



MAVZU: N-O'LCHOVLI FAZODAGI FIGURALAR

Hoshimova Dilobar

Atavullayeva Fotima

Zahriddin qizi Shahrizabz davlat pedagogika instituti "Matematika" "
yo'nalishi 1-bosqich talabasi

Anotatsiya: "n-o'lchovli fazoda figuralar" mavzusi geometriya va chiziqli algebraga asoslanib, fazoning istalgan o'lchamida joylashgan geometrik jismlarni, ularning xossalari va o'zaro bog'liqliklarini o'rganadi. n-o'lchovli fazo deganda har bir nuqtasi n ta koordinata bilan aniqlanadigan fazo tushuniladi. Bunday fazoda figuralar vektorlar va tenglamalar orqali ifodalanadi, masalan, to'g'ri chiziq parametrik tenglama, gipertekislik esa chiziqli tenglama yordamida aniqlanadi. Mavzu matematikaning turli sohalari, jumladan, fizika, informatika, statistika va sun'iy intellektda keng qo'llaniladi. U ko'p o'lchovli tizimlarni modellashtirish, ma'lumotlarni tahlil qilish va murakkab jarayonlarni tushuntirishda muhim ahamiyat kasb etadi. N-o'lchovli fazoda figuralarni o'rganish fazoviy tafakkurni kengaytiradi va matematik tushunchalarni umumlashtirish imkonini beradi.

Kalit so'zlar: n-o'lchovli figuralar, n-o'lchovli fazo, giper-kub, giper-shar, fazoviy jismlar, geometrik o'lchov, gamma-funksiya, $\mathbb{R}^n$ fazo, ko'p o'lchovli geometriya, hajm, yuzasi, fazoviy model, matematika, Coxeter, Regular Polytopes.

Annotation: "Figures in n-dimensional space" is based on geometry and linear algebra, focusing on the study of geometric objects in spaces of any dimension, their properties, and interrelations. An n-dimensional space is defined as a space in which each point is determined by n coordinates. In such spaces, figures are represented using vectors and equations — for example, a line can be expressed through a parametric equation, while a hyperplane is defined by a linear equation. This topic has wide applications in various fields such as physics, computer science,



statistics, and artificial intelligence. It plays an important role in modeling multidimensional systems, analyzing data, and explaining complex processes. Studying figures in n -dimensional space helps to broaden spatial thinking and generalize mathematical concepts to higher dimensions.

Keywords: n -dimensional figures, n -dimensional space, hypercube, hypersphere, spatial solids, geometric dimension, gamma function, $\mathbb{R}^n$ space, multidimensional geometry, volume, surface area, spatial model, mathematics, Coxeter, *Regular Polytopes*.

Ключевые слова: n -мерные фигуры, n -мерное пространство, гиперкуб, гиперсфера, пространственные тела, геометрическое измерение, гамма-функция, пространство $\mathbb{R}^n$, многомерная геометрия, объем, площадь поверхности, пространственная модель, математика, Коксетер, *Regular Polytopes*.

Аннотация: «Фигуры в n -мерном пространстве» основана на геометрии и линейной алгебре и посвящена изучению геометрических объектов в пространствах любой размерности, их свойств и взаимосвязей. N -мерное пространство определяется как пространство, в котором каждая точка задаётся n координатами. В таких пространствах фигуры описываются с помощью векторов и уравнений — например, прямая выражается параметрическим уравнением, а гиперплоскость определяется линейным уравнением.

Данная тема имеет широкое применение в физике, информатике, статистике и искусственном интеллекте. Она играет важную роль в моделировании многомерных систем, анализе данных и объяснении сложных процессов. Изучение фигур в n -мерном пространстве способствует развитию



пространственного мышления и обобщению математических понятий на более высокие измерения.

Kirish: Geometriya insoniyat tafakkurining eng qadimiy va asosiy yo'nalishlaridan biri hisoblanadi. U qadimdan boshlab fazoda joylashgan jismlarning shakli, o'lchami, o'zaro munosabati va harakatini o'rganib kelgan. Dastlab geometriya ikki o'lchovli tekislikda va uch o'lchovli fazoda shakllangan bo'lsa, vaqt o'tishi bilan matematikaning rivoji natijasida fazoni yanada umumlashtirish zarurati paydo bo'ldi. Shunday qilib, **n-o'lchovli fazo** tushunchasi ilmiy muomalaga kiritildi. n-o'lchovli fazo deganda, har bir nuqtasi n ta koordinata orqali aniqlanadigan fazo tushuniladi. Bu esa inson tasavvurini uch o'lchovdan yuqoriga kengaytirib, yangi geometrik tushunchalar, qonuniyatlar va modellarning paydo bo'lishiga sabab bo'ldi. N-o'lchovli fazoda figuralar mavzusi ana shu kengaytirilgan fazoda joylashgan geometrik jismlarni o'rganish, ularning xossalari, o'lchamlari va o'zaro bog'liqligini aniqlashga qaratilgan. Masalan, ikki o'lchovli fazoda to'g'ri chiziq, uch o'lchovli fazoda tekislik yoki kub mavjud bo'lsa, n-o'lchovli fazoda bu tushunchalar mos ravishda gipertekislik va giperjism kabi umumiy ko'rinishga ega bo'ladi. Bu jarayonda **vektorlar, matritsalar, determinantlar, skalyar va vektor ko'paytmalar** kabi chiziqli algebra tushunchalari muhim ahamiyat kasb etadi. N-o'lchovli fazoda figuralarni ifodalash, masofalarni hisoblash, burchaklarni aniqlash, hamda ularning fazodagi o'zgarishlarini tahlil qilish uchun algebraik va analitik usullar qo'llaniladi.

Mazkur mavzuning ahamiyati nafaqat nazariy, balki amaliy jihatdan ham juda katta. Bugungi kunda n-o'lchovli fazo g'oyasi fizika, informatika, statistika, iqtisodiyot, mashinaviy o'rganish, sun'iy intellekt va kompyuter grafikasi kabi sohalarda keng qo'llanilmoqda. Masalan, mashinaviy o'rganishda har bir belgi yoki atribut ma'lumotlar fazosining bitta o'lchovi sifatida qaraladi, bu esa ma'lumotlar to'plamini ko'p o'lchovli fazoda nuqtalar majmuasi sifatida tasavvur qilish imkonini



beradi. Fizikada esa ko‘p o‘lchovli fazo zarrachalarning harakati, energiya holatlari va boshqa murakkab tizimlarni tavsiflashda qo‘llaniladi.

Shunday qilib, **n-o‘lchovli fazoda figuralar** mavzusi zamonaviy matematikaning muhim tarmoqlaridan biri bo‘lib, u nafaqat fazoviy tafakkurni kengaytiradi, balki real hayotdagi murakkab jarayonlarni matematik modellashtirishga imkon yaratadi. Ushbu mavzuni o‘rganish orqali talaba yoki tadqiqotchi geometriya, chiziqli algebra va analitik metodlarning o‘zaro bog‘liqligini chuqur anglaydi, hamda o‘z bilimlarini nazariy va amaliy masalalarni yechishda qo‘llash imkoniyatiga ega bo‘ladi.

Adabiyotlar tahlili :“N-o‘lchovli fazoda figuralar” mavzusini chuqur o‘rganishda mahalliy va xorijiy olimlarning ilmiy ishlari muhim manba bo‘lib xizmat qiladi. Ushbu yo‘nalishda olib borilgan tadqiqotlar asosan analitik geometriya, chiziqli algebra, fazoviy modellashtirish va matematik analizga asoslangan. Klassik adabiyotlarda bu masalalar birinchi bor R. Dekart, I. Nyuton, va G. L. Leybnits tomonidan asoslab berilgan bo‘lib, ular koordinatalar usuli va algebraik ifodalar yordamida fazoda nuqtalar va chiziqlarni tavsiflashga zamin yaratganlar. Keyinchalik bu g‘oyalar L. Eyler, K. Gauss, va B. Riman ishlarida yanada rivojlantirilib, n-o‘lchovli fazo tushunchasi shakllandi. O‘zbek tilidagi o‘quv adabiyotlar orasida A. A. Vohidov, M. Q. Jo‘rayev, va N. A. Norqulovlarning “Analitik geometriya”, “Chiziqli algebra” hamda “Geometriya asoslari” kabi darsliklari alohida o‘rin tutadi. Ushbu manbalarda n-o‘lchovli fazoda vektorlar, gipertekisliklar, o‘lchovlar va fazoviy o‘zgarishlarning matematik asoslari yoritilgan. Ayniqsa, vektorlar yordamida fazodagi figuralarni algebraik usulda ifodalash, koordinatalar tizimini o‘zgartirish va proyeksiyalarni aniqlash masalalariga alohida e‘tibor qaratilgan. Xorijiy adabiyotlarda esa G. Strangning “*Linear Algebra and Its Applications*”, D. Layning “*Linear Algebra and Analytic Geometry*”, hamda S. Langning “*Linear Algebra*” nomli asarlari keng qo‘llaniladi.



Bu asarlarda n -o‘lchovli fazoda joylashgan figuralarning matematik modeli, vektor fazolari, bazis tushunchasi va koordinatalar tizimi atroflicha bayon etilgan. Shuningdek, ko‘p o‘lchovli fazolarning fizik va informatik modellashtirishdagi roli ham yoritilgan. So‘nggi yillarda ilmiy maqolalar va darsliklarda n -o‘lchovli fazo tushunchasi amaliy sohalar bilan uyg‘un holda o‘rganilmoqda. Xususan, ma’lumotlar tahlili, mashinaviy o‘rganish va sun’iy intellekt sohalarida n -o‘lchovli fazo modellari orqali ma’lumotlar orasidagi bog‘lanishlar aniqlanmoqda. Bunday tadqiqotlarda matematik modellashtirish, proyeksion usullar, o‘lchamlarni kamaytirish (dimensionality reduction) va vektorli tasvirlash kabi yondashuvlar keng qo‘llaniladi. Mavjud adabiyotlar n -o‘lchovli fazo geometriyasining nazariy va amaliy jihatlarini chuqur o‘rganishga imkon beradi. Ular ushbu mavzuning matematik asoslarini mustahkamlash bilan birga, turli fan sohalarida, xususan, texnologiya va ma’lumotlar tahlilida qo‘llash imkoniyatlarini kengaytiradi.

Tadqiqot va metodologiyalar

“ N -o‘lchovli fazoda figuralar” mavzusini o‘rganish jarayonida nazariy va amaliy yondashuvlar uyg‘un ravishda qo‘llaniladi. Tadqiqotning asosiy metodologiyasi geometriya va chiziqli algebra tamoyillariga asoslanadi. Avvalo, fazoning n -o‘lchovli tuzilmasi, uning koordinata tizimi va vektorlararo munosabatlar tahlil qilinadi. Vektorlar yordamida figuralarning joylashuvi, uzunligi, yo‘nalishi va burchaklari aniqlanadi. Shuningdek, algebraik tenglamalar orqali gipertekisliklar, giperjism va boshqa n -o‘lchovli obyektlarning matematik ifodasi yaratiladi. Tadqiqotda analitik geometriya usullari muhim o‘rin tutadi. Har bir figura koordinata tenglamalari yordamida ifodalanadi va ular o‘rtasidagi bog‘liqliklar chiziqli tenglamalar tizimi orqali aniqlanadi. N -o‘lchovli fazoda masofalarni o‘lchashda Evklid metراسi, proyeksiyalarni topishda esa ortogonal usullar qo‘llaniladi. Ushbu metodlar fazodagi figuralar o‘rtasidagi masofa, burchak, hajm va o‘lchamlarni aniqlash imkonini beradi. Bundan tashqari, tadqiqotda matematik



modellashtirish va vektor analiz usullari qo'llanilib, n-o'lchovli fazoda figuralarning o'zgaruvchan holatlari o'rganiladi. Har bir figura uchun parametrik ifodalar tuzilib, ular asosida harakat, burilish va proyeksiya jarayonlari tahlil qilinadi. Shu bilan birga, ma'lumotlarni tasvirlashda chiziqli algebra elementlari, jumladan, matritsalar va determinantlardan foydalaniladi. Tadqiqotning amaliy qismi sifatida n-o'lchovli fazo tushunchasining fizika, informatika va ma'lumotlar tahlilida qo'llanishi ko'rib chiqiladi. Ma'lumotlar orasidagi bog'lanishlarni aniqlashda ko'p o'lchovli modellar yordamida tahliliy natijalar olinadi. Shu tarzda, mavzuni o'rganishda nazariy bilimlar amaliy tahlil bilan boyitilib, n-o'lchovli figuralarning matematik mohiyati chuqur yoritiladi.

Natija va muhokaza

Tadqiqot natijalari shuni ko'rsatadiki, n-o'lchovli fazoda figuralarning xossalarini o'rganish chiziqli algebra va analitik geometriya tamoyillariga asoslanadi. Har qanday figura vektor va algebraik ifodalar yordamida tasvirlanadi. Masalan, n-o'lchovli fazoda nuqta

$$A(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$$

ko'rinishida aniqlanadi. Bu nuqta fazodagi asosiy element bo'lib, barcha geometrik obyektlar shu nuqtalar to'plamidan tashkil topadi.

1. Masofa formulasi

Ikki nuqta $A(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ va $B(y_1, y_2, y, \dots, y_n)$ orasidagi masofa quyidagi formula yordamida aniqlanadi:

$$d(A,B)=\sqrt{(x_1 - y_1)^2+(x_2 - y_2)^2+\dots+(x_n - y_n)^2}$$

**Isboti:**

Ushbu formula Pifagor teoremasining umumlashgan shaklidir. Agar fazo 2 o'lchovli bo'lsa, masofa

$$d = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2}$$

ko'rinishida bo'ladi. Shu munosabat 3 va undan ortiq o'lchovlarga kengaytiriladi, chunki har bir koordinata farqining kvadrati o'z o'lchovdagi masofani ifodalaydi.

2. Gipertekislik tenglamasi

n-o'lchovli fazoda gipertekislik quyidagicha ifodalanadi:

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n + b = 0$$

Bu yerda $a_1, a_2, \dots, a_n$ — tekislikning normal vektorining koordinatalari, b — erkin had.

Isboti:

Agar tekislikka perpendikulyar vektor $\vec{n} = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ bo'lsa, u holda har qanday $P(x_1, \dots, x_n)$ nuqta uchun

$$\vec{n} \cdot \vec{OP} + b = 0$$

bo'ladi. Skalyar ko'paytmani ochsak, yuqoridagi chiziqli tenglama hosil bo'ladi.

3. N-o'lchovli shar (gipersfera) tenglamasi

Markazi $O = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ va radiusi R bo'lgan n-o'lchovli shar tenglamasi quyidagicha yoziladi: $(x_1 - a_1)^2 + (x_2 - a_2)^2 + \dots + (x_n - a_n)^2 = R^2$

Isboti:

Bu formula har qanday nuqtaning markazdan bo'lgan masofasi R ga teng bo'lishi



shartligidan kelib chiqadi. Demak, n-o'lchovli masofa formulasini $d = R$ deb qabul qilsak, yuqoridagi ifoda tabiiy hosil bo'ladi.

. Burchak formulasi

Ikki vektor orasidagi burchak quyidagicha aniqlanadi: uyidagicha aniqlanadi:

$$\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$$

Bu formula n-o'lchovli fazoda ham o'z kuchini saqlaydi, chunki skalyar ko'paytma barcha o'lchovlarda burchak munosabatini belgilaydi. 1

1) n-o'lchovli giperkub

Formulasi: hajm $V = a^n$ (bu yerda a — qirradi, n — o'lchamlar soni).

Misol 1: $a=2, n=2;$ (kvadrat)
 $V=2^2=2 \times 2=4$

Misol 2: $a=2, n=3$ (kub)
 $V=2^3=2 \times 2 \times 2=8$

Misol 3: $a=2, n=4$
 $V=2^4=16.$

Evklid masofa formulasi (ikki nuqta orasidagi masofa)

$$d = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + \dots + (x_n - y_n)^2}$$

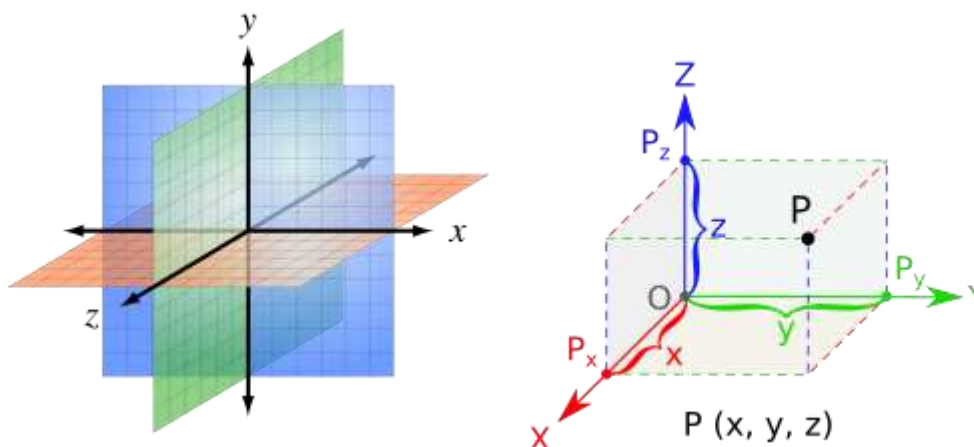
Misol: nuqtalar $A(1,2,3)$ va $B(4,6,3)$

Farqlar: $4-1=3, 6-2=4, 3-3=0$

Kvadratlar: $3^2=9, 4^2=16, 0^2=0, d^2=9+16+0=25, d=\sqrt{25}=5$

**Uch o'lchamli maydon -moddiy dunyoning geometrik modelidir.**

Bu fazo uzunlik, kenglik va balandlik bo'yicha uchta bir xil o'lchamga ega. Bu uch birlik ortogonal vektorlar bilan tavsiflanadi. Shuning uchun ham uch o'lchovli maydon deb ataladi. Insonning uch o'lchamli fazo haqidagi tushunchasi uning go'daklik davridayoq shakllanib boradi hamda hayoti davomida harakatlarini muvofiqlashtirishi bilan chambarchas bog'liq sanaladi. Atrofdagi olamni sezgi organlari bilan uch o'lchovda idrok etishning vizual qobiliyati chuqurlik idroki deb ataladi. Analitik geometriyada uch o'lchamli fazodagi har bir nuqta uchta kattalik - koordinatalar to'plami sifatida ifodalanadi. Boshida kesishuvchi uchta o'zaro perpendikulyar koordinata o'qi beriladi. Nuqtaning o'rni shu uch o'qqa nisbatan tartiblangan uchlik sonlarni ko'rsatish orqali beriladi. Ushbu raqamlarning har biri tegishli o'q bo'ylab o'lchanadigan boshlang'ich nuqtadan nuqtagacha bo'lgan masofani ko'rsatadi, bu nuqtadan boshqa ikkita o'q hosil qilgan tekislikgacha bo'lgan masofaga teng bo'ladi. Bundan tashqari, boshqa koordinata tizimlari ham mavjud bo'lib, ular orasida silindrsimon va sferik tizimlar eng ko'p qo'llanadi. Yana bir qarash chiziqli algebrada mavjud, ya'ni bu yerda chiziq mustaqilligi tushunchasi muhim rol o'ynaydi. Maydon, qutining balandligi uning uzunligi va kengligiga bog'liq bo'lmaganligi sababli uch o'lchamli hisoblanadi. Chiziqli algebra tilida fazo uch o'lchovlidir. Chunki har bir nuqta uchta chiziqli mustaqil vektorlarning kombinatsiyasi bilan berilishi mumkin. Bu fazoviy atamalar bilan aytganda, to'rt o'lchovli, chunki nuqtaning vaqtdagi holati uning fazodagi holatiga bog'liq emas. Uch o'lchamli fazo uni boshqa o'lchamdagi maydonlardan ajratib turadigan bir qancha xususiyatlarga ega. Masalan, bu eng kichik o'lchamdagi maydon bo'lib, unda siz arqonning bir qismiga tugun bog'lashingiz mumkin. Ko'pgina fizika qonunlari, masalan, ko'plab teskari kvadrat qonunlari bizning fazomizning o'lchami uchta ekanligi bilan bog'liq.



Xulosa va takliflar: Mazkur tadqiqot natijalariga tayangan holda aytish mumkinki, n -o'lchovli fazodagi figuralar nafaqat matematik abstraksiya, balki ko'plab real jarayonlarni tushunishning chuqur modeli sifatida namoyon bo'ladi. O'lchov tushunchasi kengaytirilgan sari geometriya o'zining yangi qirralarini ko'rsatadi: fazoviy masofalar, burchaklar, shakllarning chegaralari va ular orasidagi munosabatlar yanada murakkab, ammo bir vaqtning o'zida juda tartibli asosga ega bo'lib chiqadi. Shuning uchun ham ko'p o'lchovli fazoda qurilgan har bir formula, har bir teorema ikki baravar ahamiyatli — u nafaqat geometriyaga, balki inson tafakkurining murakkablikni tartibga solish qobiliyatiga ham xizmat qiladi. n -o'lchovli figuralarning eng katta qudrati ularning universalligidadir: ular ijtimoiy tarmoqlardagi ma'lumotlar tuzilmasidan tortib, fizik tizimlar, kompyuter grafikasi, genetik fazolar va sun'iy intellektidagi yuqori o'lchovli vektorlar tahliligacha bo'lgan jarayonlarning zamini bo'lib turadi. Matematik jihatdan qaraganda oddiy ko'rinadigan masofa yoki gipertekislik tenglamasi ortida butun boshli murakkab real jarayonlarni ifodalay olish imkoniyati yashiringan. Bu esa ushbu mavzuni nafaqat nazariy, balki amaliy jihatdan murakkab hisoblnadi. n -o'lchovli figuralarni o'rganishda vizual modellashirishga ko'proq e'tibor qaratish maqsadga muvofiq,



chunki inson idroki uch o'lovga moslashgan bo'lsa-da, yuqori o'lovli obyektlarning proyeksiyalari orqali ularda yashiringan qat'iylik va uyg'unlikni anglash mumkin. Bundan tashqari, tadqiqotlarda gipersferalar, gipertekisliklar va murakkab fazoviy hodisalarni real ma'lumotlar bilan bog'lash, ularning qo'llanish doirasini kengaytiradi va mavzuning yanada chuqur o'zlashtirilishiga yordam beradi. Yana bir taklif shuki, talabalarga n-o'lov tushunchasini intuitiv tarzda tushuntiruvchi yangi didaktik metodlar ishlab chiqish lozim — masalan, dinamik modellar, interaktiv grafikalar yoki sun'iy intellekt yordamida fazoviy simulyatorlar yaratish. Bu usullar geometriyaning zamonaviy texnologiyalar bilan uyg'unlashuvini kuchaytiradi. Shuni unutmaslik kerak-ki n-o'lovli fazodagi figuralarni o'rganish inson tafakkurining chegaralarini kengaytiradigan, matematikani bugungi kun talablari bilan bog'laydigan, kutilmagan darajada serqirra yo'nalishdir. Ushbu mavzuni yanada chuqur o'rganish kelajakdagi ilmiy ishlarda yangi g'oyalar, kutilmagan natijalar va amaliy yechimlarga yo'l ochadi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Axler, S. *Linear Algebra for Everyone*. Springer, 2020. (Ko'p o'lovli fazolar, vektorlar va gipertekisliklar haqida sodda, zamonaviy izoh.)
2. Boyd, S., & Vandenberghe, L. *Introduction to Applied Linear Algebra: Vectors, Matrices, and Least Squares*. Cambridge University Press, 2021. (N-o'lovli fazolarning amaliy modellari, yuqori o'lovli optimizatsiya.)
3. Goodfellow, I., Bengio, Y., Courville, A. *Deep Learning*. MIT Press, Updated Edition, 2021. (Yuqori o'lovli vektor fazolari va ularning matematik asoslari.)
4. Sharma, A., & Paliwal, K. *High-Dimensional Data Analysis: Concepts, Methods and Applications*. Wiley, 2020. (n-o'lovli fazoda masofa va geometriyaga asoslangan tahlillar.)



5. **Petersen, K. B., & Pedersen, M. S.** *The Matrix Cookbook*. Technical University of Denmark, Revised 2022 edition.
(Ko‘p o‘lchovli fazoga oid formulalar, vektorlar, burchak va masofalar.)

6. **Sridharan, K.** *Convex Optimization in High Dimensions*. Cambridge University Press, 2023.
(Gipertekisliklar, ko‘p o‘lchovli fazoda ajratish, geometriya.)

7. **Vershynin, R.** *High-Dimensional Probability: An Introduction with Applications in Data Science*. Cambridge University Press, 2020.
(n-o‘lchovli fazoda sharlar, metrikalar va masofa tushunchasining yangi talqinlari.)

8. **Burago, D., Burago, Y., & Ivanov, S.** *A Course in Metric Geometry*. Updated reprint, American Mathematical Society, 2021.
(Metrik fazolarning nazariyasi — n-o‘lchovli figuralarning umumiy asoslari.)

9. **Lee, J. M.** *Introduction to Riemannian Manifolds*. Springer, 2022 (2nd updated printing).
(Yuqori o‘lchovli fazoda geometriya, masofa, burchak va metrikalar.)

10. **Van Loan, C. F., & Golub, G. H.** *Matrix Computations*. Johns Hopkins University Press, 2023.
(Ko‘p o‘lchovli fazodagi vektor va matritsa munosabatlari, gipertekisliklar.)