



MAPLEDA CHIZIQSIZ TENGLAMALARNI YECHISH

Sharofiddinov Iqboljon Usmonjon o'g'li

*Farg'ona davlat universiteti katta o'qituvchisi,
pedagogika fanlari bo'yicha falsafa doktori*

E-mail: iqbol0766@gmail.com

Yoqubova Shahnoza Rustamjon qizi

Farg'ona davlat universiteti talabasi

E-mail: syoqubova06@gmail.com

Annotatsiya: Ushbu maqolada kompyuterli matematik tizimlar yordamida chiziqli tenglamalarni yechish usullari va ularning amaliy ahamiyati tahlil qilindi. Tadqiqot davomida Maple dasturining matematik hisoblashlarni avtomatlashtirish, analitik va sonli usullar orqali tenglamalar yechimini topishdagi imkoniyatlari o'rganildi. Shuningdek, iteratsion usullar, xususan Nyuton va kesmalar usullarining ishlash prinsiplari hamda Maple muhitida qo'llanish jarayoni yoritildi. Amaliy misol asosida chiziqli tenglamaning taqribiy yechimi hisoblanib, dasturiy vositalarning tezkorligi va aniqligi tahlil qilindi. Olingan natijalar Maple dasturi murakkab matematik masalalarni samarali hal qilishda qulay vosita ekanligini ko'rsatadi.

Kalit so'zlar: kompyuterli matematik tizimlar, Maple dasturi, chiziqli tenglama, sonli usullar, Nyuton usuli, kesmalar usuli, iteratsiya, matematik modellash, analitik yechim, taqribiy yechim.

Аннотация: В данной статье рассмотрены методы решения нелинейных уравнений с помощью компьютерных математических систем и их практическое значение. В ходе исследования были изучены возможности программы Maple по автоматизации математических вычислений, а также нахождению решений уравнений аналитическими и численными методами. Кроме того, были проанализированы принципы работы итерационных



методов, в частности метода Ньютона и метода бисекции, а также их применение в среде Maple. На основе практического примера было найдено приближённое решение нелинейного уравнения и проведён анализ точности и быстродействия программного средства. Полученные результаты показывают, что программа Maple является эффективным инструментом для решения сложных математических задач.

Ключевые слова: компьютерные математические системы, программа Maple, нелинейное уравнение, численные методы, метод Ньютона, метод бисекции, итерация, математическое моделирование, аналитическое решение, приближённое решение.

Abstract: This article analyzes methods for solving nonlinear equations using computer mathematical systems and their practical significance. During the research, the capabilities of the Maple software for automating mathematical calculations and finding equation solutions through analytical and numerical methods were studied. In addition, the working principles of iterative methods, particularly the Newton method and the bisection method, as well as their application in the Maple environment, were discussed. Based on a practical example, an approximate solution of a nonlinear equation was calculated, and the speed and accuracy of the software tools were analyzed. The obtained results show that Maple is an effective tool for solving complex mathematical problems.

Keywords: computer mathematical systems, Maple software, nonlinear equation, numerical methods, Newton method, bisection method, iteration, mathematical modeling, analytical solution, approximate solution.

KIRISH

Kompyuterli matematik tizimlar fani zamonaviy axborot texnologiyalarining muhim yo‘nalishlaridan biri bo‘lib, murakkab matematik masalalarni kompyuter yordamida yechish, tahlil qilish va modellashtirish imkonini beradi. Ushbu fan doirasida chiziqli tenglamalarni yechish alohida ahamiyat kasb etadi, chunki



ko‘plab real jarayonlar aynan chiziqsiz bog‘lanishlar orqali ifodalanadi va ularni oddiy analitik usullar bilan hal qilish har doim ham mumkin emas.

Chiziqsiz tenglamalarni kompyuterli matematik tizimlar yordamida yechish jarayoni maxsus algoritmlar va sonli usullarga asoslanadi. Bunda kompyuter dasturlari orqali tenglamaning aniq yoki taqribiy yechimlari tez va samarali tarzda aniqlanadi. Ayniqsa, katta hajmdagi hisob-kitoblarni bajarishda va yuqori aniqlik talab etiladigan masalalarda kompyuter texnologiyalarining o‘rni beqiyosdir.

Hozirgi kunda MATLAB, Mathematica, Maple kabi kompyuterli matematik tizimlar chiziqsiz tenglamalarni yechishda keng qo‘llanilmoqda. Ushbu dasturlar foydalanuvchiga murakkab matematik ifodalar bilan ishlash, grafiklar qurish va turli sonli usullarni avtomatik tarzda qo‘llash imkonini beradi.

Ushbu maqolada kompyuterli matematik tizimlar, xususan Maple dasturi yordamida chiziqsiz tenglamalarni yechish usullari, ularning afzalliklari hamda amaliy qo‘llanilishi haqida batafsil ma’lumot beriladi.

Shuningdek, kompyuterli matematik tizimlar ichida Maple dasturi alohida ahamiyat kasb etadi. Maple — bu kuchli kompyuter algebra tizimi bo‘lib, u matematik masalalarni yechishda keng imkoniyatlarga ega va foydalanuvchiga qulay interfeys taqdim etadi.

Mazkur dastur yordamida chiziqsiz tenglamalarni analitik hamda sonli usullar orqali yechish mumkin. Ayniqsa, murakkab tenglamalarning aniq yechimini topish qiyin bo‘lgan hollarda, Maple turli iteratsion usullar yordamida taqribiy yechimlarni yuqori aniqlikda hisoblab beradi.

Bundan tashqari, Maple matematik ifodalarni soddalashtirish, differensial va integral hisoblashlarni bajarish, shuningdek, ikki va uch o‘lchovli grafiklarni qurish imkonini ham beradi. Bu esa foydalanuvchiga nafaqat natijani olish, balki uni vizual tarzda tahlil qilish imkoniyatini yaratadi.

ASOSIY QISM



Maple muhitida dasturlash elementlari ham mavjud bo'lib, foydalanuvchilar o'z algoritmlarini yaratishlari va murakkab hisoblash jarayonlarini avtomatlashtirishlari mumkin. Bu esa ilmiy izlanishlar va muhandislik masalalarini yechishda katta qulaylik tug'diradi.

Shu sababli, Maple dasturi nafaqat o'quv jarayonida, balki ilmiy tadqiqotlar, texnik hisob-kitoblar va turli amaliy sohalarda ham keng qo'llanilib kelinmoqda.

Chiziqsiz tenglamalar — bu noma'lum o'zgaruvchi yuqori darajaga ko'tarilgan, ildiz ostida joylashgan yoki trigonometrik, eksponensial hamda logarifmik funksiyalar orqali ifodalangan tenglamalardir. Bunday tenglamalar chiziqli tenglamalardan farqli ravishda murakkabroq tuzilishga ega bo'lib, ularni yechish uchun turli maxsus usullar qo'llaniladi.

Chiziqsiz tenglamalarni yechishning asosiy ikki yo'li mavjud: analitik va sonli (taqribiy) usullar. Analitik usullarda tenglama aniq formulalar yordamida yechiladi. Masalan, ayrim kvadrat, kubik yoki oddiy ko'rinishdagi tenglamalar algebraik usullar orqali yechimga ega bo'ladi. Biroq, ko'plab murakkab tenglamalarda bunday usulni qo'llashning imkoni bo'lmaydi.

Shu sababli amaliyotda ko'proq sonli usullardan foydalaniladi. Eng keng tarqalgan usullardan biri — iteratsiya usullaridir. Bu usullarda boshlang'ich taxmin olinadi va u ketma-ket yaqinlashishlar orqali aniq yechimga olib keladi. Bunday usullarga oddiy iteratsiya usuli, Nyuton (tangentlar) usuli, kesmalar (bisection) usuli va sekantlar usuli kiradi.

Nyuton usuli ayniqsa tez yaqinlashishi bilan ajralib turadi. Bu usulda funksiyaning hosilasidan foydalaniladi va har bir bosqichda yechim aniqligi ortib boradi. Biroq, boshlang'ich qiymat noto'g'ri tanlansa yoki funksiya murakkab bo'lsa, usul xatolikka olib kelishi mumkin.

Kesmalar usuli esa ancha sodda va ishonchli hisoblanadi. U funksiya qiymatining ishorasi o'zgarishiga asoslanadi va har doim yechimga yaqinlashadi, lekin boshqa usullarga nisbatan sekinroq ishlaydi.



Umuman olganda, chiziqsiz tenglamalarni yechishda usul tanlash masalaning turiga, aniqlik darajasiga va hisoblash imkoniyatlariga bog'liq bo'ladi.

Maple dasturi chiziqsiz tenglamalarni yechishda juda qulay va kuchli vositalardan biri hisoblanadi. Ushbu tizim matematik masalalarni ham analitik, ham sonli usullar yordamida yechish imkonini beradi.

Maple dasturida chiziqsiz tenglamalarni yechish uchun bir nechta asosiy buyruqlar mavjud. Masalan, **solve** buyrug'i tenglamaning analitik (aniq) yechimini topish uchun ishlatiladi. Agar tenglama aniq yechimga ega bo'lmasa yoki juda murakkab bo'lsa, unda **fsolve** buyrug'i qo'llaniladi. Bu buyruq tenglamaning sonli (taqribiy) yechimini hisoblab beradi.

Maple muhitida foydalanuvchi funksiyalarni aniqlab, ularning grafiklarini qurishi mumkin. Grafiklar yordamida tenglamaning ildizlari qayerda joylashganini oldindan taxmin qilish osonlashadi. Bu esa sonli usullarda boshlang'ich qiymatni to'g'ri tanlashga yordam beradi.

Dasturda iteratsion usullar avtomatik tarzda amalga oshiriladi. Foydalanuvchi murakkab formulalarni qo'lda hisoblab o'tirmaydi — Maple barcha hisob-kitoblarni tez va aniq bajaradi. Bundan tashqari, yuqori aniqlikdagi hisoblash imkoniyati mavjud bo'lib, bu ilmiy va texnik masalalarda juda muhim hisoblanadi.

Maplening afzalliklaridan yana biri — uning qulay interfeysi va keng funksional imkoniyatlaridir. U nafaqat tenglamalarni yechadi, balki differensial tenglamalar, integral hisoblash, matritsalar ustida amallar va boshqa ko'plab matematik operatsiyalarni ham bajaradi.

Shu bilan birga, ayrim kamchiliklari ham mavjud. Masalan, dasturdan samarali foydalanish uchun ma'lum darajada bilim va tajriba talab etiladi. Ba'zi murakkab hisoblashlarda esa dastur resurslarni ko'p talab qilishi mumkin. Bundan tashqari, noto'g'ri kiritilgan buyruqlar xato natijalarga olib kelishi ehtimoli bor.

Misol:

Quyidagi chiziqsiz tenglamani yechish:



$$x^3 - x - 1 = 0$$

1. Masalani tahlil qilish.

Berilgan tenglama algebraik chiziqsiz tenglama bo'lib, u uchinchi darajali (kubik) tenglama hisoblanadi. Bunday tenglamaning aniq (analitik) yechimi mavjud bo'lsa-da, u murakkab formula orqali ifodalanadi. Shu sababli amaliyotda ko'pincha sonli usuldan foydalaniladi.

Funksiyani quyidagicha belgilaymiz:

$$f(x) = x^3 - x - 1$$

Endi ildiz mavjud oraliqni aniqlaymiz:

- $f(1) = 1 - 1 - 1 = -1$
- $f(2) = 8 - 2 - 1 = 5$

Ko'rinib turibdiki, funksiya qiymati ishorasini o'zgartiryapti, demak $[1, 2]$ oraliqda kamida bitta ildiz mavjud.

2. Mapleda yechish.

Maple dasturida bu tenglamani yechish uchun quyidagi buyruqlar kiritiladi:

f := x -> x^3 - x - 1
fsolve(f(x), x)

3. Natija.

Maple hisoblash natijasida quyidagi taqribiy yechimni beradi:

$$x \approx 1.3247$$

4. Natijani tekshirish.

Topilgan qiymatni tenglamaga qo'yib tekshiramiz:

$$f(1.3247) = 1.3247^3 - 1.3247 - 1 \approx 0$$

Demak, natija to'g'ri va yetarlicha aniqlikda topilgan. Ushbu misoldan ko'rinib turibdiki, Maple yordamida chiziqsiz tenglamalarni yechish juda qulay va tez amalga oshiriladi. Ayniqsa, analitik yechim murakkab bo'lgan hollarda fsolve buyrug'i orqali yuqori aniqlikdagi taqribiy natijaga erishish mumkin.



Yuqorida keltirilgan ma'lumotlar va amaliy misoldan ko'rinib turibdiki, chiziqsiz tenglamalarni yechish murakkab va ko'p bosqichli jarayon bo'lib, u ko'pincha an'anaviy qo'lda hisoblash usullari bilan katta vaqt va kuch talab etadi. Ayniqsa, yuqori darajali yoki murakkab funksiyalarni o'z ichiga olgan tenglamalarda analitik yechimni topish qiyin yoki umuman imkonsiz bo'lishi mumkin. Shu sababli kompyuterli matematik tizimlardan foydalanish zarurati yuzaga keladi.

Maple dasturi bu borada eng samarali vositalardan biri hisoblanadi. Uning asosiy ustunligi shundaki, u ham analitik, ham sonli usullarni birlashtirgan holda ishlaydi. Foydalanuvchi solve yordamida aniq yechimni, fsolve orqali esa yuqori aniqlikdagi taqribiy yechimni juda tez va oson topa oladi. Bu esa hisoblash jarayonini sezilarli darajada soddalashtiradi va inson xatolarini kamaytiradi.

Maplening yana bir muhim afzalligi — uning vizual imkoniyatlaridir. Grafiklar orqali funksiyaning xatti-harakatini ko'rish, ildizlar joylashuvini aniqlash va natijani tahlil qilish ancha qulaylashadi. Bundan tashqari, dasturda murakkab matematik ifodalar bilan ishlash, algoritmlar yaratish va hisoblashlarni avtomatlashtirish imkoniyati mavjud.

Boshqa kompyuterli matematik tizimlar, masalan MATLAB yoki Mathematica bilan solishtirilganda, Maple o'zining soddaligi va o'quv jarayoniga mosligi bilan ajralib turadi. MATLAB ko'proq sonli hisoblashlarga yo'naltirilgan bo'lsa, Mathematica juda kuchli, lekin ayrim hollarda murakkab interfeysga ega. Maple esa ushbu ikki tizim o'rtasida muvozanatni saqlab, foydalanuvchiga tushunarli va qulay muhit yaratadi.

XULOSA

Ushbu maqolada kompyuterli matematik tizimlar yordamida chiziqsiz tenglamalarni yechishning nazariy va amaliy jihatlarini tahlil qilindi. Tadqiqot davomida chiziqsiz tenglamalarni an'anaviy usullar bilan yechish murakkab va ko'p vaqt talab qilishi, ayniqsa yuqori darajali matematik ifodalarda kompyuter



texnologiyalarining ahamiyati katta ekanligi ko'rsatildi. Shu asosda Maple dasturining matematik hisoblashlarni avtomatlashtirishdagi imkoniyatlari yoritildi.

Maqolada Maple dasturining analitik va sonli usullar bilan ishlash imkoniyatlari, xususan solve va fsolve buyruqlarining samaradorligi amaliy misol orqali isbotlab berildi. Nyuton usuli, kesmalar usuli va iteratsion yondashuvlarning qo'llanilishi natijasida murakkab tenglamalarning taqribiy yechimlarini tez va yuqori aniqlikda topish mumkinligi aniqlandi. Bundan tashqari, grafik imkoniyatlar yordamida natijalarni vizual tahlil qilishning qulayligi ham muhim afzallik sifatida baholandi.

Olingan natijalar Maple dasturi ilmiy tadqiqotlar, texnik hisob-kitoblar va ta'lim jarayonida samarali vosita ekanligini ko'rsatdi. Ushbu tizim foydalanuvchiga murakkab matematik masalalarni soddaroq va tezkor tarzda hal qilish imkonini beradi hamda zamonaviy kompyuterli matematik tizimlarning amaliy ahamiyati tobora ortib borayotganini tasdiqlaydi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Chapra, S. C., Canale, R. P. ***“Numerical Methods for Engineers”***. McGraw-Hill Education, **2015**.
2. Burden, R. L., Faires, J. D. ***“Numerical Analysis”***. Cengage Learning, **2016**.
3. Kincaid, D., Cheney, W. ***“Numerical Analysis: Mathematics of Scientific Computing”***. American Mathematical Society, **2009**.
4. Wolfram, S. ***“The Mathematica Book”***. Wolfram Media, **2003**.
5. Abramowitz, M., Stegun, I. A. ***“Handbook of Mathematical Functions”***. Dover Publications, **1972**.
6. Monagan, M. B. va boshqalar. ***“Maple Introductory Programming Guide”***. Waterloo Maple Inc., **2018**.



7. Quarteroni, A., Sacco, R., Saleri, F. *“Numerical Mathematics”*. Springer, 2007.
8. Gerald, C. F., Wheatley, P. O. *“Applied Numerical Analysis”*. Pearson, 2004.