



MATRITSIYALAR, USTIDAGI AMALLARNING XOSSALARINI ISBOTLASH

Zaxiriddinova Shaxlo Zahiriddin qizi

Shahrisabz davlat pedagogika insitituti

''Matematika va ta'limda axborot texnologiyalari'' kafedrası o'qituvchisi

Norova Mumina Avaz qizi

Shahrisabz davlat pedagogika instituti

''Matematika'' yo'nalishi 1-bosqich talabasi

Annotatsiya; *Ushbu maqolada chiziqli algebra bo'limining asosiy tushunchalaridan biri bo'lgan **matritsiyalar** va ular ustida bajariladigan*

***amallar**- qo'shish , ko'paytirish , skalyar bilan ko'paytirish hamda transponirlash amallarining **asosiy xossalari** nazariy jihatdan tahlil qilinadi va isbotlanadi. Matritsiyalar ustida bajariladigan amallar chiziqli tenglamalar sistemasini yechishda hamda raqamli hisoblashlarda muhim o'rin tutadi.*

*Maqolada har bir amal uchun **assotsiativlik**, ya'ni birlashtirish xossasi , **kommutativlik**, ya'ni o'rin almashtirish xossasi , **distributivlik**, ya'ni taqqoslash yoki taqsimlash xossalari*dan foydalanamiz . Shuningdek, **birlik va nol matritsalarining** amallardagi o'rni hamda **teng o'lchamli matritsalar** uchun amal bajarish shartlarini ko'rib chiqamiz.

*Umumiy holda aytganda, maqolada keltirilgan xossalari chiziqli algebra, analitik geometriya va hisoblash matematikasidagi ko'plab masalalarni qiyalmasdan yechish uchun **nazariy asos** bo'lib xizmat qiladi .*

Kalit so'zlar; *matritsa , chiziqli algebra ,matritsalar ustida amallar , assotsiativlik, kommutativlik , distributivlik , transponirlash ,isbot .*



KIRISH

Matritsa tushunchasi birinchi marta ingliz matematiklari U. Gamilton (1805-1865 yillar) va A.Kel (1821-1895yillar) ishlarida uchraydi. Matritsalar va ularning amallari chiziqli algebra va matematik tahlilning muhim qismlaridan biri hisoblanadi. Matritsalar nafaqat teoretik matematikada, balki amaliy sohalarda ham keng qo'llaniladi. Ular fizikadagi muammolarni, iqtisodiyotdagi modellarni, statistika va mashinaviy o'zgarish sohalaridagi tahlillarni, shuningdek, kompyuter grafikasini yaratishda foydalaniladi. Matritsalar va ularning xossalari ko'plab matematik muammolarni soddalashtirishga yordam beradi, ayniqsa, chiziqli tenglamalar va transformatsiyalarni hal qilishda katta ahamiyatga ega.

Matritsalar ustida bajariladigan asosiy chiziqli amallar: qo'shiq, matritsa va skalyar sonni ko'paytirish, matritsalarini ko'paytirish va transponivarka qilishdir. Har bir amal o'zining xossalari bilan ajralib turadi va ular algebraik manipulatsiyalarni ancha soddalashtiradi. Matritsalarini transponirovka qilish, masalan, geometriya va fizika kabi sohalarda, shuningdek, boshqa ilmiy sohalarda matritsalar va ularning elementlarini tahlil qilish uchun muhim vosita hisoblanadi.

MATRITSA VA UNING TURLAR

***Matritsa** – bu m ta satr va n ta ustundan iborat bo'lgan quyidagi to'rtburchakli jadvalga aytiladi.*

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & \dots & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & \dots & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & \dots & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$



A matritsaning i -satr va j -ustunda joylashgan elementi a_{ij} bilan belgilanadi.

$A=(a_{ij})$, ($i=1, m$ $j=1, n$) yozuv A matritsa a_{ij} elementlardan tashkil topganini bildiradi:

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

$1 \times n$ o'lchamli matritsaga **satr matritsa** yoki **satr-vektor** deyiladi.

$m \times 1$ o'lchamli matritsaga **ustun matritsa** yoki **ustun vektori** deyiladi

$n \times n$ o'lchamli matritsaga **n -tartibli kvadrat matritsa** deyiladi

Bosh diagonalda joylashmagan barcha elementlari nolga teng bo'lgan

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_{22} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Matritsaga **diagonal matritsa** deyiladi.

$$a_{11} = a_{22} = \dots = a_{nn} = 1$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} \quad \text{ko'rinishga keladi, uni **birlik matritsa** deb}$$

ataladi



MATRITSALAR USTIDA ARIFMETIK AMALLAR

Matritsalar ustida chiziqli amallar – bu matritsalarini qo’shish, ayirish, skalyar bilan ko’paytirish va matritsalarini ko’paytirish kabi asosiy matematik operatsiyalardir. Bu amallar chiziqli algebra fanining asosini tashkil qiladi va ko’plab texnik va ilmiy sohalarda , jumladan , kompyuter grafikasi , fizika , muhandislik va iqtisodiyotda keng qo’llaniladi.

Matritsalarini qo’shish va ayirish, ularning o’lchamlari bir xil bo’lgandagina mumkin bo’ladi va mos elementlar ustida amalga oshiriladi . Skalyar bilan ko’paytirishda matritsaning har bir elementi skalyarga ko’paytiriladi . Matritsani ko’paytirish uchun birinchi matritsaning ustunlar soni ikkinchi matritsaning qatorlar soniga teng bo’lishi kerak .

Asosiy chiziqli amallar.

Matritsalar qo’shish va ayirish: Ikki matritsa bir xil o’lchamlarga ega bo’lsa , ularni qo’shish yoki ayirish mumkin . Buning uchun mos pozitsiyadagi elementlarni bir-biriga qo’shish yoki ayirish lozim .

Misol; A va B matritsalarini berilgan bo’lsa $A+B=?$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 2 & 3 & 6 \\ 5 & 2 & 7 \end{pmatrix}$$

$$A+B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 2 & 3 & 6 \\ 5 & 2 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+1 & 2+0 & 3+4 \\ 4+2 & 5+3 & 6+6 \\ 7+5 & 8+2 & 9+7 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 7 \\ 6 & 8 & 12 \\ 12 & 10 & 16 \end{pmatrix}$$



Skalyar bilan ko'paytirish: Matritsaning har bir elementlari berilgan skalyar songa ko'paytirish orqali amalga oshiriladi.

$$\text{Misol; } 3 * \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \\ 6 & 1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 * 1 & 3 * 0 & 3 * 2 \\ 3 * 4 & 3 * 2 & 3 * 3 \\ 3 * 6 & 3 * 1 & 3 * 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 6 \\ 12 & 6 & 9 \\ 18 & 3 & 15 \end{pmatrix}$$

Matritsalar ni ko'paytirish ; Matritsalar ni ko'paytirish qoidalari biroz murakkabroq . Birinchi matritsaning ustunlari soni ikkinchi matritsaning satrlari soniga teng bo'lishi kerak. Natijaviy matritsaning har bir elementi birinchi matritsaning mos ustun elementlarini ko'paytirish va ularni qo'shish orqali hisoblanadi.

$$\text{Misol; Agar } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix} \text{ va } B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad A * B = ?$$

$$A * B =$$

$$\begin{pmatrix} 1 * 1 + 0 * 0 + 0 * 0 & 1 * 2 + 0 * 1 + 0 * 3 & 1 * 3 + 0 * 2 + 0 * 1 \\ 2 * 1 + 1 * 0 + 3 * 0 & 2 * 2 + 1 * 1 + 3 * 3 & 2 * 3 + 1 * 2 + 3 * 1 \\ 1 * 1 + 2 * 0 + 4 * 0 & 1 * 2 + 2 * 1 + 4 * 3 & 1 * 3 + 2 * 2 + 4 * 1 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 14 & 11 \\ 1 & 18 & 11 \end{pmatrix}$$

Matritsaning chiziqli amallar xossalari

Matritsalar qo'shishning kommutativligi; A va B bir xil o'lchamli matritsalar bo'lsa, unda

$$A + B = B + A$$

$$A = (a_{ij}), B = (b_{ij}) \text{ bo'lsin.}$$

Matritsalar qo'shilishi elementma- element aniqlangan;



$$(A+B)_{ij}=a_{ij}+b_{ij}, \quad (B+A)_{ij}=b_{ij}+a_{ij}$$

Kompleks sonlar kommutativ bo'lgani uchun ; $a_{ij}+b_{ij}=b_{ij}+a_{ij}$

Har bir i, j uchun tenglik tug'ri, butun matritsa uchun ham to'g'ri. Demak $A+B=B+A$.

Matritsalar qo'shishning assotsiativligi ; $(A+B)+C=A+(B+C)$

*Chap taraf; $((A+B)+C)_{ij}=(a_{ij}+b_{ij})+c_{ij}$ o'ng taraf ;
 $(A+(B+C))_{ij}=a_{ij}+(b_{ij}+c_{ij})$. Sonlar assotsiativ bo'lgani uchun ;
 $(a_{ij}+b_{ij})+c_{ij}=a_{ij}+(b_{ij}+c_{ij})$. Demak, matritsa tenglik ham to'g'ri.*

Nol matritsa mavjudligi. Har bir A matritsa uchun shunday 0 matritsa borki, $A+0=A$

0 matritsa elementlari hammasi 0 bo'lgan matritsa.

Elementlar bo'yicha ; $(A+0)_{ij}=a_{ij}+0=a_{ij}$. Demak, $A+0=A$

*Qarama-qarshi matritsa mavjudligi; Har bir A matritsa uchun –
 A shundayki, $A+(-A)=0$*

$$(A+(-A))_{ij}=a_{ij}+(-a_{ij})=0. \text{ Demak, } A+(-A)=0$$

Skalyar ko'paytirishning distributivligi (matritsa bo'yicha)

$$\lambda(A+B)=\lambda A+\lambda B$$

*Chap taraf ; $(\lambda(A+B))_{ij}=\lambda(a_{ij}+b_{ij})$, o'ng taraf; $(\lambda A+\lambda B)_{ij}=\lambda a_{ij}+\lambda b_{ij}$.
Sonlar distributive bo'lgani uchun; $\lambda(a_{ij}+b_{ij})=\lambda a_{ij}+\lambda b_{ij}$ tenglik har bir
element uchun to'g'ri matritsa uchun ham to'g'ri.*

Skalyarlarning distributivligi (skalyar bo'yicha) $(\lambda+\mu)A=\lambda A+\mu A$



Chap taraf; $[(\lambda + \mu)A]_{ij} = (\lambda + \mu)a_{ij}$, o'ng taraf $(\lambda a + \mu A)_{ij} = \lambda a_{ij} + \mu a_{ij}$. Sonlar distributivligi; $(\lambda + \mu)a_{ij} = \lambda a_{ij} + \mu a_{ij}$.

Skalyar ko'paytirishning assotsiativligi. $(\lambda \mu)A = \lambda(\mu A)$

Chap taraf; $[(\lambda \mu)A]_{ij} = (\lambda \mu)a_{ij}$, o'ng taraf; $[\lambda(\mu A)]_{ij} = \lambda(\mu a_{ij})$

Sonlar assotsiativligi sabab;

$(\lambda \mu)a_{ij} = \lambda(\mu a_{ij})$.

1 ning neytralligi $1A = A$

*$(1A)_{ij} = 1 * a_{ij} = a_{ij}$. Demak, $1A = A$*

Xulosa

Matritsalar ustida bajariladigan amallar- qo'shish, skalyar ko'paytirish va matritsa ko'paytirish- chiziqli algebra nazariyasining eng asosiy tushunchalaridan biridir. Ushbu amallarni matematik jihatdan asoslash, ular haqidagi xossalarni isbotlash matritsalar bilan bog'liq barcha nazariy va amaliy masalalarning poydevorini tashkil etadi. Matritsalar qo'shilishi elementma -element aniqlangani sababli bu amal haqiqiy sonlar ustidagi qo'shishning barcha xossalarini meros qilib oladi. Natijada, matritsalar qo'shishining kommutativlik, assotsiativlik, nol matritsaning mavjudligi va qarama -qarshi matritsaning mavjudligi kabi xossalari isbotlandi. Xuddi shuningdek, skalyar ko'paytirish ham sonlarning oddiy arifmetik xossalarga tayangan holda distributivlik, assotsiativlik va birlik sonning neytralligi kabi xossalarga ega ekanligi ko'rsatildi. Matritsa ko'paytirish esa ancha murakkabroq tushunchaga ega bulsada, u ham o'ziga hos tarzda assotsiativ, distributiv, hamda birlik matritsa mavjudligi kabi muhim xossalarga ega ekani isbotlandi. Ushbu xossalari matritsalar yordamida chiziqli tenglamalar sistemalari va turli amaliy modellarni tasvirlash imkonini beradi.



Xulosa qilib aytganda , matritsa amallari va ularning xossalarini isbotlash nafaqat nazariy matematikaning muhim bo'lagi , balki fizika, informatika ,statistika , iqtisodiyot ,injenering va boshqa ko'plab sohalarda qo'llaniladigan chiziqli algebra metodlarining asosini tashkil etadi. Ushbu xossalar matritsalar bilan ishlashning ishonchli va samarali usulidir.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

B.O.Xo'jayev , M.X.Choriyev – Oliy matematika

Sh.Yoldoshev -Oliy matematika (1-qism)

E .Fayziboyev ,Z.I. Suleymenov, B. A. Xudoyorov -Oliy matematika misol va masalalar tuplami.

T. Jurayev -Oliy matematika