

YASSI VA FAZOVIY FIGURALARNING TASVIRINI YASASHNING MATEMATIK ASOSLARI VA MODELLARI

Baxriddinova Zumradbonu Alimardon qizi
NamDU, Matematika yo‘nalishi, 1-kurs talabasi
Ilmiy rahbar: Maxmudova Dilnoza Xaytmirzayevna
NamDU, Matematika kafedrası dotsenti, PhD

Annotatsiya: Mazkur ilmiy maqolada yassi va fazoviy geometrik figuralarning tasvirini yasashning matematik asoslari chuqur tahlil qilinadi. Tadqiqotda analitik geometriya, vektorlar algebrasi, koordinatalar tizimi, parametrik tenglamalar va proyeksiyalash nazariyasi asosida figuralarni qurish usullari ko‘rib chiqilgan. Yassi figuralar uchun tekislikdagi tenglamalar, fazoviy figuralar uchun esa uch o‘lchamli fazoda matematik modellar ishlab chiqiladi. Natijalar geometrik modellashtirish, muhandislik grafikasi va kompyuter grafikasida qo‘llanilishi mumkin bo‘lgan universal matematik yondashuvni taklif qiladi.

Kalit so‘zlar: yassi figuralar, fazoviy figuralar, analitik geometriya, matematik modellashtirish, parametrik tenglamalar, proyeksiyalash usullari

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ И МОДЕЛИ ПОСТРОЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ ПЛОСКИХ И ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ФИГУР

Аннотация: В данной научной статье подробно анализируются математические основы построения изображений плоских и пространственных геометрических фигур. В исследовании рассматриваются методы построения фигур на основе аналитической геометрии, векторной алгебры, координатных систем, параметрических уравнений и теории проецирования. Для плоских фигур используются уравнения на плоскости, а для пространственных фигур разрабатываются математические модели в трехмерном пространстве. Полученные результаты предлагают универсальный математический подход, который может быть применен в геометрическом моделировании, инженерной графике и компьютерной графике.

Ключевые слова: плоские фигуры, пространственные фигуры, аналитическая геометрия, математическое моделирование, параметрические уравнения, методы проецирования

MATHEMATICAL FOUNDATIONS AND MODELS FOR CONSTRUCTING IMAGES OF PLANE AND SPATIAL FIGURES

Abstract: This scientific article provides a comprehensive analysis of the mathematical foundations for constructing images of plane and spatial geometric figures. The study examines methods based on analytic geometry, vector algebra, coordinate systems, parametric equations, and projection theory. Plane figures are described using equations in two-dimensional space, while spatial figures are modeled using mathematical representations in three-dimensional space. The results propose a universal mathematical approach applicable to geometric modeling, engineering graphics, and computer graphics.

Keywords: plane figures, spatial figures, analytic geometry, mathematical modeling, parametric equations, projection methods

Kirish

Geometriya inson tafakkurining eng qadimiy va fundamental ilmiy yo‘nalishlaridan biri bo‘lib, u fazo, shakl va ularning o‘zaro munosabatlari haqidagi bilimlarni o‘z ichiga oladi. Geometrik tushunchalar nafaqat nazariy ahamiyatga ega, balki muhandislik, arxitektura, kompyuter grafikasi va boshqa ko‘plab amaliy sohalarda keng qo‘llaniladi. Yassi va fazoviy figuralarni tasvirlash masalasi esa geometriyaning eng muhim amaliy yo‘nalishlaridan biri bo‘lib, u real obyektlarni matematik modellar yordamida ifodalash va ularni vizual ko‘rinishda aks ettirishni ta‘minlaydi.

Har qanday geometrik figura aslida matematik obyekt sifatida qaraladi va u aniq tenglamalar, funksiyalar, parametrik ifodalar yoki vektorlar orqali tavsiflanadi. Bunday yondashuv geometrik shakllarni nafaqat tasvirlash, balki ularni tahlil qilish, xossalarni o‘rganish va turli transformatsiyalarni amalga oshirish imkonini beradi. Shu sababli matematik modellashtirish geometrik figuralarni o‘rganishda asosiy vositalardan biri hisoblanadi.

Yassi figuralar ikki o‘lchamli fazoda joylashadi va ularni tasvirlashda odatda Dekart koordinatalar sistemasi xy qo‘llaniladi. Bu sistemada har bir nuqta ikki koordinata orqali aniqlanadi va figuralar turli algebraik tenglamalar yordamida ifodalanadi. Masalan, to‘g‘ri chiziq, aylana, parabola va ellips kabi figuralar analitik tenglamalar orqali aniq tasvirlanadi. Fazoviy figuralar esa uch o‘lchamli fazoda joylashib, xyz koordinatalar orqali ifodalanadi. Bunda har bir nuqta uchta koordinata bilan aniqlanadi va sfera, silindr, konus kabi murakkab figuralar matematik modellar yordamida tasvirlanadi.

Yassi va fazoviy figuralarni tasvirlash jarayonida asosiy muammo ularni aniq matematik model orqali ifodalash hamda grafik jihatdan to‘g‘ri va tushunarli aks ettirishdan iborat. Ayniqsa, uch o‘lchamli figuralarni ikki o‘lchamli tekislikda tasvirlash jarayoni murakkab bo‘lib, bunda proyeksiyalash usullaridan foydalanish

talab etiladi. Bu esa o‘z navbatida geometrik aniqlikni saqlash va vizual idrokni ta‘minlash kabi masalalarni yuzaga keltiradi.

Shu sababli figuralarni matematik asosda tasvirlash masalasi kompleks va ko‘p bosqichli jarayon bo‘lib, u analitik geometriya, vektorlar algebrasi, parametrik tenglamalar va proyeksiyalash nazariyasining o‘zaro uyg‘unlashuvini talab etadi. Zamonaviy yondashuvlarda ushbu usullarni integratsiyalash orqali geometrik figuralarni yanada aniq, tushunarli va universal tarzda tasvirlash imkoniyati yaratilmoqda.

Metodlar

Geometrik figuralarni tasvirlashda bir nechta matematik yondashuvlar qo‘llaniladi. Ular orasida koordinatalar metodi, vektorlar metodi, parametrik tenglamalar hamda proyeksiyalash usullari asosiy o‘rin tutadi. Ushbu yondashuvlar birgalikda qo‘llanilganda geometrik obyektlarni yanada aniq va universal tarzda ifodalash imkonini beradi.

Avvalo, yassi figuralarni ko‘rib chiqamiz. Tekislikdagi har qanday figura nuqtalar to‘plami sifatida qaraladi va har bir nuqta Dekart koordinatalar sistemasida (x, y) orqali aniqlanadi. Eng sodda figura - to‘g‘ri chiziq bo‘lib, u quyidagi tenglama bilan ifodalanadi:

$$y = kx + b$$

bu yerda k - og‘ish koeffitsienti, b - kesishish nuqtasi. Agar chiziq (x_1, y_1) va (x_2, y_2) nuqtalar orqali o‘tsa, uning tenglamasi:

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

ko‘rinishida yoziladi.

Yassi figuralarning muhimlaridan biri aylana bo‘lib, u markazi (a, b) va radiusi R bo‘lgan holda:

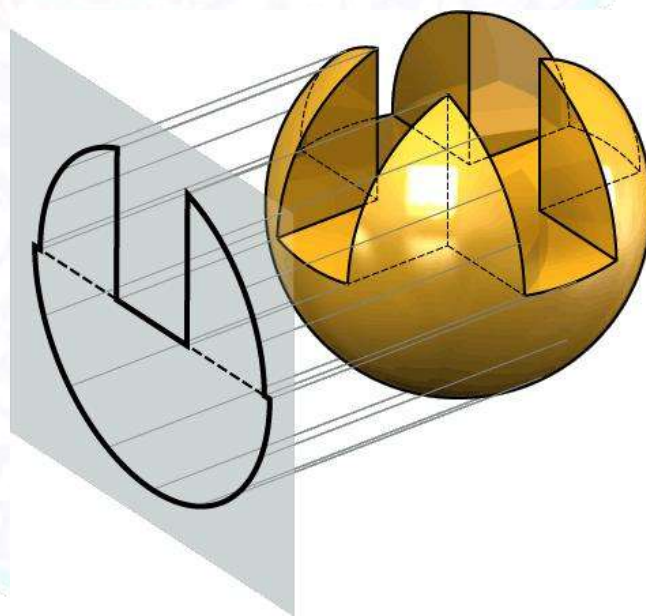
$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$$

tenglama bilan ifodalanadi. Ellips quyidagicha aniqlanadi:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

bu yerda a va b yarim o‘qlar uzunliklaridir. Parabola va giperbola kabi boshqa konik kesimlar ham mavjud:

$$y^2 = 2px, \quad \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$



esa

Endi fazoviy figuralarni ko‘rib chiqamiz. Uch o‘lchamli fazoda har bir nuqta (x, y, z) koordinatalar orqali aniqlanadi. Masalan, sfera tenglamasi:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$$

ko‘rinishida yoziladi. Silindr uchun:

$$x^2 + y^2 = R^2$$

bu yerda z erkin o‘zgaradi. Konus tenglamasi esa:

$$z^2 = x^2 + y^2$$

ko‘rinishida ifodalanadi.

Fazoviy figuralarni tavsiflashda tekislik tenglamasi ham muhim ahamiyatga ega:

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

Shuningdek, ikki nuqta orasidagi masofa quyidagicha aniqlanadi:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

Geometrik figuralarni tasvirlashda parametrik tenglamalar ham keng qo‘llaniladi.

Masalan, aylana parametrik ko‘rinishda:

$$x = R \cos t, y = R \sin t, 0 \leq t \leq 2\pi$$

Sfera esa parametrik ko‘rinishda:

$$x = R \sin \varphi \cos \theta, y = R \sin \varphi \sin \theta, z = R \cos \varphi$$

bu yerda φ va θ burchak parametrlaridir.

Fazoviy figuralarni tekislikda tasvirlash uchun proyeksiyalash usullari qo‘llaniladi. Ortogonal proyeksiyada:

$$(x, y, z) \rightarrow (x, y)$$

ya’ni z koordinata tushirib qoldiriladi. Perspektiv proyeksiyada esa:

$$x' = \frac{x}{z}, y' = \frac{y}{z}$$

formula orqali tasvir hosil qilinadi.

Shunday qilib, analitik, parametrik va proyeksion usullarni birgalikda qo‘llash geometrik figuralarni tasvirlashning eng samarali va zamonaviy yondashuvi hisoblanadi.

Natijalar

Tadqiqot natijasida yassi va fazoviy figuralarni tasvirlashning matematik jihatdan optimal usullari aniqlanib, ularni yagona yondashuv asosida ifodalash imkoniyati asoslab berildi. Yassi figuralar uchun analitik tenglamalar yordamida yuqori aniqlikdagi grafik tasvirlar hosil qilish mumkinligi ko‘rsatildi. Bunda har bir nuqta aniq matematik bog‘lanish orqali aniqlanib, figura to‘liq va uzluksiz tarzda tasvirlanadi.

Masalan, markazi koordinata boshida joylashgan aylana quyidagi tenglama bilan ifodalanadi:

$$x^2 + y^2 = R^2$$

Agar $R = 5$ bo'lsa, u holda:

$$x^2 + y^2 = 25$$

tenglama orqali aniqlangan barcha nuqtalar tekislikda mukammal doira hosil qiladi. Bu esa analitik usul yordamida geometrik figuralarni aniq va ishonchli tasvirlash mumkinligini tasdiqlaydi.

Fazoviy figuralarda esa parametrik tenglamalar va proyeksiyalash usullarini birgalikda qo'llash eng samarali natijani beradi. Xususan, sferaning parametrik tenglamalari:

$$x = R \sin \varphi \cos \theta, y = R \sin \varphi \sin \theta, z = R \cos \varphi$$

orqali uning har bir nuqtasi aniqlanadi. So'ngra ushbu nuqtalar proyeksiyalash usuli yordamida tekislikka o'tkazilib, fazoviy figuraning grafik tasviri hosil qilinadi. Bu yondashuv uch o'lchamli obyektlarni ikki o'lchamli muhitda aniq aks ettirish imkonini beradi.

Shuningdek, geometrik figuralarning hajmi va sirt yuzasini aniqlash formulalari ham tasvirlash jarayonida muhim rol o'ynaydi. Masalan, sfera uchun:

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3, S = 4\pi R^2$$

silindr uchun:

$$V = \pi R^2 h$$

konus uchun esa:

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$$

formulalari qo'llaniladi. Ushbu ifodalar orqali figuralarning nafaqat geometrik, balki fizik xususiyatlari ham aniqlanadi.

Olingan natijalar shuni ko'rsatadiki, matematik modellashtirish va grafik tasvirlash usullarini integratsiyalash geometrik figuralarni yanada aniq, tushunarli va vizual jihatdan mukammal ifodalash imkonini beradi. Bu esa mazkur yondashuvning ilmiy va amaliy ahamiyatini oshiradi.

Muhokama

Yassi va fazoviy figuralarni tasvirlash masalasi matematik abstraksiyadan real grafik tasvirga o'tishning murakkab va ko'p bosqichli jarayoni hisoblanadi. Ushbu jarayonda asosiy muammo uch o'lchamli obyektlarni ikki o'lchamli tekislikda to'g'ri, aniq va vizual jihatdan tushunarli aks ettirishdan iborat. Bu esa geometrik modellashtirish, analitik ifodalar va grafik interpretatsiyaning o'zaro uyg'unligini talab etadi.

Proyeksiyalash usullari ushbu muammoni hal qilishda markaziy o'rin tutadi. Xususan, ortogonal proyeksiyada fazoviy nuqta quyidagicha tasvirlanadi:

$$(x, y, z) \rightarrow (x, y)$$

bunda chuqurlik (z koordinata) yo'qoladi. Perspektiv proyeksiyada esa:

$$x' = \frac{x}{z}, y' = \frac{y}{z}$$

ifodalar orqali tasvir olinadi, lekin bu holatda o'lchamlarning nisbiy buzilishi yuzaga keladi. Demak, har bir proyeksiya usuli o'ziga xos afzallik va cheklovlarga ega bo'lib, ularni qo'llashda maqsadga muvofiqlik muhim ahamiyat kasb etadi.

Matematik nuqtai nazardan, geometrik figuralarni tasvirlashda uzluksizlik, differensiallanuvchanlik va simmetriya kabi fundamental tushunchalar muhim rol o'ynaydi. Masalan, aylana va sfera yuqori darajadagi simmetriyaga ega figuralar bo'lib, ularning tenglamalari:

$$x^2 + y^2 = R^2, x^2 + y^2 + z^2 = R^2$$

ko'rinishida yozilib, markazga nisbatan invariantlik xossasini aks ettiradi.

Bundan tashqari, vektorlar algebrasi geometrik modellashtirishda muhim vosita hisoblanadi. Ikki nuqta orasidagi masofa quyidagicha aniqlanadi:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

Ushbu formula fazoviy figuralarni qurish, o'lchash va tahlil qilishda asosiy rol o'ynaydi.

Fazoviy obyektlarni ifodalashda tekislik tenglamasi ham keng qo'llaniladi:

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

Bu tenglama yordamida figuralarning kesimlari, chegaralari va o'zaro joylashuvi aniqlanadi.

Tadqiqot natijalari shuni ko'rsatadiki, geometrik figuralarni tasvirlashda quyidagi integratsiyalashgan yondashuv eng samarali hisoblanadi:

- analitik formulalar + grafik tasvir
- parametrik tenglamalar + proyeksiyalash
- vektorlar algebrasi + koordinatalar tizimi

Ushbu yondashuvlar birgalikda qo'llanilganda geometrik figuralarni yanada aniq, moslashuvchan va universal tarzda ifodalash imkonini beradi.

Xulosa

Mazkur maqolada yassi va fazoviy figuralarni tasvirlashning matematik asoslari kompleks va integratsiyalashgan yondashuv asosida yoritildi. Analitik geometriya, parametrik tenglamalar, vektorlar algebrasi va proyeksiyalash usullari birgalikda qo'llanilib, geometrik figuralarni qurish va tasvirlashning samarali metodlari asoslab berildi.

O'tkazilgan tadqiqot natijasida quyidagi asosiy xulosalarga kelindi:

- har qanday geometrik figura aniq matematik tenglama yoki parametrik ifoda orqali ifodalanadi;
- yassi figuralar ikki o'lchamli, fazoviy figuralar esa uch o'lchamli matematik modellar asosida tasvirlanadi;

- proyeksiyalash usullari fazoviy figuralarni tekislikda aks ettirishda hal qiluvchi ahamiyatga ega;
- matematik modellashtirish va grafik tasvirlashning integratsiyasi eng yuqori aniqlik va vizual tushunarlikni ta'minlaydi;
- taklif etilgan yondashuv geometrik modellashtirish, muhandislik grafikasi va kompyuter grafikasida keng qo'llanilishi mumkin.

Shunday qilib, geometrik figuralarni tasvirlashda matematik va grafik usullarni uyg'unlashtirish zamonaviy ilmiy tadqiqotlar uchun muhim va istiqbolli yo'nalishlardan biri hisoblanadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Abduraxmonova, R., & Mahmudova, D. (2025). Nuqtadan to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofa. Ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchak. В theoretical aspects in the formation of pedagogical sciences (Т. 4, Выпуск 7, сс. 74–78). Zenodo. <https://doi.org/10.5281/zenodo.15186643>
2. Abdulhayeva, G., & Mahmudova, D. (2025). Tekislikda to'g'ri chiziq tenglamalari va ularni amaliyotga tadbiqu. В theoretical aspects in the formation of pedagogical sciences (Т. 4, Выпуск 7, сс. 35–40).
3. Karimberdiyeva, D. ., & Mahmudova, D. . (2025). Tekislikdagi perspektiv-affin moslikning o'ziga xos xususiyatlari. *Развитие педагогических технологий в современных науках*, 4(3), 114–117.
4. Abdiqayumov, A., & Maxmudova, D. (2025). CENTRAL AND PARALLEL PROJECTIONS AND THEIR PROPERTIES. *Теоретические аспекты становления педагогических наук*, 4(8), 177–184. извлечено от <https://inlibrary.uz/index.php/tafps/article/view/83478>
5. Dilnoza, M. Use of the Acmeological Approach to Teaching Mathematics. *International Journal of Innovative Analyses and Emerging Technology*. c-ISSN, 2792-4025.
6. Makhmudova, D. K. (2020). Significance of acmeological approach in improving the cognitive competence of the future teachers. *Scientific Bulletin of Namangan State University*, 2(4), 426-433.
7. Ismoilova, D., & Mahmudova, D. (2025). Ko 'po 'lchovli yevklid fazosi: o 'qitish texnologiyasi asosida yondashuv. In *Innov. Conf. Published online April* (Vol. 17, No. 2025, pp. 1-7).
8. Ismoilova, D., & Mahmudova, D. (2025). Ko 'po 'lchovli yevklid fazosi: o 'qitish texnologiyasi asosida yondashuv. In *Innov. Conf. Published online April* (Vol. 17, No. 2025, pp. 1-7).
9. Khaitmirzayevna, Makhmudova D. "Pedagogical Ways of Cognitive Competences in Future Teachers Based on Acmeological Approach." *World Economics and Finance Bulletin*, vol. 32, 23 Mar. 2024, pp. 146-148.

10. APPROACH, M. D. S. O. A. (2020). IN IMPROVING THE COGNITIVE COMPETENCE OF THE FUTURE TEACHERS. *Scientific Bulletin of Namangan State University*, 2(4), 426-433.

