ **lokal minimum**.

Ikkinchi hosila testi: Agar $f'(c) = 0$ bo'lsa va

- $f''(c) > 0$ bo'lsa $\rightarrow$ **lokal minimum**;



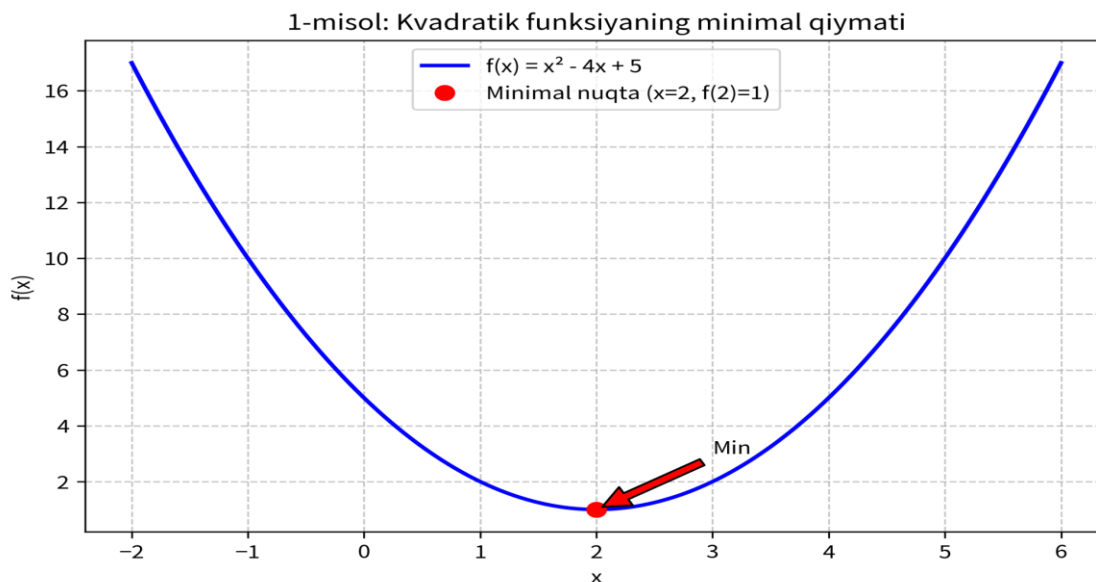
- $f''(c) < 0$ bo'lsa $\rightarrow$ **lokal maksimum**;
- $f''(c) = 0$ bo'lsa $\rightarrow$ test natija bermaydi (yuqori tartibli hosilalar tekshiriladi).

Yopiq interval $[a, b]$ da mutlaq (eng katta va eng kichik) qiymatlar:

1. Barcha kritik nuqtalarni topish;
2. $f(a)$, $f(b)$ va kritik nuqtalardagi qiymatlarni hisoblash;
3. Olingan qiymatlar orasidan eng kattasi va eng kichigini tanlash.

Grafiklar yasash uchun matplotlib kabi kutubxonalardan foydalaniladi — bu funksiyaning xatti-harakatini vizual ravishda ko'rsatadi.

Amaliy misollar va grafiklari



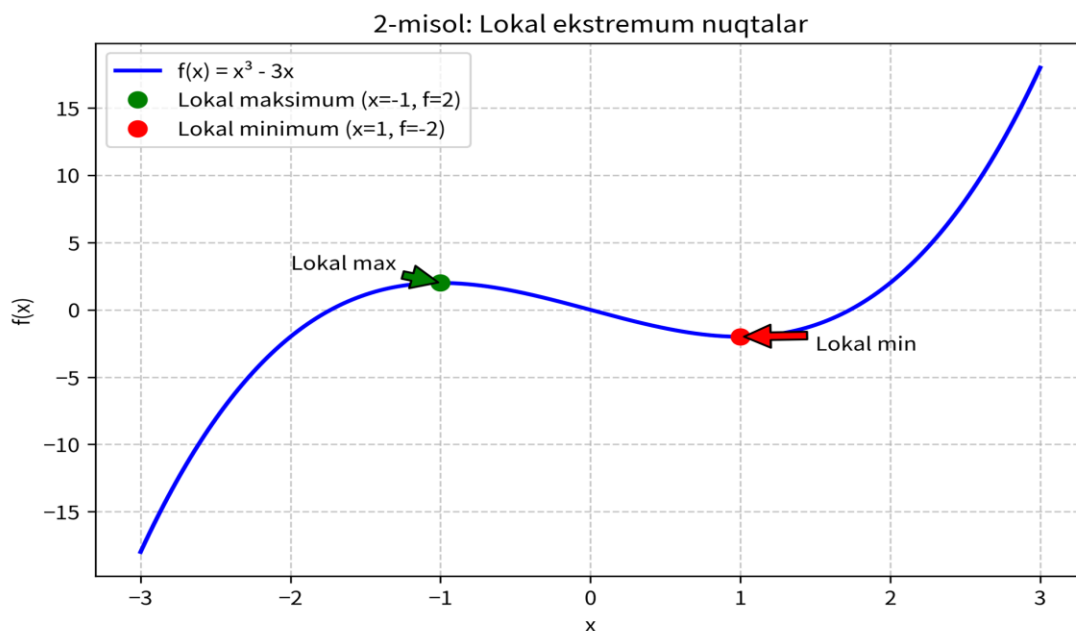
1-misol. Kvadratik funksiya da minimal qiymatni topish

Berilgan: $f(x) = x^2 - 4x + 5$, $x \in \mathbb{R}$.

Birinchi hosila: $f'(x) = 2x - 4 = 0 \Rightarrow x = 2$ (kritik nuqta). Ikkinchi hosila: $f''(x) = 2 > 0 \Rightarrow x = 2$ da **minimal qiymat**. $f(2) = 4 - 8 + 5 = 1$.

Quyidagi grafikda parabola va minimal nuqta aniq belgilangan:

2-misol. Kubik funksiya da lokal maksimal va minimal qiymatlar

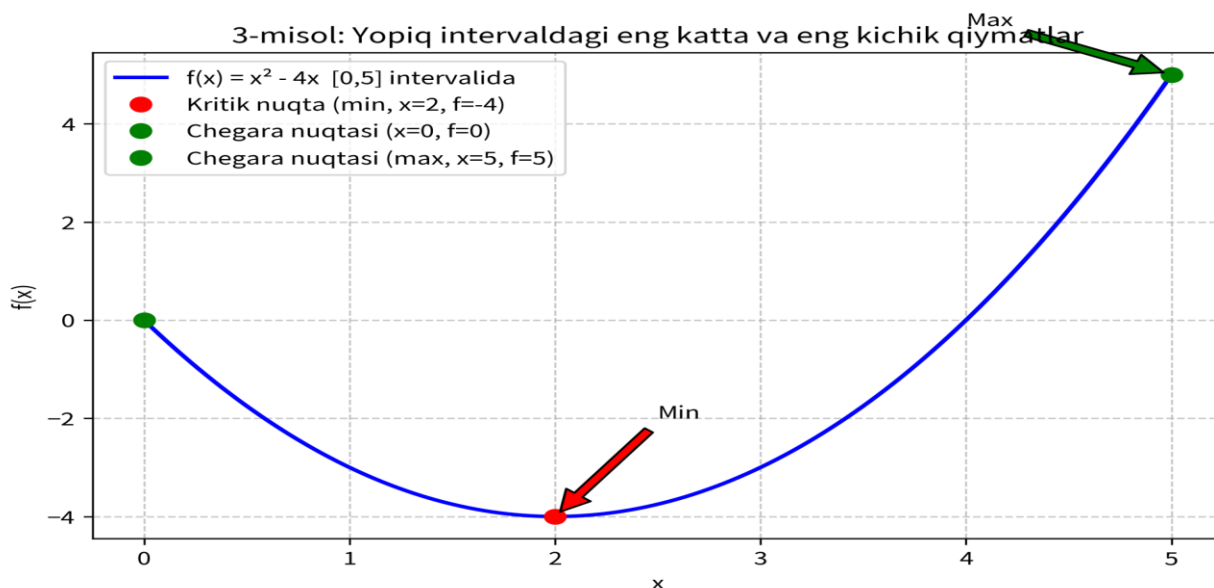


Berilgan: $f(x) = x^3 - 3x, x \in \mathbb{R}$.

Birinchi hosila: $f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$. Ikkinchi hosila: $f''(x) = 6x$.

- $x = -1$ da: $f''(-1) = -6 < 0 \Rightarrow$ **lokal maksimum**, $f(-1) = 2$;
- $x = 1$ da: $f''(1) = 6 > 0 \Rightarrow$ **lokal minimum**, $f(1) = -2$.

Grafikda ikkala ekstremum nuqta va ularning qiymatlari ko'rsatilgan:



3-misol. Yopiq intervaldagi mutlaq eng katta va eng kichik qiymatlar



Berilgan: $f(x) = x^2 - 4x$, $x \in [0, 5]$.

Birinchi hosila: $f'(x) = 2x - 4 = 0 \Rightarrow x = 2$. Kritik nuqtada: $f(2) = -4$. Chegara nuqtalari: $f(0) = 0$, $f(5) = 5$. Natija: intervaldagi **eng kichik qiymat** = -4 ($x=2$), **eng katta qiymat** = 5 ($x=5$).

Grafikda kritik nuqta va chegara nuqtalari belgilangan holda tasvirlangan:

Xulosa

Hosila yordamida funktsiyani to'liq tekshirish, kritik nuqtalarni aniqlash va grafiklar yasash orqali funktsiyaning eng katta va eng kichik qiymatlarini ishonchli ravishda topish mumkin. Ushbu usullar nafaqat nazariy matematikada, balki amaliy muammolarni yechishda ham keng qo'llaniladi. Kelgusida ko'p o'zgaruvchili funktsiyalar va murakkab modellar uchun ham shu tamoyillar asos bo'lib xizmat qiladi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Stewart, J. *Calculus: Early Transcendentals*. Cengage Learning, 2015.
2. Fikratov A. va boshqalar. *Matematik tahlil*. Toshkent: "O'qituvchi", 2010.
3. Matplotlib kutubxonasi rasmiy hujjatlari (grafiklar yasash bo'yicha).