



MILLIY SERTIFAT IMTIHONIDAGI FAZOVIY JISMLARNING KOMBINATSIYALARIGA DOIR MASALALARNI YEHISH.

Djurayeva Ra'no Kayumovna
Toshkent to'qimachilik va yengil
sanoat instituti akademik litseyi
Matematika fani o'qituvchisi

Annotatsiya. Fazoviy jismlarning kombinatsiyalariga doir masalalar yechish mavzusi matematika fanini o'rganish jarayonida muhim o'rin tutadi. Ushbu maqolada milliy sertifikat imtihonlarida uchraydigan fazoviy jismlarning kombinatsiyalariga doir masalalarni yechish usullari tahlil qilinadi. Xususan, silindr, konus, shar, prizma, piramida va muntazam ko'pyoq kabi geometrik jismlarning o'zaro joylashuvi va ularning kombinatsiyalarida yuzaga keladigan masalalarni yechishda qo'llaniladigan asosiy formulalar hamda yondashuvlar ko'rib chiqiladi. Maqolada masalalarni tizimli ravishda yechish, chizma bilan ishlash, hamda fazoviy tasavvurni rivojlantirish usullari yoritilgan. Shuningdek, tipik xatolar va ularni oldini olish yo'llari ham keltirilgan.

Kalit so'zlar. Stereometriya, fazoviy jismlar, kombinatsiya, silindr, konus, shar, prizma, piramida, geometrik masalalar, hajm, sirt yuzi, chizma, milliy sertifikat

Аннотация. Тема решения геометрических задач, включающих комбинации пространственных фигур, играет важную роль в изучении математики. В данной статье анализируются методы решения задач, включающих комбинации пространственных фигур, встречающиеся на национальных сертификационных экзаменах. В частности, рассматриваются основные формулы и подходы, используемые при решении задач, возникающих из взаимного расположения геометрических фигур,



таких как цилиндры, конусы, сферы, призмы, пирамиды, правильные многогранники и их комбинаций. В статье рассматриваются методы систематического решения задач, работы с чертежами и развития пространственного воображения. Также представлены типичные ошибки и способы их предотвращения.

Ключевые слова. Стереометрия, пространственные фигуры, комбинация, цилиндр, конус, сфера, призма, пирамида, геометрические задачи, объем, площадь поверхности, чертеж, национальный сертификат.

KIRISH

Fazoviy geometriya — bu uch o‘lchamli makonda joylashgan jismlarni o‘rganuvchi matematikaning muhim bo‘limidir. Kundalik hayotimizda uchraydigan ko‘plab buyumlar: quti, banka, konus shaklidagi muzqaymoq, to‘p va boshqalar aslida fazoviy jismlar hisoblanadi. Amaliy masalalarda esa ko‘pincha bitta emas, balki bir nechta jismlar birlashtirilgan holatda uchraydi. Shunday hollarda **fazoviy jismlarning kombinatsiyalari** tushunchasi paydo bo‘ladi.

Hozirgi kunda matematika fanidan milliy sertifikat imtihonlari o‘quvchilarning nafaqat nazariy bilimlarini, balki amaliy ko‘nikmalarini ham sinovdan o‘tkazadi. Ayniqsa, stereometriya bo‘limiga oid fazoviy jismlarning kombinatsiyalariga doir masalalar abituriyentlar uchun murakkablik tug‘diradigan muhim yo‘nalishlardan biri hisoblanadi. Bunday masalalarda bir nechta geometrik jismlarning o‘zaro joylashuvi, ularning kesishishi yoki ichki va tashqi chizilishi kabi holatlar ko‘rib chiqiladi.

Fazoviy jismlar kombinatsiyasiga oid masalalarni yechish uchun o‘quvchidan kuchli fazoviy tasavvur, aniq chizma bilan ishlash ko‘nikmasi hamda asosiy formulalarni chuqur bilish talab etiladi. Ko‘p hollarda bunday masalalarni yechishda jismlarning o‘q kesimlari, kesim yuzalari va o‘lchamlar orasidagi bog‘lanishlardan foydalaniladi.



Mazkur maqolaning maqsadi - milliy sertifikat imtihonlarida uchraydigan fazoviy jismlar kombinatsiyasiga doir masalalarni samarali yechish usullarini yoritish, o'quvchilarga bu turdagi masalalarni tushunish va yechishda metodik yordam ko'rsatishdan iborat. Fazoviy jismlarning kombinatsiyalariga doir masalalarni yechishda, avvalo, har bir geometrik jismning asosiy xossalari va formulalarini puxta bilish talab etiladi. Eng ko'p uchraydigan jismlar — silindr, konus, shar, prizma va piramida hisoblanadi.

1. Fazoviy jismlar ga oid asosiy formulalar.

Quyida fazoviy jismlar uchun zarur bo'lgan asosiy formulalar keltiriladi:

- **Silindr:** Hajmi: $V = \pi R^2 h$; Yon sirt yuzasi: $S_{yon} = 2\pi R h$;
- **Konus:** Hajmi: $V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$; Yon sirt yuzasi: $S_{yon} = \pi R l$ (bu yerda l - yasovchi)
- **Shar:** Hajmi: $V = \frac{4}{3} \pi R^3$; Sfera sirti yuzasi: $S = 4\pi R^2$
- **Prizma:** Hajmi: $V = S_{asos} \cdot h$
- **Piramida:** Hajmi: $V = \frac{1}{3} S_{asos} h$; Muntazam piramida yon sirti: $S_{yon} = \frac{1}{2} P h_a$

2. Fazoviy jismlarning kombinatsiyalariga oid masalalarni yechish usullari.

Fazoviy jismlar kombinatsiyasi deganda bir jismning boshqasiga ichki yoki tashqi chizilishi tushuniladi. Bunday masalalarni yechishda quyidagi bosqichlarga amal qilish tavsiya etiladi:

1. **Chizma chizish** – masalaning shartiga mos aniq tasvir hosil qilish.
2. **Geometrik bog'lanishlarni aniqlash** – radius, balandlik, diagonallar orasidagi munosabatlarni topish.
3. **Kerakli formulani tanlash** – hajm, sirt yoki kesimga oid formulalarni qo'llash.



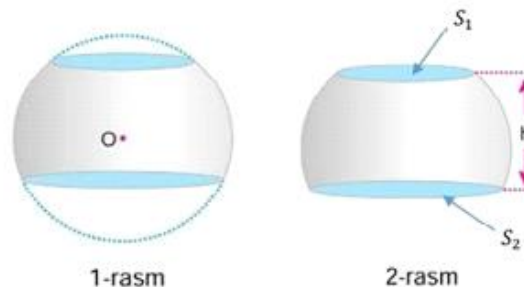
4. **Hisoblash** – aniq matematik yechimga kelish.

3. Tipik xatolar

- Chizma noto‘g‘ri tasvirlanishi (masalan, o‘q kesimi hisobga olinmasligi);
- Radius va diametrni adashtirish;
- Ichki va tashqi chizilgan jismlar orasidagi farqni noto‘g‘ri tushunish;
- Formulalarni noto‘g‘ri qo‘llash;

4. **Fazoviy jismlarning kombinatsiyalariga doir namunaviy masalalar yechish.**

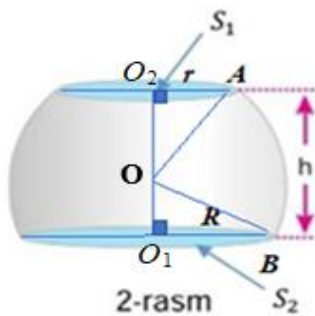
1-masala. Radiusi $2\sqrt{19}$ bo‘lgan shar 1-rasmda ko‘rsatilganidek, uning yuqori va pastki qismlaridan kesiladi va kesilgan bo‘laklar olib tashlandi, 2-rasmdagi holatga keltirildi. Birbiriga parallel bo‘lgan S_1 va S_2 yuzalarning yig‘indisi 72π ga teng. Shar markazidan S_2 yuzali doira markazigacha bo‘lgan masofa, S_1 yuzali doira markazigacha bo‘lgan masofaning yarmiga teng bo‘lsa,



- A) 2-rasmdagi h ni toping.
 B) S_1 yuzali doira radiusini toping.
 C) S_2 yuzali doira radiusini toping.

Yechish.

A) Yuqori doiraning radiusini r bilan, pastki doira radiusini R bilan belgilaymiz. Yuqori va pastki doiralar yuzalarining yig‘indisi $S_1 + S_2 = \pi r^2 + \pi R^2$ ekanligidan $\pi r^2 + \pi R^2 = 72\pi$ bo‘ladi, bundan $r^2 + R^2 = 72$. $OO_1=x$ va $OO_2=2x$ deb belgilaymiz. Sharining radiusi $2\sqrt{19}$ ga tengligidan, Pifagor teoremasiga ko‘ra:



$$R^2 + x^2 = (2\sqrt{19})^2 \text{ va } r^2 + 4x^2 = (2\sqrt{19})^2$$

$$R^2 + x^2 = 76 \text{ va } r^2 + 4x^2 = 76 \text{ ularni qo'shamiz:}$$

$$R^2 + x^2 + r^2 + 4x^2 = 152 \Rightarrow x^2 + 4x^2 + 72 =$$

$$152 \Rightarrow$$

$$5x^2 = 80 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = 4$$

$$h = x + 2x = 4 + 8 = 12 \quad h = 12.$$

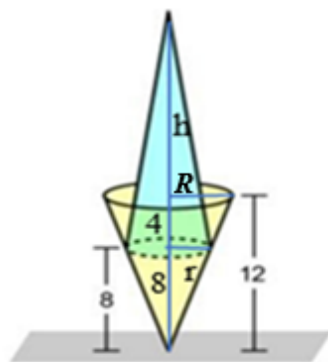
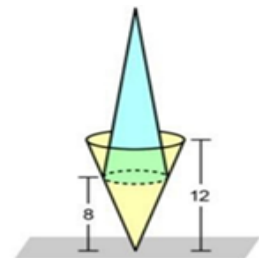
$$B) r^2 + 4x^2 = 76 \text{ dan } r^2 = 76 - 4 \cdot 16 = 12 \Rightarrow r^2 = 12 \Rightarrow r = 2\sqrt{3}$$

$$C) R^2 + x^2 = 76 \text{ dan } R^2 = 76 - 16 = 60 \Rightarrow R^2 = 60 \Rightarrow R = 2\sqrt{15}$$

Javob: A) 12; B) $2\sqrt{3}$; C) $2\sqrt{15}$.

2-masala. Quyida hajmlari teng bo'lgan konuslar rasmda ko'rsatilganidek joylashtirilgan. Agar konusning asoslari va yer orasidagi masofa 8 m va 12 m bo'lsa,

- Konuslar asoslari radiuslari nisbatini toping. (kattasini kichigiga);
- Yuqoridagi konus uchi va yer orasidagi masofani toping.



Yechish. a) Konuslar asoslari radiuslari nisbati

$$\text{shartga ko'ra } \frac{r}{R} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \text{ ga teng, demak } \frac{R}{r} = \frac{3}{2}.$$

b) Zangori konusning asosi $r = 2x$, balandligi $H_1 = 12$, sariq konusning asosi $R = 3x$, balandligi $H_2 = h + 4$ bo'lsin, bunda h – sariq konusning asosidan zangori konusning uchigacha bo'lgan masofa. Konuslar hajmlari

tengligidan foydalanib h ni topamiz:

$$V_{sariq} = \frac{1}{3}\pi R^2 H_1 = V_{zangori} = \frac{1}{3}\pi r^2 H_2 \Rightarrow \frac{1}{3}\pi \cdot 9x^2 \cdot 12 = \frac{1}{3}\pi \cdot 4x^2 \cdot$$

$$(h + 4) \Rightarrow h + 4 = 27 \Rightarrow h = 23.$$

Yuqoridagi konus uchi va yer orasidagi masofa: $h + 12 = 23 + 12 = 35$.

Javob: a) $\frac{3}{2}$; b) 35.

3-masala. Silindrga oktaedr ichki chizilgan. Oktaedrnig hajmi 36 ga teng.



a) Oktaedrning qirrasini toping.

b) Silindr hajmini toping.

Yechish.

a) Oktaedr qirrasini topish uchun oktaedr hajmi

formulasi: $V = \frac{\sqrt{2}}{3}a^3$ dan foydalanamiz:

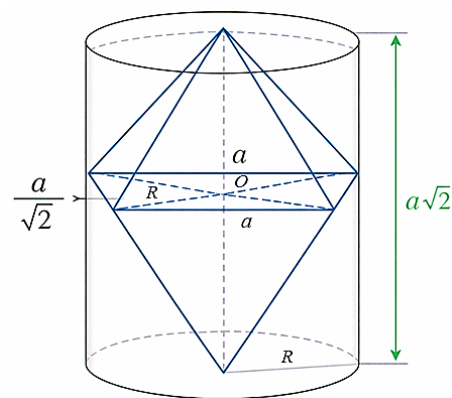
$$36 = \frac{\sqrt{2}}{3}a^3 \Rightarrow a^3 = \frac{36 \cdot 3}{\sqrt{2}} = 54\sqrt{2} \Rightarrow a = 3\sqrt{2}$$

b) Muntazam oktaedr tomoni orqali silindr radiusi va balandligini topamiz:

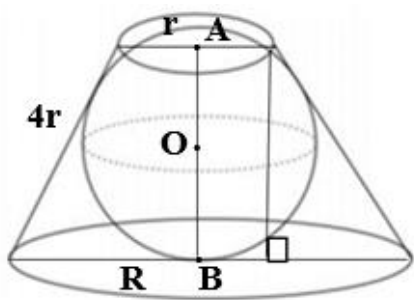
$$\text{Radius: } R = \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 3; \quad \text{Balandlik: } h = 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 6$$

$$\text{Silindr hajmi formulasi: } V = \pi R^2 h; \quad V = \pi \cdot 3^2 \cdot 6 = \pi \cdot 9 \cdot 6 = 54\pi.$$

Javob: a) $a = 3\sqrt{2}$; b) $V = 54\pi$.



4-masala. Kesik konusga radiusi 3 ga teng bo'lgan shar ichki chizilgan. Kesik konusning kichik asosining radiusi yasovchisidan 4 marta kichik bo'lsa, kesik konus hajmini toping.



Yechish. Sharning radiusi $OA=3$ ga teng.

Kesik konusning kichik asosini r , katta asosini R va yasovchisini l bilan belgilaymiz. Shartga ko'ra $l=4r$

bo'lgani va kesik konusga shar ichki chizilgani

uchun $2R + 2r = 4r + 4r$ bo'ladi. Bundan $2R =$

$6r$ va $R = 3r$ bo'ladi. Kesik konusning balandli - h

sharning diametriga teng, ya'ni $h=AB=6$. Pifagor teoremasiga ko'ra, $(R - r)^2 + h^2 = l^2$. Undan kichik asos radiusini topamiz:

$$(2r)^2 + 6^2 = (4r)^2 \quad 4r^2 + 36 = 16r^2 \quad 12r^2 = 36 \quad r^2 = 3 \quad r = \sqrt{3}, \quad R = 3\sqrt{3}$$

Kesik konus hajmini topamiz:

$$V = \frac{\pi}{3}h(R^2 + Rr + r^2) = \frac{\pi}{3} \cdot 6(27 + 9 + 3) = 2\pi \cdot 39 = 78\pi.$$



Javob: 78π .

5-masala. Quyida silindr shaklidagi tortning 30° sektor qismi kesib olingan va qolgani rasmda ko'rsatilgandek. Agar AF (katta) yoy uzunligi $\frac{11\pi}{2}$ va $S_{ABCD} = 18$ bo'lsa,

a) Rasmdagi tortning to'la sirtini toping. ($\pi=3$)

b) Rasmdagi tortning hajmini toping. ($\pi=3$)

Yechish. AF katta yoyning markaziy burchagi

$$\alpha = 330^\circ = \frac{11\pi}{6} \text{ ga teng.}$$

$$a) l = R\alpha = R \cdot \frac{11\pi}{6} = \frac{11\pi}{2} \Rightarrow R = 3; AB=3.$$

$$H = AD = S_{ABCD} : AB = 18 : 3 = 6$$

$$S_{to'la} = S_{yon} + 2S_{ABCD} + 2S_{asos}$$

$$S_{to'la} = \frac{11\pi}{2} \cdot 6 + 2 \cdot 18 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot \frac{11\pi}{6} = 33\pi + 36 + \frac{33\pi}{2} = 99 + 36 + \frac{99}{2} =$$

184,5.

$$b) V = S_{asos} \cdot H = \frac{1}{2} R^2 \alpha \cdot H = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot \frac{11\pi}{6} \cdot 6 = \frac{99\pi}{2} = \frac{99 \cdot 3}{2} = \frac{297}{2} = 148,5$$

Javob: $S_{to'la}=184,5$; $V=148,5$.

6-masala. Quyida asoslari ustma-ust tushuvchi konus, silindr va yarimshar berilgan. Konus va silindr balandligi 8, asosi radiusi 6 ga teng. ($\pi \approx 3$).

a) Jismning to'la sirtini toping.

b) Jismning hajmini toping.

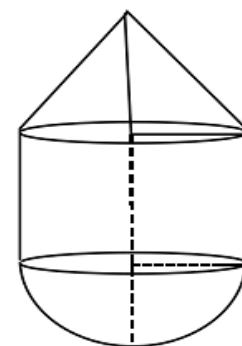
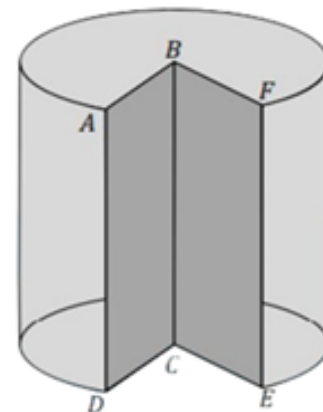
c) Jismning o'q kesimi yuzini toping.

Yechish. a) Jismning to'la sirti silindr va konusning yon sirtlari hamda yarim shar sirtining yig'indisiga teng:

$$S_{to'la} = \pi Rl + 2\pi Rh + 2\pi R^2; \text{ bunda } R=6, h=8.$$

Konusning yasovchisi- l ni topamiz: $l = \sqrt{R^2 + h^2} = \sqrt{36 + 64} = 10$.

$$S_{to'la} = \pi(6 \cdot 10 + 2 \cdot 6 \cdot 8 + 2 \cdot 6^2) = \pi(60 + 96 + 72) = \pi \cdot 228 = 3 \cdot 228 = 684.$$





b) Jismning hajmi silindr, konus va yarim shar hajmlarining yig'indisiga teng:

$$V = V_{konus} + V_{silindr} + V_{y.shar} = \frac{1}{3}\pi R^2 h + \pi R^2 h + \frac{2}{3}\pi R^3 =$$

$$= \pi \left(\frac{1}{3} \cdot 36 \cdot 8 + 36 \cdot 8 + \frac{2}{3} \cdot 216 \right) = 3 \cdot (96 + 288 + 144) = 3 \cdot 528 =$$

$$1584.$$

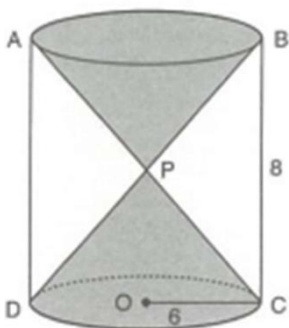
c) Jismning o'q kesimig yuzi teng yonli uchburchak, to'g'ri to'rtburchak va

yarim doira yuzalarining yig'indisiga teng: $S_{o'q} = S_{\Delta} + S_t + S_{y.sh} = \frac{1}{2} \cdot 2R \cdot h +$

$$2R \cdot h + \frac{\pi R^2}{2} = 6 \cdot 8 + 12 \cdot 8 + \frac{\pi 6^2}{2} = 48 + 96 + \frac{3 \cdot 36}{2} = 144 + 54 = 198.$$

Javob: $S_{totala} = 684, V = 1584, S_{o'q} = 198.$

7-masala. Markazi P nuqtada bo'lgan silindrga rasmda ko'rsatilganidek ikkita konus joylashtirilgan. $BC = 8, OC = 6$ bo'lsa, konuslar hajmlari yig'indisini toping.



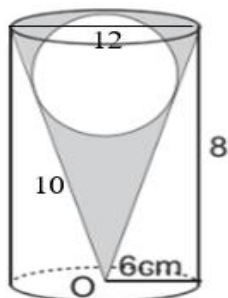
Yechish. P nuqta silindrning markazida bo'lgani uchun konusning balandligi- h , silindr balandligining yarmiga teng, ya'ni $h = 8:2 = 4$. Konusning radiusi silindrninr radiusiga teng: $R = 6$.

Konusning hajmi $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$ formula bilan topiladi, konus ikkita bo'gani uchun formulani ikkilantiramiz:

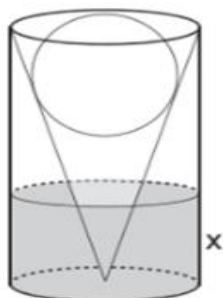
$$V = \frac{2}{3}\pi R^2 h = \frac{2}{3}\pi \cdot 6^2 \cdot 4 = \frac{2}{3}\pi \cdot 36 \cdot 4 = 2 \cdot 12 \cdot 4\pi = 96\pi.$$

Javob: $96\pi.$

8-masala. Radiusi 6 sm va balandligi 8 sm bo'lgan silindr, to'g'ri konus va



I rasm



II rasm

konusga ichki chizilgan shar berilgan. Keyin konus va shar orasiga suv quyiladi, I-shakl hosil bo'ladi. Keyin konusning poydevori yaqinida teshik ochildi va II-rasm hosil bo'ldi.

a) Shar radiusini toping.

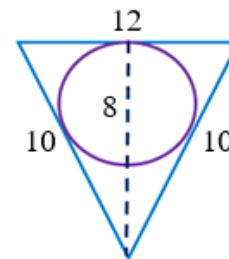


b) Quyilgan suvning hajmini toping. ($\pi = 3$)

c) II rasmda suv balandligini toping.

Yechish. a) Shar teng yonli uchburchakka ichki chizilgan

aylana radiusi formulasidan topamiz: $r = \frac{2S}{p} = \frac{2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 8}{12+10+10} = \frac{96}{32} = 3$.



b) Quyilgan suvning hajmini topish uchun konusning hajmidan shar hajmini ayiramiz:

$$V_{suv} = V_{konus} - V_{shar} = \frac{1}{3} \pi r^2 h - \frac{4}{3} \pi r^3 = \pi \left(\frac{1}{3} \cdot 36 \cdot 8 - \frac{4}{3} \cdot 27 \right) = 60 \cdot 3 = 180.$$

c) Suv balandligini topish uchun silindrdagi suvning hajmini topilgan hajmga

tenglashtiramiz: $V_{suv} = \pi r^2 x = 180$; $3 \cdot 36x = 180$; $36x = 60$; $x = \frac{60}{36} = \frac{5}{3}$.

Javob: a) $r = 3$; b) $V_{suv} = 180$; c) $x = \frac{5}{3}$.

9-masala. Muntazam oltiburchakli piramidaga shar ichki chizilgan. Shar ichiga eng katta hajmli konus ichki chizilgan. Piramida asosining tomoni 6 ga, yon yog'i asos tekisligi bilan 60° tashkil etadi. ($\pi \approx 3$) deb oling.

a) Piramida hajmini toping.

b) Shar hajmini toping.

c) Konus hajmini toping.

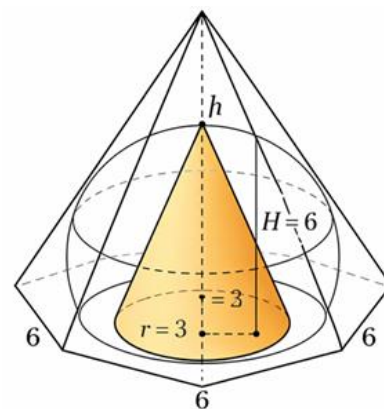
Yechish. Piramida balandligini topamiz. Muntazam

oltiburchakka ichki aylana radiusi: $R = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{6\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$.

Yon yoq 60° burchak hosil qilgani uchun:

$$H = R \cdot \operatorname{tg} 60^\circ = 3\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 9.$$

Muntazam oltiburchak yuzi: $S = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot 6^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot 36 = 54\sqrt{3}$.





a) Piramida hajmi: $V_{pir} = \frac{1}{3}SH = \frac{1}{3} \cdot 54\sqrt{3} \cdot 9 = 18 \cdot 9 \cdot \sqrt{3} = 162\sqrt{3}$.

b) Piramidaning apofemasi: $L = \frac{R}{\cos 60^\circ} = \frac{3\sqrt{3}}{0,5} = 6\sqrt{3}$.

Piramidaning yon sirti yuzi: $S_{yon} = \frac{1}{2}PL = \frac{1}{2} \cdot 36 \cdot 6\sqrt{3} = 108\sqrt{3}$

Piramidaning to'la sirti: $S_{to'la} = S_{yon} + S_{asos} = 108\sqrt{3} + 54\sqrt{3} = 162\sqrt{3}$

Piramidaga ichki chizilgan shar radiusi: $r = \frac{3V}{S_{to'la}} = \frac{3 \cdot 162\sqrt{3}}{162\sqrt{3}} = 3$.

Shar hajmi: $V_{shar} = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 3^3 = \frac{4}{3} \cdot 3 \cdot 27 = 108$.

c) Shar ichidagi eng katta hajmli konusda radius: x , yasovchi: l , balandlik: h bo'lsin.

Konus yasovchisi, balandligi va shar radiusi orasidagi bog'lanish formulasiga ko'ra $l^2 = 2Rh = 2 \cdot 3 \cdot h = 6h$;

Konusning yasovchi Pifagor teoremasiga ko'ra: $l^2 = x^2 + h^2 = 6h \Rightarrow x = \sqrt{6h - h^2}$

Konusning hajmi: $V_{konus} = \frac{1}{3}\pi x^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot (6h - h^2)h = \frac{\pi}{3}(6h^2 - h^3)$.

Demak, konusning hajmi $V_{konus} = \frac{\pi}{3}(6h^2 - h^3)$ formula bilan topiladi.

Hosilasini hisoblaymiz va maksimumni topish uchun hosilani 0 ga tenglab h ni topamiz:

$$V'_{konus} = \frac{\pi}{3}(12h - 3h^2)$$

$$\frac{\pi}{3}(12h - 3h^2) = 0; 12h - 3h^2 = 0; 3h(4 - h) = 0 \Rightarrow 4 - h = 0; h = 4$$

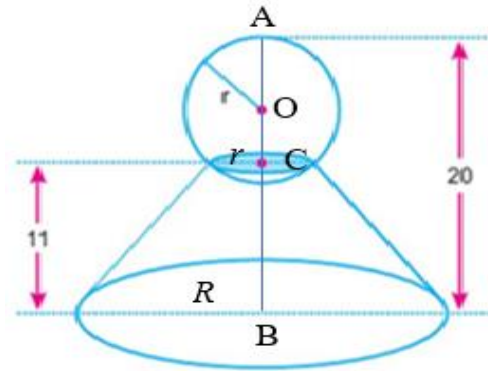
Radius: $x = \sqrt{6h - h^2} = \sqrt{24 - 16} = \sqrt{8}; x = 2\sqrt{2}$

Konusning hajmi: $V_{konus} = \frac{\pi}{3}x^2 h = \frac{\pi}{3} \cdot 8 \cdot 4 = 32$.

Javob: a) $V_{pir} = 162\sqrt{3}$; b) $V_{shar} = 108$; c) $V_{konus} = 32$.



10-masala. Radiusi r bo'lgan shar, rasmda ko'rsatilganidek balandligi 11 cm bo'lgan kesik konus ustiga joylashtirildi. Kesik konus kichik asosi radiusi 3 cm va sharni eng yuqori nuqtasidan yergacha bo'lgan masofa 20 cm teng bo'lsa, ($\pi \approx 3$)



- Shar radiusini toping.
- Sharning kesik konus ichida qolgan segmenti hajmini toping.
- Kesik konus yasovchisi $5\sqrt{5}$ bo'lsa, kesik konus hajmini toping.

Yechish. a) Sharning radiusini topish. Kesik konus balandligi $H=11$, Kichik asos radiusi $r=3$, Sharning eng yuqori nuqtasidan pastki asosgacha masofa – $AB=20$

Sharning markazidan kesik konusning yuqori tekisligigacha masofani:

$$r_{sh}^2 - 3^2 = r_{sh}^2 - 9$$

Yuqoridan pastgacha umumiy balandlik:

$$AB = r_{sh} + \sqrt{r_{sh}^2 - 9} + 11 = 20; \quad r_{sh} + \sqrt{r_{sh}^2 - 9} = 9; \quad \sqrt{r_{sh}^2 - 9} = 9 - r_{sh}$$

$$r_{sh}^2 - 9 = (9 - r_{sh})^2 = 81 - 18r + r_{sh}^2; \quad 18r_{sh} = 81 + 9 = 90; \quad r_{sh} = 5.$$

$$b) \text{ Segment balandligi: } h = r_{sh} - \sqrt{r_{sh}^2 - 9} = 5 - \sqrt{25 - 9} = 5 - 4 = 1.$$

Segment hajmini formula orqali hisoblaymiz: $V = \frac{\pi h^2(3r_{sh}-h)}{3}$

$$V_{seg} = \frac{\pi \cdot 1^2(3 \cdot 5 - 1)}{3} = \frac{14\pi}{3} = \frac{14 \cdot 3}{3} = 14$$

c) Kesik konus hajmini topish uchun yasovchi $l = 5\sqrt{5}$, balandlik $H=11$ va kichik radius- $r=3$ lar orqali kesik konus katta asosining radiusini topamiz:

$$l^2 = h^2 + (R - r)^2;$$

$$(5\sqrt{5})^2 = 11^2 + (R - 3)^2;$$

$$125 = 121 + (R - 3)^2;$$



$$(R - 3)^2 = 4; \quad R - 3 = 2; \quad R = 5.$$

Kesik konus hajmini topamiz:

$$\begin{aligned} V_{k.kon} &= \frac{\pi}{3} h(R^2 + Rr + r^2) = \frac{\pi}{3} \cdot 11 \cdot (5^2 + 5 \cdot 3 + 3^2) = \frac{\pi}{3} \cdot 11 \cdot (25 + 15 + 9) \\ &= \frac{3}{3} \cdot 11 \cdot 49 = 539 \end{aligned}$$

Javob: a) $r_{sh} = 5$; b) $V_{seg} = 14$; c) $V_{k.kon} = 539$.

Xulosa

Fazoviy jismlarning kombinatsiyalariga doir masalalar milliy sertifikat imtihonlarida muhim o‘rin egallaydi va o‘quvchilardan yuqori darajadagi fazoviy tafakkurni talab qiladi. Bunday masalalarni muvaffaqiyatli yechish uchun geometrik jismlarning asosiy formulalarini bilish bilan birga, ularning o‘zaro joylashuvini to‘g‘ri tasavvur qilish ham muhim ahamiyatga ega.

Mazkur maqolada keltirilgan usullar va misollar orqali o‘quvchilar kombinatsiyalarga oid masalalarni tizimli yondashuv asosida yechishni o‘rganadilar. Shuningdek, tipik xatolarni tahlil qilish orqali ularning oldini olish imkoniyati oshadi. Natijada, o‘quvchilarning nafaqat bilim darajasi, balki imtihonlardagi natijalari ham sezilarli darajada yaxshilanadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Abduhamidov A., Xudoyberganov G. Matematika fanidan milliy sertifikatga tayyorgarlik qo‘llanmasi. – Toshkent: Fan va texnologiya, 2022.
2. O‘zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasi huzuridagi Davlat test markazi. Matematika fanidan milliy sertifikat namunaviy testlari. – Toshkent, 2023.
3. АЛИМОВ Ш.А., КОЛЯГИН Ю.М., ТКАЧЕВА М.В. va boshqalar. Geometriya (10–11-sinflar uchun darslik). – Toshkent: O‘qituvchi, 2020.
4. Pogorelov A.V. Geometriya (stereometriya kursi). – Moskva: Prosveshcheniye, 2018.



5. Atanasyan L.S., Butuzov V.F., Kadomtsev S.B. Geometriya (10–11 sinf). – Moskva: Prosveshcheniye, 2019.
6. Sharygin I.F. Geometrik masalalar yechish usullari. – Moskva: Nauka, 2017.
7. Burda M.I. Stereometriya masalalari to‘plami. – Kiev: Osvita, 2016.
8. Internet manbalari:
 - www.ziyonet.uz
 - www.dtm.uz
 - www.khanacademy.org (geometriya bo‘limi)