NOSTANDART MASALA TUSHUNCHASI

Andijon davlat unversteti
Fizika matematika va IT fakulteti o'qtuvchisi
K.Ismoilov
Fizika matematika va IT fakulteti
Amaliy matematika 2-kurs talabasi
S.N'matjonova
Andijon davlat unversiteti
Akademik litesey O'qtuvchisi
Dehqonov Xojakbar

ANNOTATSIYA

Mazkur maqolada nostandart masala tushunchasining mazmun-mohiyati ochib berilgan hamda ularning standart masalalardan farqli jihatlari yoritilgan. Turli misollar asosida nostandart masalalarni yechish jarayonida ularni standart masalalarga keltirish yoki bir nechta sodda masalalarga ajratish usullari ko'rsatib berilgan. Shuningdek, nostandart masalalarning o'quvchilarda mantiqiy fikrlash, tahlil qilish va muammoli vaziyatlardan chiqish ko'nikmalarini shakllantirishdagi ahamiyati asoslab berilgan.

KALIT SO`ZLAR: nostandart masala, standart masala, matematik tafakkur, tenglama, masalani tahlil qilish, algoritm, ijodiy yondashuv, muammoli vaziyat, shakl almashtirish, matematik model.

KIRISH

Matematika ta'limida masalalar yechish o'quvchilarning mantiqiy tafakkurini rivojlantirish, mustaqil fikrlashini shakllantirish va nazariy bilimlarini amaliyotda qo'llash ko'nikmasini hosil qilishda muhim ahamiyat kasb etadi. Ayniqsa, standart va nostandart masalalar o'rtasidagi farqni anglash hamda ularni yechish usullarini o'zlashtirish o'quv jarayonining samaradorligini oshiradi. Standart masalalar ma'lum algoritm yoki qoida asosida yechilsa, nostandart masalalar o'quvchidan ijodiy yondashuv, chuqur tahlil va mavjud bilimlarni mos ravishda qo'llay olishni talab qiladi. Ushbu maqolada nostandart masala tushunchasi, uning o'ziga xos jihatlari hamda ularni yechish jarayonining metodik asoslari tahlil qilinadi.

Nostandart masala tushunchasi

Ma'lumki standart va nostandart masala tushunchasiga umumiy o'rta ta'lim maktabi, akademik litsey va oliy o'quv yurtlari matematika kursida tez-tez duch kelamiz. Shuning uchun ham o'quvchi talabalar eng avvvalo standart va nostandart masala tushunchasini mazmun-mohiyatini yoritish bo'yicha ko'plab uslubchi olimlar turlicha fikrlar berganlar. Ularga L.M.Fridman, E.N.Turetskiy, S.Alixonov, A.U.Umirbekov, Sh.Sh.Shaabzalov, D.Poya va hokazolarni keltirish mumkin.

Standart masalaning asosiy belgisi uni yechish uchun matematikada umumiy qonun va qoidalarning mavjudligi hamda ular asosida masalani yechish dasturini tuzish mumkinligidir.

Standart masalaning mazmun-mohiyati va ta'rifdan foydalangan holda nostandart masalaga quyidagicha ta'rif berish mumkin.

Matematika kursidagi biror masalani yechishning aniq dasturini ko'rsatuvchi umumiy qonun-qoidalar mavjud bo'lmasa, u holda bunday masalani nostandart masala deb ataladi.

Nostandart masalani o'ziga xos xususiyatlarini yoritish maqsadida bir nechta misollarni ko'rib o'tamiz.

1-masala. Sayyoh daryodan sayyohlar turar joyigacha masofani 6 soatda o'tishni mo'ljalladi. Ammo yo'lga chiqqanda 2 soat keyin o'z tezligini $0{,}5\ km/soat$ ga kamaytirdi va sayyohlar turar joyiga 30 minut kechikib keldi. Sayyoh dastlab qanday tezlik bilan yurgan?

Yechish. Berilgan masala matnli(harakatga doir) masaladir. Bunga o'xshash masalalarni yechish uchun aniq bir dastur(ketma-ketlik) mavjud emas. Lekin bunday masalalarni yechib bo'lmaydi degani emas. Amalda bunday masalalarni yechish uchun ham yo'l-yo'riqlarini ko'rsatish mumkin.

Sayyohning dastlabki tezligini $x\ km/soat$ deymiz. U holda u 6 soatda $6x\ km$ yurishi kerak. Ammo sayyoh dastlabki 2 soatda $x\ km/soat$ tezlik bilan $2x\ km$, keyin esa 4,5 soatda $(x-0{,}5)\ km/soat$ tezlik bilan $4{,}5(x-0{,}5)km$ masofani o'tdi. Shunday qilib sayyoh jami $2x+4{,}5(x-0{,}5)km$ masofani o'tdi. Shunday qilib biz $2x+4{,}5(x-0{,}5)=6x\ km$ tenglamaga ega bo'ldik. Bu tenglama chiziqli tenglama bo'lib, uning yechimi $x=4{,}5$ bo'ladi. Demak, sayyoh dastlabki 2 soatda $4{,}5\ km/soat$ tezlik bilan yurgan.

Javob: $4{,}5\ km/soat$.

Masalani yechish jarayonini taxlil qilamiz:

1. Masala matnli(harakatga doir) masaladir, demak uni yechish uchun tenglama tuzish kerak.
2. Izlanayotgan kattalik x bilan belgilanadi va qolgan noma'lumlarni u orqali ifodalanadi.
3. Hosil qilingan ifodalardan tenglama tuzildi.

Ko'rish mumkinki, bu yerda masalani yechish uchun aniq bir yo'l yo'riq yoki dastur yo'q. Lekin masalani yechish uchun biz oldin egallagan bilimlarimiz va tajribalaramiz asosida standart masalaga keldik, ya'ni bu maxsus yo'l(tenglama tuzish) bilan berilgan masalaga ekvivalent bo'lgan standart masalaga keldik.

2-masala. O‘zgaruvchining qanday qiymatlarida $\frac{y}{y-3}$ va $\frac{6}{y+3}$ kasrlar yig‘indisi ularning ko‘paytmasiga teng bo‘ladi?

Yechish. Berilgan kasrlarning yig‘indisini topamiz:

$$\frac{y}{y-3}+\frac{6}{y+3}=\frac{y^2+9y-18}{y^2-9}$$

Endi berilgan kasrlar ko‘paytmasini topamiz:

$$\frac{y}{y-3}\cdot\frac{6}{y+3}=\frac{6y}{y^2-9}$$

Hosil bo‘lgan kasrlarni taqqoslab, ularni maxrajlari bir xil ekanligini va u kasrlar teng bo‘lishi kerakligini, hamda ularning umumiy maxraji nolga teng bo‘lmasligini ta’kidlaymiz. Shunday qilib biz $y^2-9\neq 0$ shartda $y^2+9y-18=6y$ tenglamani yechishimiz kerak.

$y^2+9y-18=6y, y^2+3y-18=0;\ y_1=3, y_2=-6.$ Hosil bo‘lgan ildizlardan $y^2-9\neq 0$ shartni faqat $y=-6$ qanoatlantiradi.

Javob: -6.

Masalani yechish jarayonini kuzatib u quyidagi sodda masalalardan iborat ekanligini ko‘ramiz:

1) Ikkita kasrni yig‘indisini topish(standart masaka);
2) Ikkita kasrni ko‘paytmasini topish(standart masala);
3) Kvadrat tenglamani yechish(standart masala);
4) $y^2-9\neq 0$ shartni tekshirish(standart masala);

Demak, bu holda berilgan standart masalani yechish to‘rtta standart masalani yechishga keltirildi.

3-masala. Asoslari $12sm$ va $20sm$, diagonallar esa o‘zaro perpendikulyar bo‘lgan teng yonli trapetsiyaning yuzi topilsin.

Berilgan: 1) $AB\parallel CD$; 2) $AD=BC$; 3) $AC\perp BD$; 4) $AB=20sm$; 5) $CD=12sm$.

Topish kerak: $S_{trapetsiya}$ ni.

Yechish: Trapetsiyaning yuzi $S_{tr}=\frac{a+b}{2}\cdot h$ formula bilan hisoblanai. Bu yerda a va b trapetsiyaning asoslari, h uning balandligi. Trapetsiyaning asoslari berilgan. Demak, masala trapetsiyaning balandligini topishga keltiriladi.

Trapetsiyaning balandligini o‘tkazamiz. Bu holda balandlikni dioganallar kesishgan O nuqta orqali o‘tkazish maqsadga muvofiqdir. Demak, $MN\perp AB$ va MN trapetsiya balandligidir, ya’ni $MN=h$. Bu yerda M va N trapetsiya asoslarining o‘rtalari bo‘lgani uchun $MA=10sm, DN=6sm.$ Huddi shunday $\angle AOM=\angle DON=45°$. ΔAOM va ΔDON lar teng yonli va to‘g‘ri burchaklidir. U holda, $OM=MA=10sm, ON=DN=6sm.$ Demak, $h=OM+ON=10+6=16sm.$

Endi trapetsiya yuzini topish formulasi bo‘yicha uni yuzini hisoblaymiz:

$$S_{tr}=\frac{a+b}{2}\cdot h=\frac{20+12}{2}\cdot 16=16\cdot 16=256sm^2.$$

Berilgan masalani yechish quyidagi ketma-ketlikdan iborat:

1) Trapetsiyaning yuzini topish masalasi uning balandligini topishga keltiriladi;
2) Trapetsiyaning balandligini topish masalasi quyidagicha ikkita sodda masalaga keltirildi: a) MN balandlikning MO qismini uzunligini topish; b) MN balandlikning ON qismiini uzunligini topish;
3) 2 a), b) masala o‘z vaqtida yana ikkita masalaga keltirildi; a) berilgan trapetsiyaga nisbatan MN to‘g‘ri chiziq nimani anglatishini; b) AOM va DON uchburchaklarning MO va ON tomonlarini aniqlash;
4) 3 a) masalani yechish natijasida MN to‘g‘ri chiziq trapetsiyaning simmetriya o‘qi ekanligi aniqlanadi. Bu esa MA va DN larni hamda AOM va DON burchaklarni topish imkonini beradi;
5) 4) masalani yechish jarayonida olingan natija va trapetsiya dioganallarining o‘zaro perpendikulyarlik sharti AOM va DON uchburchaklarni teng yonli to‘g‘ri burchakli ekanligini aniqlashga imkon yaratadi.
6) 3 b) masala to‘g‘ri burchakli teng yonli uchburchakning bir kateti ma’lum bo‘lganda, ikkinchi katetni topish imkonini berdi.

6-masalani yechib 2-masalaga, so‘ngra berilgan masalaga qaytildi.

4-misol. Agar $sin37°=\alpha$ bo‘lsa, $sin16°$ ni α orqali ifodalang.

Yechish. $sin37°=\alpha$ ni har ikkala tomonini kvadratga ko‘taramiz. $sin^2 37°=\alpha^2$. Buni har ikkala tomonini 2 ga ko‘paytiramiz: $2sin^2 37°=2\alpha^2$. $2sin^2\alpha=1-cos^2\alpha$ formulani qo‘llaymiz. Bizda $\alpha=37°$ bo‘gani uchun $2sin^2 37°=1-cos^2 74°$ bo‘ladi va $1-cos^2 74°=2\alpha^2$ ga ega bo‘lamiz. Bundan $cos^2 74°=1-2\alpha^2$ kelib chiqadi. Navbatda $cos74°=sin16°$ tenglamadan foydalanamiz. Natijada $sin16°=1-2\alpha^2$ kelib chiqadi.

Javob: $1-2\alpha^2$.

5-misol. $\log_a b=-\frac{1}{4}$ bo‘lsa, $\log_a\left(a^{\frac{1}{2}}b^{-3}\right)$ ni toping.

Yechish: $\log_a b=-\frac{1}{4}$ dan $b=a^{-\frac{1}{4}}$ ni topamiz va uni ikkinchi ifodaga qo‘yamiz.

$$\log_a\left(a^{\frac{1}{2}}b^{-3}\right)=\log_a\left[a^{\frac{1}{2}}\cdot\left(a^{-\frac{1}{4}}\right)^{-3}\right]=\log_a\left(a^{\frac{1}{2}}\cdot a^{\frac{3}{4}}\right)=\log_a a^{\frac{5}{4}}=\frac{5}{4}.$$

Javob: $\frac{5}{4}$.

6-misol. To‘g‘ri burchakli uchburchakning gipotenuzasi $13m$. Agar uning har bir kateti $3m$ ga uzaytirilsa, uning gipotenuzasini uzunligi $4m$ ga ortadi. Uchburchak katetlarining uzunliklari topilsin.

Yechish: $AB = c = 13m, BC = a, AC = b$ deb olsak, masala shartiga asosan $a^2 + b^2 = 169$ va $(a+3)^2 + (b+3)^2 = 289$ bo‘ladi. Xosil bo‘lgan tengliklarni sistema qilib yechamiz.

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 169 \\ (a+3)^2 + (b+3)^2 = 289 \end{cases}, \quad \begin{cases} a^2 + b^2 = 169 \\ a^2 + b^2 + 6a + 6b + 18 = 289 \end{cases},$$

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 169 \\ a^2 + b^2 + 6(a+b) = 271 \end{cases}, \quad \begin{cases} a^2 + b^2 = 169 \\ 169 + 6(a+b) = 271 \end{cases},$$

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 169 \\ 6(a+b) = 102 \end{cases}, \quad \begin{cases} a^2 + b^2 = 169 \\ a + b = 17 \end{cases}, \quad \begin{cases} a^2 + b^2 = 169 \\ a^2 + b^2 + 2ab = 289 \end{cases},$$

$$\begin{cases} a + b = 17 \\ 2ab = 120 \end{cases}, \quad \begin{cases} a + b = 17 \\ ab = 60 \end{cases}, \quad a_1 = 12, \quad a_2 = 5, \quad b_1 = 5,$$

$$b_2 = 12.$$

Javob: (12,5), (5,12)

Ko‘rib o‘tilgan misollardan, har qanday nostandart masalani yechish jarayoni quyidagi asossiy qadamni qilishni taqazo etishini ko‘ramiz.

1) Ma’lum bir shakl almashtirishlar yordamida unga teng kuchli bo‘lgan standart masalaga keltiriladi.
2) Nostandart masalani bir nechta eng sodda standart masalalarga ajratiladi.

Nostandart masalani xusuiyatiga qarab bu qadamlarning bir yoki har ikkalasini qo‘llaniladi. Ancha murakkab masalani yechishda bu jarayon bir nechta marta takrorlanadi.

Yuqorida biz matematika kursining barcha mavzulari bo‘yicha nostandart masalalarga duch kelishimiz mumkinligini ta’kidladik. Biz quyida namuna sifatida tenglamalar mavzusi bo‘yicha nostandart masalalarni yechish bilan shug‘ullanamiz:

1. Chiziqli tenglamalar

1. $\frac{5(x-2)}{x+2} - \frac{2(x-3)}{x+2} = 3$ tenglama yechilsin.

Yechish: $x = -2$ va $x = -3$ lar berilgan tenglamaning ildizlari bo‘la olmaydi.

Tenglamaning barcha hadlarini chapga o‘tkazamiz va kaslarni umumiy maxrajga keltiramiz.

$$\frac{5(x-2)(x+3) - 2(x-3)(x+2) - 3(x+2)(x+3)}{(x+2)(x+3)} = 0,$$

$$\frac{-4(2x+9)}{(x+2)(x+3)} = 0$$

Kasr nolga teng bo‘lishi uchun uning surati nolga teng va maxraji nolga teng bo‘lmasligi kerak, ya’ni $-4(2x+9) = 0$. Bu yerda $-4 \neq 0$ bo‘lgani uchun $2x + 9 = 0$ bo‘ladi. Bu standart masaladir. Uni yechib $x = -4{,}5$ ni topamiz.

Javob: -4,5.

2. $(a^2 - 1)x = 2a^2 + a - 3$ tenglama yechilsin.

Yechish: Berilgan tenglama x ga nisbatan chiziqli tenglamadir. U a parametrning har qanday qiymatlarida ma’noga ega. Berilgan tenglamani $(a-1)(a+1)x=(2a+3)(a-1)$ ko‘rinishda yozamiz. Agar $a=1$ bo‘lsa, tenglama $0\cdot x=0$ ko‘rinishda yozamiz va uni yechish har qanday haqiqiy son bo‘ladi.

Agar $a=-1$ bo‘lsa u holda tenglama $0\cdot x=-2$ ko‘rinishiga keladi va u yechimga ega bo‘lmaydi.

Agar $a\neq\pm1$ bo‘lsa, u holda berilgan tenglama $x=\frac{2a+3}{a+1}$ yagona yechimga ega bo‘lmaydi.

Bu yerda yagona yechimga ega deyilganda biz a ning mumkin bo‘lgan har bir qiymatiga x ning bitta qiymati mos kelishini tushunamiz.

Javob: Agar $a=1$ bo‘lsa, $x\in R; a=-1$ bo‘lsa, $x\in\emptyset; a\neq\pm1$ bo‘lsa, $x=\frac{2a+3}{a+1}$.

XULOSA

Ma’lumki, Nostandart masalalar matematika kursidagi asosiy mavzulardan hisoblanadi. Ushbu bitiruv malakaviy ish shu mavzularni o‘rganish uslublariga bag‘ishlangan bo‘lib, unda dastlab nostandart masalalar rivojlanish tarixi bayon qilingan va u asosida mavzuning dolzarbligi ochib berilgan.

Bitiruv malakaviy ishda nostandart masalalar, masala, uning funksiya va turlari, matematika kursida standart masalalar, nostandart masala tushunchasi, nostandart shakldagi kvadrat tenglamalar, irratsional tenglamalar, trigonometrik tenglamalarga doir yetarlicha misollar namuna sifatida yechimlari bilan berilgan. Bundan tashqari ishda trigonometrik funksiyalar bo‘yicha nostandart masalalardan ham namunalar keltirilgan.

Umumiy o‘rta ta’lim maktabi “Algebra” kursida o‘quvchilarga nostandart masalalar tanishtiriladi, shuning uchun bu o‘quv materiallarini nostandart masalalarni o‘rganish uchun tayyorlov bosqichi deb hisoblash mumkin.

Umumiy o‘rta ta’lim maktablari matematika kursidagi ko‘rsatkichli tenglamalar mavzusini o‘qitish jarayonida ham nostandart masalalarga duch kelamiz. O‘quvchilar bunday masalalarni yecha olishlari uchun eng avvalo ular ko‘rsatkichli funksiya, uning xossalari va grafiklari bo‘yicha bilimlarni mukammal egallagan bo‘lishlari kerak. Bu bilimlar standart shakldagi ko‘rsatkichli tenglamalarni yechishda muhim bo‘lib, ular nostandart shakldagi ko‘rsatkichli tenglamalarni yechishda asos bo‘ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI

1. "O‘zbekiston Respublikasida yoshlarga oid davlat siyosatini amalga
1. oshirishga qaratilgan qo‘shimcha chora-tadbirlar to‘g‘risida"gi Qarori. Toshkent, "Xalq so‘zi" gazetasi 2014-yil 6-fevral.
2. O‘zbekiston Respublikasining "Ta'lim to‘g‘risida"gi Qonuni, Kadrlar tayyorlash milliy dasturi. T. Sharq, 1997.

3. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2018-yil 25-yanvardagi "Umumiy o‘rta, o‘rta maxsus va kasb-hunar ta'limi tizimini tubdan takomillashtirsh chora-tadbirlari to‘g‘risida"gi qarori.
4. 4 .O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2017-yil 7-fevraldagi "O‘zbekiston Respublikasini yanada rivojlantirish bo‘yicha harakatlar strategiyasi to‘g‘risida"gi PF-4947 sonli farmoni.
5. Mirziyoyev Sh.M. Buyuk kelajagimizni mard va olijanob xalqimiz bilan birga quramiz-Toshkent: "O‘zbekiston" NMIY, 2017. 488b.
6. 6.Alixonov S. "Matematika o‘qitish metodikasi" -T "TAFAKKUR BO‘STONI", 2011.385b.
7. Tojiyev M, Barakayev M, Xurramov A. Matematika o‘qitish metodikasi.
8. Toshkent. "Fan va texnologiya" 2017. 296 b.
9. 8. Блох.А.Я., В.А. Гусев, Г.В.Дорофеев. Методика преподавания математики в средней школе: Частная методика. М.: Просвещение, 1987 416с.