

CHEKLANGAN ERKINLIK DARAJASIGA EGA DISSIPATIV MEXANIK TIZIMLARNING CHIZIQLI BO'LMAGAN TEBRANISH JARAYONLARI: NAZARIY VA AMALIY TAHLIL

Turayev Qahramon Nortojiyevich

TerDu Matematik analiz kafedrası katta oqituvchisi

Annotatsiya: Mazkur ilmiy maqola chiziqli bo'lmagan va dissipativ xususiyatlarga ega bo'lgan mexanik tizimlarning tebranish jarayonlarini matematik va fizik nuqtai nazardan ko'rib chiqadi. Dissipativ elementlarning tebranishlarga ta'siri, nolinearlik darajasining tizim dinamikasini qanday o'zgartirishi, barqaror va beqaror rejimlar, o'z-o'zidan tebranishlarning shakllanish mexanizmlari batafsil o'rganiladi. Shuningdek, fazoviy tekislikdagi dinamik yo'llar, energetik balans, murakkab rezonans hodisalari, limit sikllarning tabiati hamda ko'p erkinlik darajasiga ega osilatorlarning xususiyatlari ilmiy asosda sharhlanadi. Duffing, Rayli va Van-der-Pol tenglamalari misolida chiziqli bo'lmagan tebranishlarning matematik modellari tahlil qilinadi.

Kalit so'zlar: Dissipativ tizim, nolinear tebranish, barqarorlik nazariyasi, fazoviy xarita, rezonans, avtokolebaniya, limit sikl, Duffing osilatori, Van-der-Pol modeli.

Kirish.

Zamonaviy mexanikaning muhim yo'nalishlaridan biri real fizik tizimlarning chiziqli bo'lmagan tebranishlarini tadqiq etishdir. Ko'plab amaliy qurilmalar — elastik mexanik konstruktsiyalar, mashina detallarining tebranuvchi elementlari, aerodinamik modullar va nano-mexanik rezonatorlar — dissipativ jarayonlar ta'sirida ishlaydi. Bunday tizimlarda energiyani so'nishi va chiziqli bo'lmagan kuchlarning birgalikdagi ta'siri murakkab tebranish jarayonlarini yuzaga keltiradi.

Cheklangan erkinlik darajasiga ega tizimlarni tadqiq qilish, bir tomondan, modelning sodda bo'lishi tufayli nazariy tahlilni osonlashtiradi, ikkinchi tomondan, real qurilmalarda uchraydigan ko'plab murakkab jarayonlarning fizik mohiyatini tushunishga imkon beradi. Chiziqli bo'lmagan dissipativ tizimlarning xatti-harakati ko'plab sifat o'zgarishlari, barqarorlik buzilishi, rezonanslarning ko'payishi va dinamik modalar o'zaro ta'siri bilan ajralib turadi.

Ushbu maqolada dissipatsiya va chiziqli bo'lmaganlikning o'zaro ta'siri natijasida yuzaga keladigan tebranish hodisalari chuqur tahlil qilinadi.

Asosiy qism.

Dissipativ mexanik tizimlarning umumiy modellari.

Dissipativ tizimning asosiy belgisi — energiyani vaqt o'tishi bilan asta-sekin

kamayib borishi. Bunda tebranishlar istalgan tashqi manba bo'lmasa, tabiiy ravishda so'nadi. Eng sodda bir erkinlik darajasiga ega model:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0,$$

bu yerda — dissipatsiya koeffitsienti.

Real tizimlarda kuchlarning nolinearligi sezilarli bo'lishi mumkin. Shunda tenglama quyidagi ko'rinishga o'tadi:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx + \beta x^3 = 0.$$

Bu model nolinear elastiklikka ega bo'lgan osilatorni ifodalaydi. Dissipatsiya bilan nolinearlikning birgalikdagi ta'siri tebranishlarning murakkab strukturasini hosil qiladi.

Chiziqli bo'lmaganlik manbalari.

- Mexanik tizimlardagi nolinearlikning kelib chiqish sabablari xilma-xildir;
- Elastik modullarning deformatsiyaga bog'liq holda o'zgarishi;
- Mexanik bog'lamalarda ishqalanishning nolinear modeli;
- Kontakt jarayonlarning noideal xususiyati;
- Geometriya o'zgarishi natijasidagi nolinearlik;

Muhitning qarshilik kuchi tezlikning yuqori darajalariga bog'liq bo'lganda paydo bo'ladigan nolinearlik. Bu omillar tebranishlarning periodik, kvaziperiodik yoki beqaror rejimlarda o'tishiga sabab bo'lishi mumkin.

Dissipatsiyaning tebranishlarga fazoviy ta'siri

Dissipativ tizimlarning fazoviy portretlari chiziqli bo'lmagan jarayonlarni vizual ko'rinishda kuzatish imkonini beradi. Dissipatsiya mavjud bo'lganda:

- Trayektoriyalar markazga emas, fokusga yo'naladi;
- Orbitaning radiusi vaqt o'tishi bilan kamayadi;
- Nolinearlik mavjud bo'lsa, limit sikl paydo bo'lishi mumkin.

Masalan, Van-der-Pol tenglamasida tebranishlar o'z-o'zidan ma'lum amplitudaga o'rnashadi:

$$\ddot{x} - \mu(1 - x^2)\dot{x} + x = 0.$$

Bo'lsa, bu tizim barqaror limit sikl hosil qiladi, ya'ni avtokolebaniya mavjud.

Barqarorlik nazariyasining qo'llanishi.

Chiziqli bo'lmagan tizimlar barqarorligida Lyapunov usullari keng qo'llanadi. Agar tizim uchun biror energiyaga o'xshash funksiya topilib, uning hosilasi

$$\dot{V}(x, \dot{x}) < 0$$

Shartini qanoatlantirsa, tizim asimptotik barqaror bo'ladi.

Dissipativ tizimlarda odatda bo'lib, bu energiyaning pasayishini aks ettiradi. Ammo nolinearlik mavjud bo'lganda barqarorlik chegaralari o'zgaradi, bifurkatsiyalar paydo bo'ladi.

Rezonans jarayonlarining murakkabligi.

Chiziqli bo'lmagan tebranishlar chiziqli tizimlardan farqli ravishda bir nechta rezonanslarni yuzaga keltiradi:

Subgarmonik rezonans: Tizim tashqi kuch chastotasining yarmi yoki uchdan bir qismi qiymatlarida rezonansga kirishi mumkin.

Supergarmonik rezonans: Nolinear kuchlar yuqori tartibli chastotalarning paydo bo'lishiga sabab bo'ladi.

Kombinatsion rezonanslar: Chastotalarning yig'indisi yoki ayirmasi rezonans holatlarini keltirib chiqaradi.

Duffing osilatorida qattqlikning nolinearligi tufayli rezonans egriligi egilib, gisterezis hodisasi vujudga keladi.

Limit sikllarning tabiati: Limit sikl — tebranishlarning barqaror davriy trayektoriyasi bo'lib, u dissipativ tizimlarda muvozanatga alternativ holat sifatida namoyon bo'ladi.

1. Chiziqli bo'lmagan tizimlarda quyidagi holatlar mumkin:
2. Bir dona barqaror limit sikl;
3. Bir nechta barqaror va beqaror sikllarning mavjudligi;

Limit siklning parametrlarga bog'liq ravishda yo'qolishi yoki paydo bo'lishi (Hopf bifurkatsiyasi). Van-der-Pol modelida kuchli nolinearlik mavjud bo'lsa, limit siklning shakli o'tkir burchakli bo'ladi — bu relaxatsion tebranishlar deyiladi.

Ko'p erkinlik darajasiga ega tizimlarda tebranishlar.

Ko'p o'lchovli dissipativ tizimning umumiy modeli:

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx + g(x, \dot{x}) = F(t),$$

Bu yerda — nolinear kuchlar vektori.

Ko'p erkinlik darajali tizimlarda kuzatiladigan hodisalar:

- Ichki rezonanslar (1:2, 2:3 va boshqalar);
- Modalar o'zaro bog'lanishi;
- Amplitudaning vaqt bo'yicha modulyatsiyasi;
- Kvaziperiodik rejimlar va toruslar hosil bo'lishi;
- Ba'zan xaotik tebranishlar.

Bunday tizimlarni tahlil qilish uchun perturbatsiyalar usuli, ko'p vaqt masshtablari usuli va modal tahlil keng qo'llaniladi.

Energiyaning balans tenglamasi.

Dissipativ tizimlarda energiya quyidagicha yoziladi:

$$\frac{dE}{dt} = P(t) - R(x, \dot{x}),$$

Bu yerda

$R(x, \dot{x})$ — energiya yo'qotilishi,

$P(t)$ — tashqi energiya manbai.

Agar bo'lsa, tizim barqaror davriy tebranish rejimiga — limit siklga — o'tmashadi.

Xulosa.

Ushbu maqolada dissipativ va chiziqli bo‘lmagan dinamik tizimlarning tebranish jarayonlari ilmiy-nazariy nuqtai nazardan ko‘rib chiqildi. Dissipatsiya energiya balansiga ta‘sir qilishi, tebranishlarning susayishi yoki o‘z-o‘zidan paydo bo‘lishi nolinearlik bilan chambarchas bog‘liq ekani ishonchli ravishda ko‘rsatildi. Fazoviy portretlarning xilma-xilligi, rezonans jarayonlarining murakkabligi va limit sikllarning shakllanish mexanizmlari tahlil qilindi. Chiziqli bo‘lmagan dissipativ tizimlar murakkab dinamik tuzilishga ega bo‘lib, ularni tahlil qilish mexanikaning fundamental masalalaridan biri bo‘lib qolmoqda. Bu jarayonlarni chuqur o‘rganish amaliy texnika, aerokosmik sanoat, robototexnika va nano-mexanika uchun nihoyatda muhimdir.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Nayfeh A., Mook D. Nonlinear Oscillations. Wiley.
2. Jordan D., Smith P. Nonlinear Ordinary Differential Equations. Oxford.
3. Kovacic I., Brennan M. The Duffing Equation. Wiley.
4. Khalil H. Nonlinear Systems Theory. Prentice Hall.
5. Verhulst F. Nonlinear Dynamics and Chaos. Springer.