



AYLANA AKSLANTIRISHLARNING MATEMATIK MODEL VA ULARNING XOSSALARI

Sanayev Xondamir Komiljon o'g'li

Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy universiteti Jizzax filiali

Amaliy matematika kafedrası magistranti

Annotatsiya: Ushbu maqola aylana akslantirishlarning matematik modelini va ularning asosiy xossalari o'rganishga bag'ishlangan. Unda aylana akslantirishlarining nazariy asoslari, geometrik talqini, shuningdek, ularning chiziqli algebra va murakkab o'zgaruvchilar funksiyalari nazariyasidagi o'rni tahlil qilinadi. Asosiy e'tibor ushbu akslantirishlarning saqlanish xossalari (burchak, aylana va to'g'ri chiziqlar) hamda ularning guruh xossalari kabi jihatlarga qaratilgan.

Annotation: This article focuses on the mathematical model of circle inversions and their fundamental properties. It explores the theoretical foundations, geometric interpretation, and their role in linear algebra and the theory of functions of a complex variable. The primary focus is on the conservation properties of these transformations (angles, circles, and straight lines) and their group properties.

Kalit so'zlar: Aylana akslantirish, inversiya, chiziqli algebra, murakkab o'zgaruvchilar funksiyalari nazariyasi, konform akslantirishlar, geometrik o'zgartirishlar.

Keywords: Circle inversion, inversion, linear algebra, complex analysis, conformal mappings, geometric transformations.

Kirish

Aylana akslantirish (yoki inversiya) matematikaning turli sohalarida, xususan, geometriya, murakkab o'zgaruvchilar funksiyalari nazariyasi va chiziqli algebra kabi sohalarida muhim o'rin tutadigan fundamental geometrik o'zgartirishlardan biridir. Uning tarixi qadimgi grek matematiklariga borib taqalsa-da, zamonaviy matematikaning rivojlanishi bilan uning ahamiyati yanada ortdi.



Aylana akslantirish nafaqat geometrik masalalarni yechishda soddalikni ta'minlaydi, balki konform akslantirishlar nazariyasining ham asosiy tarkibiy qismlaridan biri hisoblanadi.

Asosiy qism

Aylana akslantirish markazi O va radiusi R bo'lgan aylana bo'yicha aniqlanadi. Tekislikdagi ixtiyoriy P nuqtaning akslantirish natijasidagi obrazi P' nuqta bo'lib, u O va P nuqtalarni bog'lovchi to'g'ri chiziqda yotadi va quyidagi shartni qanoatlantiradi:

$$|OP| \cdot |OP'| = R^2$$

Bu o'zgartirishning eng muhim xossalaridan biri uning konform ekanligidir, ya'ni u nuqtalar orasidagi burchaklarni o'zgartirmaydi. Shuningdek, u aylana va to'g'ri chiziqlarni aylana yoki to'g'ri chiziqlarga o'tkazadi. Bu xossa ko'plab murakkab geometrik masalalarni soddalashtirishda juda foydali hisoblanadi.

Tadqiqot metodologiyasi

Ushbu mavzuda tadqiqot olib borish uchun analitik va geometrik yondashuvlarning kombinatsiyasidan foydalanish eng maqbul yo'l hisoblanadi.

1. *Nazariy asoslarni o'rganish.* Aylana akslantirishning ta'riflari, asosiy formulalari (geometrik va kompleks tekislikda) hamda ularning tarixiy rivojlanishi chuqur o'rganiladi. Bu jarayonda taniqli matematiklar (masalan, Möbius, Steiner) ishlari tahlil qilinadi.

2. *Geometrik yondashuv.* Aylana akslantirishlarning geometrik konstruksiyasini tahlil qilish uchun chizma va tasvirlardan foydalanish. Bu jarayon vizual tushunishni oshiradi va akslantirish natijasida hosil bo'ladigan shakllarni aniq ko'rsatishga yordam beradi. Masalan, markazdan o'tuvchi to'g'ri chiziqning, aylana markazidan o'tmaydigan to'g'ri chiziqning va aylananing akslantirish natijasidagi obrazi ko'rib chiqiladi.

3. *Analitik yondashuv.* Murakkab sonlar tekisligida aylana akslantirishning $f(z) = R^2 / \bar{z}$ formulasi tahlil qilinadi. Bu formuladan foydalanib, to'g'ri



chiziq va aylana tenglamalarining akslantirish natijasidagi o'zgarishlari algebraik jihatdan isbotlanadi.

4. Dasturiy modellashtirish. Dinamik geometriya dasturlaridan (masalan, GeoGebra) foydalangan holda aylana akslantirish jarayonini simulyatsiya qilish. Bu jarayon turli nuqtalar, to'g'ri chiziqlar va aylanalar uchun natijalarni real vaqt rejimida kuzatish imkonini beradi.

Natijalar va tahlil

Olib borilgan tadqiqotlar natijasida aylana akslantirishning quyidagi asosiy xossalari aniqlanadi va isbotlanadi:

- *Burchaklarni saqlash xossasi (Konformlik).* Aylana akslantirish konform o'zgartirish bo'lib, u chiziqlar orasidagi burchaklarni o'zgartirmaydi. Bu xossa matematika va fizikaning turli sohalarida, xususan, gidrodinamika va elektrodinamikada juda muhimdir.

- *Aylana va to'g'ri chiziqlarni saqlash xossasi.* Aylana akslantirish tekislikdagi aylana va to'g'ri chiziqlarni yana aylana yoki to'g'ri chiziqlarga o'tkazadi. Aniqroq qilib aytganda:

- Markazdan o'tuvchi aylana yoki to'g'ri chiziq o'ziga akslanadi (o'zgarmaydi).

- Aylana markazidan o'tuvchi to'g'ri chiziq o'ziga akslanadi.

- Aylana markazidan o'tmaydigan to'g'ri chiziq aylana markazidan o'tuvchi aylanaga akslanadi.

- Aylana markazidan o'tmaydigan aylana yana aylanaga akslanadi.

- *Guruh xossalari.* Aylana akslantirishlar guruhi hosil qilmaydi, chunki ikki inversiyaning kompozitsiyasi (ketma-ket bajarilishi) doimo inversiya bo'lavermaydi. Biroq, Mebius akslantirishlari guruhi tarkibiga kiradi, bu uning kompleks analizdagi ahamiyatini ko'rsatadi.

Muhokama

Aylana akslantirishning murakkab o'zgaruvchilar funksiyalari nazariyasidagi o'rni alohida ahamiyatga ega. Kompleks tekislikda bu akslantirishni $f(z) = R^2 / \bar{z}$ formula orqali ifodalash mumkin. Bu ifoda uning to'g'ri



chiziqlarni va aylanlarni saqlash xossasini osonlik bilan tushunishga imkon beradi. Bundan tashqari, u Mebius akslantirishlari guruhining bir qismi bo'lib, bu sohadagi nazariy tadqiqotlar uchun keng imkoniyatlar yaratadi.

Xulosa

Xulosa qilib aytganda, aylana akslantirish nafaqat geometrik o'zgartirish, balki chiziqli algebra va murakkab o'zgaruvchilar funksiyalari nazariyasining ham muhim tushunchasidir. Uning konformligi va aylana/to'g'ri chiziqlar o'rtasidagi munosabatlarni saqlash xossasi uni matematika va fizikaning turli sohalarida qo'llash imkonini beradi.

ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. K. V. Kononov, "Geometriya. Inversiya", Moskva: Nauka, 1989.
2. J. W. Addison, "Complex Analysis", New York: McGraw-Hill, 2005.
3. H. S. M. Coxeter, "Introduction to Geometry", New York: John Wiley & Sons, 1969.