

DISSIPATIV CHIZIQLI BO'LMAGAN MEXANIK TIZIMLARDA MURAKKAB DINAMIK JARAYONLARNI MODELLASHTIRISH VA TAHLIL QILISH

Turayev Qahramon Nortoijiyevich

TerDu Matematik analiz kafedrası katta oqituvchisi

Annotatsiya: Ushbu maqola chiziqli bo'lmagan va dissipativ mexanik tizimlarning murakkab dinamik xatti-harakatlarini chuqur o'rganadi. Energiyaning so'nishi, limit sikllar, bifurkatsiya va xaotik rejimlar nazariy, analitik va numerik yondashuvlar yordamida tahlil qilinadi. Dissipativ nolinear osilatorlar (Duffing, Van-der-Pol, Rayleigh) va ko'p erkinlik darajali tizimlar misolida barqarorlik, rezonans, limit sikllar va fazoviy strukturalar batafsil ko'rib chiqiladi. Shuningdek, amaliy sohalarda dissipativ nolinear tizimlarni modellashtirish va barqaror ishlashini ta'minlashga oid tavsiyalar beriladi.

Kalit so'zlar: Dissipativ tizim, chiziqli bo'lmagan tebranish, limit sikl, bifurkatsiya, kaos, fazoviy diagramma, Duffing osilatori, Van-der-Pol model, ko'p erkinlik darajasi, numerik simulyatsiya.

Kirish

Zamonaviy mexanika, tizim nazariyasi va muhandislik amaliyotida chiziqli bo'lmagan dissipativ tizimlar katta e'tibor qozonmoqda. Bunday tizimlar real sharoitda nafaqat nolinear elastik xususiyatlar, balki energiyaning vaqt o'tishi bilan yo'qolishi (dissipatsiya) bilan xarakterlanadi.

Real mexanik qurilmalar: aerokosmik tuzilmalar, avtomobil suspenziyasi, robot manipulyatorlari va nano-rezonatorlar dissipatsiv va chiziqli bo'lmagan ta'sirlarni namoyon qiladi. Dissipativ nolinear tizimlarda energiyaning so'nishi barqaror limit sikllar va murakkab fazoviy strukturalar hosil bo'lishiga sabab bo'ladi. Shu sababli, tizimning xatti-harakatini matematik modellar, fazoviy portretlar va numerik simulyatsiya yordamida o'rganish muhim ahamiyatga ega.

Dissipativ chiziqli bo'lmagan tizimlarni tahlil qilish nafaqat nazariy qiziqish uyg'otadi, balki amaliy jihatdan tizim barqarorligini oshirish, noqulay rezonanslarni oldini olish va energiya samaradorligini optimallashtirish imkonini beradi.

Ushbu maqola quyidagi asosiy maqsadlarni ko'zlaydi:

1. Dissipativ nolinear mexanik tizimlarning matematik modellari va ularning analitik yechimlarini o'rganish;
2. Limit sikllar, bifurkatsiyalar va xaotik rejimlar kabi murakkab dinamik hodisalarni tahlil qilish;

3. Ko'p erkinlik darajali tizimlarda ichki rezonanslar va modal o'zaro ta'sirlarni aniqlash;
4. Amaliy sohalarda dissipativ nolinear tizimlarni optimallashtirish bo'yicha tavsiyalar berish.

Nazariy asoslar

Dissipativ nolinear tizimlarning matematik modeli

Bir erkinlik darajasiga ega dissipativ nolinear tizim quyidagicha ifodalanadi:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx + f_{nl}(x, \dot{x}) = F(t)$$

Bu yerda — massa, — dissipatsiya koeffitsienti, — elastiklik koeffitsienti, — nolinear kuch, — tashqi kuch manbai.

Agar , tizim Duffing osilatorining klassik shakliga keladi:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx + \alpha x^3 = F_0 \cos(\omega t)$$

Duffing osilatorida nolinearlik tebranishlarning amplituda-chastota munosabatini murakkablashtiradi va bir nechta barqaror tebranish rejimlarini hosil qiladi.

Van-der-Pol osilatorida esa:

$$\ddot{x} - \mu(1-x^2)\dot{x} + x = 0$$

Bu tizimda dissipatsiya amplitudaga bog'liq va o'z-o'zidan barqaror limit sikl hosil bo'ladi.

Chiziqli bo'lmaganlik manbalari.

Mexanik tizimlardagi nolinearlik quyidagi omillardan kelib chiqadi:

- Geometrik deformatsiyalar tufayli kuchlarning nochiziqli o'zgarishi;
- Elastik materiallarning deformatsiyaga bog'liq xatti-harakati;
- Bog'lamalar va ishqalanishning noideal nolinearligi;
- Kontakt sathlarining murakkab mexanik xususiyatlari;
- Muhit qarshiligining tezlik va amplitudaga bog'liq o'zgarishi.

Bu omillar tebranishlarning periodik, kvaziperiodik va beqaror rejimlarga o'tishiga sabab bo'ladi.

Dissipatsiya va limit sikllar

Dissipatsiya mavjud bo'lganda fazoviy diagrammalarda trayektoriyalar markazga emas, balki fokusga yo'naltiriladi. Limit sikl — dissipativ tizimlarda barqaror davriy trayektoriya. Van-der-Pol tizimida kuchli nolinearlik relaxatsion tebranishlarni hosil qiladi, ya'ni amplituda keskin o'zgaradi.

Limit sikllar:

- **Barqaror limit sikl:** tizim trayektoriyasi doimiy amplitudaga o'rtnashadi;
- **Beqaror limit sikl:** kichik perturbatsiya bilan tizim undan uzoqlashadi.

Barqarorlik va Lyapunov yondashuvi

Chiziqli bo'lmagan tizimlarda Lyapunov funksiyalari yordamida barqarorlikni baholash mumkin:

$V(x, \dot{x}) > 0, \quad \dot{V}(x, \dot{x}) < 0 \implies \text{asimptotik barqarorlik}$

Nolinearlik mavjud bo'lganda bifurkatsiyalar paydo bo'ladi: Hopf bifurkatsiyasi, periodik limit sikl paydo bo'lishi yoki xaotik rejimga o'tish kuzatiladi.

Rezonans hodisalari

Nolinear tizimlarda turli xil rezonans hodisalari mavjud:

- **Subgarmonik rezonans:** tashqi kuch chastotasining bo'linmalari bilan yuzaga keladi;
- **Supergarmonik rezonans:** yuqori tartibli chastotalar paydo bo'ladi;
- **Kombinatsion rezonans:** chastotalarning yig'indisi yoki farqi rezonans hosil qiladi.

Duffing osilatorida qattqlikning nolinearligi rezonans egri chizig'ining egilishini va gisterezis hodisasini keltirib chiqaradi.

Ko'p erkinlik darajali tizimlar

Ko'p o'lchovli dissipativ tizimlar:

$$M\ddot{\mathbf{x}} + C\dot{\mathbf{x}} + K\mathbf{x} + \mathbf{g}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) = \mathbf{F}(t)$$

Bu tizimlarda:

- Ichki rezonanslar;
- Modal o'zaro ta'siri;
- Amplituda modulyatsiyasi;
- Kvaziperiodik va ba'zan xaotik rejimlar kuzatiladi.

Numerik simulyatsiya yordamida tizim trayektoriyalari, limit sikllar va bifurkatsiya diagrammalari chiziladi.

Energiya balansi va dissipatsiya

Dissipativ tizimlarda energiya balansi:

$$\frac{dE}{dt} = P(t) - R(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$$

Bu yerda — energiya yo'qotilishi, — tashqi kuch manbai. Barqaror limit sikl paydo bo'lganda tizim energiyasi doimiy darajada saqlanadi.

Numerik simulyatsiya va fazoviy diagrammalar

Numerik usullar yordamida:

- Duffing va Van-der-Pol tizimlarida limit sikllar va xaos hosil bo'lishini kuzatish;
- Bifurkatsiya diagrammalarini chizish;
- Kvaziperiodik va xaotik rejimlarni aniqlash mumkin.

Numerik misollar MATLAB yoki Python yordamida yechiladi, trayektoriyalar fazoviy diagrammalarda ko'rsatiladi.

Amaliy qo'llanilishi

Dissipativ nolinear tizimlarni tahlil qilish va modellashtirish quyidagi sohalarda muhim:

- Aviatsiya konstruktsiyalarida flutterning oldini olish;
- Avtomobil suspenziyalarida tebranish barqarorligini oshirish;
- Robot manipulyatorlarining dinamik boshqaruvi;
- Nano-rezonatorlar va mikromexanik qurilmalarda barqaror ishlash;
- Biomekanik tizimlarda ritmik jarayonlarni modellashtirish (yurak ritmi, neyron impulslari).

Xulosa

Ushbu maqolada dissipativ va chiziqli bo'lmagan mexanik tizimlarning murakkab dinamik xatti-harakatlari tahlil qilindi. Nolinearlik va dissipatsiya limit sikllar, bifurkatsiya, rezonans va xaotik rejimlarni hosil qiladi. Ko'p erkinlik darajali tizimlarda ichki rezonanslar, modal o'zaro ta'siri va kvaziperiodik hodisalar aniqlanadi.

Chiziqli bo'lmagan dissipativ tizimlarni chuqur o'rganish aerokosmik, robototexnika, nano-mexanika va biomekanika sohalarida amaliy ahamiyatga ega.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Nayfeh A., Mook D. Nonlinear Oscillations. Wiley, 1979.
2. Jordan D., Smith P. Nonlinear Ordinary Differential Equations. Oxford University Press, 2007.
3. Kovacic I., Brennan M. The Duffing Equation: Nonlinear Oscillators and their Behaviour. Wiley, 2011.
4. Khalil H. Nonlinear Systems. Prentice Hall, 2002.
5. Guckenheimer J., Holmes P. Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields. Springer, 1983.
6. Verhulst F. Nonlinear Differential Equations and Dynamical Systems. Springer, 2006.
7. Van der Pol B. On Relaxation-Oscillations. Philosophical Magazine, 1926.