MAVZU: CHIZIQLI DIFFERENSIAL TENGLAMALAR

TOSHKENT DAVLAT IQTISODIYOT UNIVERSITETI INTERNATIONAL BUSINESS AKADEMIK LITSEYI O'QITUVCHISI

ARTIKOV MUZAFFAR TURDALIEVICH

Ushbu

$$y`+P(x)y=Q(x)$$

ko`rinishidagi tenglamalar birinchi tartibli chiziqli differensial tenglamalar deyiladi. Bu yerda $P(x), Q(x)$ lar x ning ma'lum uzluksiz funksiyalari yoki

o ‘zgarmaslari.

Xossalar

$$Q(x)=0 \text{ bo`lsa } \quad y'+P(x)y=0$$

tenglama chiziqli bir jinsli , $Q(x)\neq 0$ xolda esa bir jinsli bo‘lmagan tenglama deyiladi.

O`rniga qoyish (Bernuli) usuli

$$y'+P(x)y=Q(x)$$

tenglamaning yechimi x ning ikkita funksiyasi ko‘paytmasi ko‘rinishida qaraymiz.

$$y=u(x)\cdot v(x)=u\cdot v$$

Bu funksiyaning birinchi tartibli ixtiyoriy kelib olishi mumkin ikkinchi esa tenglama asosida aniqlanadi.

$$y'=u'v+v'u$$

y va y' ni tenglamaga qo‘yamiz natijada u quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi.

$$u'v + v'u + uvP(x) = Q(x)$$

Funksiyalardan birini ixtiyoriy ravishda tanlab olish mumkin bo‘lgani uchun *v* funksiyani qavs ichida turgan ifoda nolga teng

$$v'u + uvP(x) = 0$$

U holda v funksiyaning topish uchun

$$v' = -p(x) \cdot v$$

$$\frac{dv}{dx} = -p(x) \cdot v$$

$$v = e^{-\int p(x)dx}$$

dan quyidagini hosil qilamiz.

$$u'v = Q(x)$$

Dastlab

$$\frac{du}{dx} \cdot v = Q(x)$$

$$\frac{du}{dx} \cdot e^{-\int p(x)dx} = Q(x)$$

$$du = e^{\int p(x)dx} Q(x)dx$$

$$u = \int e^{\int p(x)dx} Q(x)dx + C$$

u va *v* topildi va biz y ni topamiz.

$$y = e^{-\int p(x)dx}\left[\int e^{\int p(x)dx} Q(x)dx + C\right]$$

Natija shu ko‘rinishda bo‘ladi.Bu berilgan tenglamaning umumiy yechimidir.

Misol. Ushbu $y' + xy = x$ differinsial tenglama yechilsin.

Bu tenglamning yechimini topishda yuqorida keltirilgan formuladan foydalanamiz.

Misol berilishiga ko‘ra ,

$$p(x) = x \, , q(x) = x$$

bo‘ladi. Demak

$$y = e^{-\int x dx}\left[\int e^{\int x dx} x dx + C\right] =$$

$$e^{-\frac{x^2}{2}}(e^{\frac{x^2}{2}} + C)\text{=}1\text{+}e^{-\frac{x^2}{2}}C.$$

O‘zgarmaslarni variatsiyalash (Lagranj) usuli

Bir jinsli bo‘lmagan

$$y`+P(x)y = Q(x)$$

tenglamaning

$$Q(x) \neq 0$$

yechimini topish uchun dastavval unga mos bir jinsli

$$\frac{dy}{dx} + p(x)y = 0$$

tenglamani yechamiz.

Bu tenglamaning o‘zgaruvchilari ajraladigan uning umumiy yechimi

$$y = Ce^{-\int P(x)dx}$$

Endi ixtiyoriy o‘zgarmas *C* ni *x* ning biror *C(x)* funksiya deb qaraymiz va uni shunday tanlaylikki

$$y`+P(x)y=Q(x)$$

tenglama qanoatlantirsin

$C(x)$ funksiyani topish uchun

$y=C(x)e^{-\int P(x)dx}$ funksiyaning xosilasini hisoblaymiz. y va $\frac{dy}{dx}$ larning ifodalarini tenglamaga qo‘yamiz va tenglamaning qanoatlanishi yani uning ayniyatga aylanishini talab qilamiz.

$$\frac{dy}{dx}=\frac{dc(x)}{dx}e^{-\int P(x)dx}-C(x)P(x)e^{-\int P(x)dx}$$

Bo‘lgani uchun $y`+P(x)y=Q(x)$ tenglama quyidagi

$$\frac{dc(x)}{dx}e^{-\int P(x)dx}=Q(x)$$

Tenglamaga o‘tadi bir yana o‘zgaruvchilari ajraladigan va noma’lum funksiyasi $C(x)$ bo‘lgan tenglamani hosil qiladi.

$$C(x)=\int Q(x)e^{\int P(x)dx}dx+C_1$$

$C(x)$ ning topilgan ifodasini bir jinsli tenglama umumiy yechimiga qo‘yib bir jinsli bo‘lmagan $y`+P(x)y=Q(x)$ tenglamani izlayotgan yechimini

ko‘ramiz.

$$y=e^{-\int P(x)dx}\left[\int Q(x)e^{\int P(x)dx}dx+C_1\right]$$

Adabiyotlar ro ‘yxati

1.N.S.Piskunov “Differensial va integral hisob” “O‘qituvchi” nashriyoti” Toshkent-1974

2. Dyakonov V.P. Maple 6: uchebniyy kurs. SPb.: Piter, 2001.

3. Dyakonov V.P. Matematicheskaya sistema Maple V R3/R4/R5. M.: Solon, 1998.

4. Manzon B.M. Maple V Power Edition. M.: Filin‶, 1998.

5. Govoruxin V.N., Sibulin V.G. Vvedeniye v Maple V. Matematicheskiy paket dlya vsex. M.: Mir, 1997.

6. Proxorov G.V., Ledenev M.A., Kolbeyev V.V. Paket simvolnix vichisleniy Maple V. M.: Petit, 1997.

7.Boymurodov D.Sh. Maple dasturi muhitida differensial hisob masalalarini yechish.

8.R.Turgunbayev,Sh.Ismailov,O.Abdullayev. “ Differensial tenglamalar kursidan misol va masalalar to’plami” Toshkent -2007.