



CHEKSIZ KATTA FUNKSIYALAR

Ilmiy rahbar: Turayev Ziyavutdin O'ktamxonovich

Talaba: Shomurodova Nigina Sanjar qizi

Institut / Fakultet / Kafedra: Shahrisabz davlat pedagogika instituti

Pedagogika fakulteti Fizika yo'nalishi

MAVZU: CHEKSIZ KATTA FUNKSIYALAR: NAZARIYA VA MISOLLAR

Annotatsiya (Abstract)

Ushbu tezisda cheksiz katta funksiyalar (unbounded functions) tushunchasi, ularning turlari, asosiy xossalari va amaliy misollar orqali tahlili bayon etiladi. Cheksiz katta funksiyalar analiz, limitlar va asymptotik xulq-atvor nuqtai nazaridan ko'rib chiqiladi; shuningdek, integral va differensial hisobdagi cheksizlik bilan bog'liq muammolar misollar orqali ko'rsatiladi. Tezis nazariy asoslarni matematik isbotlar bilan birga amaliy masalalar va grafik talqinlarni ham o'z ichiga oladi.

Kalit so'zlar: Cheksiz katta funktsiya, chegara (limit), asimptota, singularlik, integrallash, divergensiya, lokal va global cheksizlik.

1. Kirish

Matematik analizda va tasodifiy fizik tizimlarda funksiyalar ko'pincha cheksiz yoki chegarasiz xatti-harakat ko'rsatishi mumkin. Bunday funksiyalarni aniqlash va ularning xossalarini o'rganish nazariy va amaliy hisob-kitoblarda muhim ahamiyatga ega. Cheksiz katta funksiyalar integrallanish, limitlar va differensial operatorlarga bo'lgan munosabatni murakkablashtiradi hamda singularliklar bilan ishlash usullarini talab etadi.

Ushbu tezis maqsadi — cheksiz katta funksiyalarni klassifikatsiya qilish, ularning chegaraviy xatti-harakatini tahlil qilish va bir qancha misollar orqali



ularning amaliy oqibatlarini ko'rsatishdir. Tezis matematik analiz kursi darajasida yozilgan bo'lib, ba'zi isbotlar uchun asosiy teoremlar va lemmalardan foydalaniladi.

2. Nazariy asoslar

2.1. Cheksiz katta funksiya: ta'rif

Fonksiyaning cheksiz katta ekani (globally unbounded) deb, funksiya ta'rif domenda (masalan, $D \subset \mathbb{R}$ yoki $\mathbb{R}^n$) uchun uning qiymatlari modul bo'yicha istalgan katta $M > 0$ uchun chegaralanmagan bo'lib, ya'ni quyidagi shart bajariladi: har qanday $M > 0$ uchun $x \in D$ mavjud bo'lib, $|f(x)| > M$.

Lokal cheksiz katta (locally unbounded) bo'lsa, nuqta x_0 atrofida istalgan kichik qo'shni hududda funksiya chegaralanmagan bo'lishini bildiradi: har qanday $\delta > 0$ uchun x shunday mavjudki $0 < |x - x_0| < \delta$ va $|f(x)| > M$.

2.2. Singularlik turlari

Cheksizlik paydo bo'lishi turli sabablar bilan bog'liq bo'ladi:

1. **Pol singularliklari (pole):** Funksiya bir nuqtada $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = \infty$ bilan o'sadi, masalan $f(x) = 1/(x - a)^k$.
2. **Essensial singularlik:** Funksiya nuqtada juda murakkab xulq-atvor ko'rsatadi (masalan, kompleks analizdagi essensial singularlik). Reallikdagi misollar ham mavjud.
3. **Asimptotik divergensiya:** Cheksizlik $x \rightarrow \infty$ yoki $x \rightarrow -\infty$ paytida yuz beradi (mas., $f(x) = x^2$ yoki e^x).

2.3. Cheksizlik va limitlar

Agar $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty$, biz shuni anglatamizki, har qanday $M > 0$ uchun $\exists \delta > 0$ shundayki $0 < |x - x_0| < \delta \Rightarrow f(x) > M$. Shu tariqa, "limit=cheksiz" tushunchasi limitning mavjudligini cheksiz qiymat sifatida ta'riflaydi.



2.4. Cheksiz katta funksiyalar va integral

Cheksiz punktlarda yoki cheksiz hududlarda integrallash “improper integral” (noaniq/chegarasiz integral) tushunchasini talab qiladi. Masalan, $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^p} dx$ integralining konvergensiyasi $p > 1$ ga bog‘liq.

3. Cheksiz katta funksiyalar turlari va xossalari

3.1. Global (butun domen bo‘ylab) cheksizlik

Agar funksiya domen bo‘ylab hech qachon yuqori chegaraga ega bo‘lmasa, uni global cheksiz deb hisoblaymiz. Masalan: $f(x) = x^3$ yoki $f(x) = \sin(x) + x$ — ikkinchisi ham global cheksiz (chunki x komponenti cheksiz).

3.2. Lokal (nuqtaviy) cheksizlik

Masalan, $f(x) = 1/x$ funksiya $x = 0$ nuqtasida lokal cheksiz. Har qanday atrofdagi kichik intervalda funksiya ijobiy yoki manfiy tomonga cheksiz qiymatni olishi mumkin.

3.3. Asimptotik xatti-harakat

Cheksiz katta funksiyaning $x \rightarrow \infty$ yoki $x \rightarrow -\infty$ dagi xatti-harakati asimptotik tahlil bilan tasvirlanadi. Polinomial funksiya, eksponensial va logarifmik funksiyalar uchun bu xulq aniq:

4. Polinom: $\deg p \geq 1$ bo‘lsa, $p(x) \rightarrow \pm\infty$.
5. Eksponensial: e^{ax} , agar $a > 0$ bo‘lsa, $x \rightarrow \infty$ da cheksiz.
6. Logarifm: $\ln x$ $x \rightarrow \infty$ da cheksiz, lekin juda sekin.

3.4. Cheksizlik darajasi va taqqoslash

Funksiyalarni ularning o‘sish tezligi orqali taqqoslash mumkin: polinomial vs eksponensial vs logarifmik. Asimptotik belgilar (o , O , $\sim$) yordamida ifodalanadi.



4. Amaliy misollar va hisoblashlar

Misol 4.1. Lokal cheksiz: $f(x) = \frac{1}{x}$ nuqtada $x = 0$.

Yechim: Har qanday $M > 0$ olinsa, $0 < |x| < 1/M$ bo'lsa, $|1/x| > M$.

Demak $\lim_{x \rightarrow 0} 1/x = \infty$ (yo'lga qarab $+\infty$ yoki $-\infty$). Bu funksiya $x = 0$ da lokal cheksiz.

Misol 4.2. Asimptotik cheksiz: $f(x) = e^x$

Yechim: $\lim_{x \rightarrow \infty} e^x = \infty$; eksponensial funkciyanin o'sishi polinomlardan tezroq.

Misol 4.3. Improper integral: $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^p} dx$

Yechim:

7. Agar $p \neq 1$, $\int_1^{\infty} x^{-p} dx = \left[\frac{x^{1-p}}{1-p} \right]_1^{\infty}$. Shu ifoda cheksiz chegarada

konvergent bo'lishi uchun $1 - p < 0 \Rightarrow p > 1$ bo'lishi kerak.

8. Agar $p = 1$, integral $\int_1^{\infty} 1/x dx = \infty$ (divergent).

Demak, integral $p > 1$ bo'lganda konvergent, aks holda divergent.

Misol 4.4. Funksiya cheksizligining ta'siri: differensial tenglama yechimlari

Ba'zi differensial tenglamalar yechimlari o'z chegarasida cheksiz bo'lishi mumkin. Masalan, $y' = y^2$ bilan berilgan boshlang'ich qiymatlar masalasi $y(t) = 1/(C-t)$ turidagi singularlikni namoyon etishi mumkin. Bu holda yechim bir nuqtada blow-up qiladi (cheksizga o'sadi).



Misol 4.5. Grafik talqin

Grafik orqali cheksiz nuqtalar, vertikal/asimptotalar yordamida tasvirlanadi. Masalan, $y = 1/x$ grafikida $x = 0$ da vertikal asimptota ($x=0$); $y = \ln x$ uchun $x \rightarrow 0^+$ da $y \rightarrow -\infty$.

5. Xulosa

Cheksiz katta funksiyalar — matematik analizning muhim qismidir. Ular limitlar, integrallar va differensial tenglamalar bilan chambarchas bog‘liq. Tezida ko‘rsatilganidek, cheksizlikning lokal va global turlari mavjud, hamda har bir tur uchun maxsus hisoblash usullari va kriteriyalar qo‘llaniladi. Improper integrallar, singularliklar bilan ishlash hamda asimptotik tahlil cheksizlik bilan bog‘liq vazifalarni yechishda muhim vositalardir.

Tadqiqot davomida quyidagi yo‘nalishlar chuqurroq o‘rganilishi mumkin: kompleks analiz kontekstida essensial singularliklar, PDElarda blow-up hodisalari, shuningdek, statistik fizikada divergensiyaning fizik mazmuni.

Foydalanilgan adabiyotlar

- Rudin W. Principles of Mathematical Analysis.
- Apostol T. Calculus, Vol. 1.
- Kreyszig E. Advanced Engineering Mathematics.
- Fikhtengolts G. M. Differensial va integral hisob asoslari.
- Zorich V. A. Mathematical Analysis.