



NOANIQ SHAROITDA QAROR QABUL QILISHDA LAPLAS, MINIMAKS VA MAKSIMIN KRITERIYALARI

Mamatova Zilolaxon Xabibulloxonovna

*Farg'ona davlat universiteti dotsenti, pedagogika fanlari bo'yicha falsafa
doktori (PhD)*

E-mail:mamatova.zilolakhon@gmail.com

Hamidov Hayotbek Oqilbek o'g'li

Farg'ona davlat universiteti talabasi

E-mail:hamidovhayotbek76@gmail.com

Annotatsiya. Ushbu maqolada noaniq sharoitda qaror qabul qilishning asosiy matematik kriteriyalari — Laplas, Minimaks (Wald) va Maksimin kriteriyalari — nazariy jihatdan tahlil qilinib, amaliy misollar yordamida ko'rsatib o'tilgan. Har bir kriteriyning qo'llanilish doirasi, afzalliklari va kamchiliklari taqqoslangan. To'lov matritsasi asosida qaror qabul qiluvchining optimalligi turli yondashuvlar orqali aniqlanishi ko'rsatilgan.

Kalit so'zlar: Noaniq sharoit, qaror qabul qilish, Laplas kriteri, Minimaks kriteri, Maksimin kriteri, to'lov matritsasi, strategiya.

Аннотация. В данной статье теоретически анализируются и практически иллюстрируются основные математические критерии принятия решений в условиях неопределённости — критерии Лапласа, Минимакса (Вальда) и Максимиана. Сравняются области применения, достоинства и недостатки каждого критерия. На основе матрицы выплат показано, как оптимальность решений определяется через различные подходы.



Ключевые слова: Неопределённость, принятие решений, критерий Лапласа, критерий Минимакса, критерий Максимиана, матрица выплат, стратегия.

Abstract. This article theoretically analyses and practically illustrates the key mathematical criteria for decision-making under uncertainty: the Laplace, Minimax (Wald), and Maximin criteria. The scope of application, advantages, and disadvantages of each criterion are compared. Based on the payoff matrix, it is demonstrated how the optimality of decisions is determined through different approaches.

Keywords: Uncertainty, decision-making, Laplace criterion, Minimax criterion, Maximin criterion, payoff matrix, strategy.

KIRISH.

Zamonaviy iqtisodiyot, boshqaruv va muhandislik amaliyotida qaror qabul qiluvchi ko'pincha kelajakda yuz berishi mumkin bo'lgan holat yoki tabiat holatlari haqida to'liq ma'lumotga ega bo'lmaydi. Bunday vaziyat *noaniqlik sharoiti* deb ataladi. Noaniqlik sharoitida ehtimollik ma'lumotlari mavjud bo'lmagan holda, qaror qabul qiluvchi faqat har bir strategiya uchun mumkin bo'lgan natijalar to'plamiga tayanadi.

Noaniqlik sharoitida qaror qabul qilish nazariyasi o'tgan asrning o'rtalaridan boshlab faol rivojlana boshladi. Ushbu soha iqtisodiyot, harbiy strategiya, tibbiyot, muhandislik va sun'iy intellekt kabi ko'plab sohalarda keng qo'llanilmoqda. Asosiy vazifa — berilgan to'lov matritsasi asosida optimal strategiyani tanlashdan iborat.

Ushbu maqolaning maqsadi noaniqlik sharoitida qaror qabul qilishning uchta asosiy kriteriyasi — Laplas, Minimaks (Wald) va Maksimin kriteriyalarini nazariy va amaliy jihatdan o'rganish, ularni bitta misolda qo'llash orqali taqqoslashdir.



MASALANING MATEMATIK QO'YILISHI.

Noaniqlik sharoitida qaror qabul qilish masalasi quyidagi elementlar orqali ifodalanadi:

$S = \{S_1, S_2, \dots, S_m\}$ — qaror qabul qiluvchining strategiyalar to'plami (harakatlar alternativlari);

$N = \{N_1, N_2, \dots, N_n\}$ — tabiat holatlari (tashqi muhit ssenariylari) to'plami;

$A = [a_{ij}]$ — to'lov matritsasi, bu yerda a_{ij} — i -strategiya va j -tabiat holati kombinatsiyasidagi foyda (yoki zarar) miqdori.

Masalaning maqsadi — berilgan to'lov matritsasi A asosida optimal strategiya S_i^* -ni tanlashdir. Ehtimollik ma'lumotlari mavjud bo'lmagan holda, quyidagi uchta klassik kriteriydan foydalaniladi.

1. LAPLAS KRITERI

Laplas kriteri (tenglik printsiipi) tabiat holatlari haqida hech qanday qo'shimcha ma'lumot mavjud bo'lmaganda barcha holatlar teng ehtimollikka ega deb taxmin qiladi. Bu holda har bir N_j holat uchun ehtimollik $p(N_j) = 1/n$ deb qabul qilinadi.

Matematik ifoda:

$$L(S_i) = (1/n) \times \sum_j a_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

Optimal strategiya: $L(S_i^*) = \max \{ L(S_i) \}$

Ya'ni, Laplas kriteri bo'yicha barcha tabiat holatlari uchun o'rtacha foyda eng katta bo'lgan strategiya tanlanadi.



Laplas kriterining afzalligi shundaki, u barcha imkoniyatlarni hisobga oladi va hisoblab chiqarish juda oson. Kamchiligi — haqiqatda holatlar teng ehtimollikka ega bo'lmasligi mumkin.

2. MINIMAKS (WALD) KRITERI

Minimaks kriteri yoki Wald kriteri eng yomon holatni inobatga olgan holda eng yaxshi natijani ta'minlash tamoyiliga asoslanadi. Bu konservativ (ehtiyotkor) yondashuv bo'lib, qaror qabul qiluvchi har bir strategiya uchun mumkin bo'lgan eng kichik foydani — ya'ni eng yomon natijani — hisobga oladi va shu minimumlar orasidan eng kattasini tanlaydi.

Matematik ifoda:

$$W(S_i) = \min \{ a_{ij} \} \quad (j \text{ bo'yicha})$$

$$\text{Optimal strategiya: } W(S_i^*) = \max \{ W(S_i) \}$$

Wald kriteri "eng yomonga tayyor bo'l" falsafasiga asoslanadi. U xavf-xatarga toqatsiz qaror qabul qiluvchilar uchun mos keladi. Sug'urta, harbiy strategiya va tibbiy diagnostika kabi sohalarda keng qo'llaniladi.

Kamchiligi — bu kriteriy ko'pincha haddan ortiq ehtiyotkor bo'lib, qulay imkoniyatlarni e'tiborsiz qoldirishi mumkin.

3. MAKSIMIN KRITERI

Maksimin kriteri mohiyatan Minimaks kriteriyasi bilan chambarchas bog'liq, biroq u to'lov matritsasining yo'qotishlar (zarar) ko'rinishida berilgan holatiga nisbatan qo'llaniladi. Agar matritsada foyda emas, balki zarar (*xarajat*) ko'rsatilgan bo'lsa, u holda Minimaks qoidasi qo'llaniladi: har bir strategiya uchun eng katta zararni topib, shu maksimumlar orasidan eng kichigi tanlanadi.

Zarar matritsasi uchun matematik ifoda:



$$MM(S_i) = \max \{ c_{ij} \} \quad (j \text{ bo'yicha})$$

$$\text{Optimal strategiya: } MM(S_i^*) = \min \{ MM(S_i) \}$$

Foyda matritsasi uchun esa Maksimin qoidasi Minimaks bilan aynan bir xil natija beradi: $S_i^* = \operatorname{argmax} \{ \min a_{ij} \}$. Shu sababli ko'p manbalarda "Wald kriteri", "Minimaks" va "Maksimin" atamaları kontekstga qarab bir-birining o'rnida ishlatiladi.

AMALIY MISOL VA YECHIM.

Keling, uchala kriteriyini bitta aniq misol orqali ko'rsatamiz.

Masala: Tadbirkor uch xil mahsulot ishlab chiqarish strategiyasidan birini tanlashi kerak: S_1, S_2, S_3 . Bozor holati to'rtta ssenarig bo'yicha (N_1 — past talab, N_2 — o'rtacha talab, N_3 — yuqori talab, N_4 — juda yuqori talab) o'zgarishi mumkin. To'lov matritsasi (foyda, million so'm) quyida keltirilgan:

1-jadval. Boshlang'ich to'lov matritsasi (million so'm)

Strategiya	N_1 (Past)	N_2 (O'rta)	N_3 (Yuqori)	N_4 (Juda yuqori)
S_1	20	50	80	40
S_2	10	60	90	30
S_3	50	40	60	70

1-misol yechimi: Laplas kriteri bo'yicha



Barcha $n = 4$ holat teng ehtimollikka ega: $p = 1/4 = 0,25$.

Har bir strategiya uchun o'rtacha foyda hisoblanadi:

$$L(S_1) = (1/4) \times (20 + 50 + 80 + 40) = (1/4) \times 190 = 47,5$$

$$L(S_2) = (1/4) \times (10 + 60 + 90 + 30) = (1/4) \times 190 = 47,5$$

$$L(S_3) = (1/4) \times (50 + 40 + 60 + 70) = (1/4) \times 220 = 55,0$$

Strategiya	$L(S_i) = \text{O'rtacha foyda}$	
S_1	47,5	
S_2	47,5	
S_3	55,0 ← maksimal	← Optimal

Laplas kriteri bo'yicha optimal strategiya: S_3^* ($L = 55,0$ mln so'm).

2-misol yechimi: Minimaks (Wald) kriteri bo'yicha

Har bir strategiya uchun eng kichik (eng yomon) foyda aniqlanadi:

$$W(S_1) = \min\{20, 50, 80, 40\} = 20$$

$$W(S_2) = \min\{10, 60, 90, 30\} = 10$$

$$W(S_3) = \min\{50, 40, 60, 70\} = 40$$



Strategiya	N ₁	N ₂	N ₃	N ₄	min (Wald)
S ₁	20	50	80	40	20
S ₂	10	60	90	30	10
S ₃	50	40	60	70	40 ← max

Wald (Minimaks) kriteri bo'yicha: $\max\{20, 10, 40\} = 40$, ya'ni optimal strategiya S₃* (garantiyalangan minimal foyda 40 mln so'm).

3-misol yechimi: Minimaks kriteri zarar matritsasi uchun

Endi to'lov matritsasini xarajat (zarar) ko'rinishida qaraymiz — masalan, quyidagi zarar matritsasi berilgan bo'lsin (million so'm):

2-jadval. Zarar matritsasi (million so'm)

Strategiya	N ₁	N ₂	N ₃	N ₄
S ₁	80	50	20	60
S ₂	90	40	10	70
S ₃	50	60	40	30



Minimaks kriteri: har bir strategiya uchun eng katta zarar topiladi, keyin shu maksimumlar orasidan eng kichigi tanlanadi.

$$MM(S_1) = \max\{80, 50, 20, 60\} = 80$$

$$MM(S_2) = \max\{90, 40, 10, 70\} = 90$$

$$MM(S_3) = \max\{50, 60, 40, 30\} = 60$$

Strategiya	N ₁	N ₂	N ₃	N ₄	max zarar	
S ₁	80	50	20	60	80	
S ₂	90	40	10	70	90	
S ₃	50	60	40	30	60 ← min	← Optimal

Minimaks (zarar matritsasi uchun) kriteri bo'yicha: $\min\{80, 90, 60\} = 60$, ya'ni optimal strategiya S₃* (eng yomon holatda yo'qotish 60 mln so'm bilan cheklanadi).

KRITERIYLARNING TAQQOSLANISHI

Uchala kriteriy bo'yicha olingan natijalarni quyidagi jadvaldagi kabi jamlab ko'rsatish mumkin:

3-jadval. Kriteriyalar bo'yicha taqqoslash



Kriteriy	Asos tamoyil	Hisob formulasi	Misoldagi natija	Optimal S*
Laplas	Teng ehtimollik	$L(S_i) = (1/n)\sum a_{ij}$	$L(S_3)=55,0$	S_3
Wald (Minimaks)	Pessimistik	$W(S_i)=\min\{a_{ij}\},$ $\max W$	$W(S_3)=40$	S_3
Minimaks (zarar)	Eng kichik maksimal zarar	$MM(S_i)=\max\{c_{ij}\},$ $\min MM$	$MM(S_3)=60$	S_3

Ushbu misol uchun barcha uch kriteriy ham S_3 strategiyasini optimal deb ko'rsatmoqda. Ammo bu har doim ham shunday bo'lavermaydi — turli kriteriyalar ko'pincha turli strategiyalarni tavsiya etadi. Bu holat qaror qabul qiluvchining xavfga munosabati va maqsadlarini hisobga olishning muhimligini ko'rsatadi.

NATIJALAR VA ULARNING MUHOKAMASI.

Tadqiqot jarayonida uchta kriteriy qo'llanilish doirasi va xarakter jihatidan farqlanishi aniqlandi. Laplas kriteri xolis va barcha imkoniyatlarni hisobga oladigan yondashuv sifatida namoyon bo'ldi. Agar qaror qabul qiluvchi tabiat holatlari haqida hech qanday qo'shimcha ma'lumotga ega bo'lmasa va neytral munosabatda bo'lsa, Laplas kriteri mos keladigan yechim beradi.

Wald kriteri xavfga nisbatan ehtiyotkor munosabatni ifodalaydi. Bu kriteriy qaror qabul qiluvchi "hech qanday holatda katta zarar ko'rmaslik" kerak deb



hisoblasa qo'llaniladi. Sug'urta kompaniyalari, tibbiy qarorlar va harbiy rejalashtirish kabi muhim sohalarda ushbu yondashuv ustuvor hisoblanadi.

Minimaks kriteri zarar matritsasi bilan ishlashda ayniqsa ahamiyatlidir. Logistika, loyiha xavf tahlili va inqiroz boshqaruvida ushbu kriteriy keng qo'llaniladi — maqsad yo'qotishning yuqori chegarasini minimallashtirishdir.

Shuni alohida ta'kidlash kerakki, hech bir kriteriy "mutlaq to'g'ri" emas. Optimal yondashuv qaror qabul qiluvchining maqsadlari, xavfga munosabati va mavjud ma'lumotlar miqdoriga bog'liq. Shu sababli ko'p holatlarda bir nechta kriteriy birgalikda qo'llanilishi va natijalar taqqoslanishi tavsiya etiladi.

XULOSA.

Ushbu tadqiqot doirasida noaniqlik sharoitida qaror qabul qilishning uchta klassik matematik kriteri — Laplas, Minimaks (Wald) va Minimaks (zarar uchun) — nazariy jihatdan tahlil qilinib, umumiy to'lov matritsasi va zarar matritsasi misollarida amaliy ko'rsatildi. Olingan algoritmik tahlillar va hisob-kitoblar natijasida quyidagi asosiy xulosalarga kelindi:

Laplas kriteri barcha tabiat holatlari teng ehtimollikka ega deb hisoblaydi va o'rtacha foydani maksimallashtiradi; u xolis va yetarli ma'lumot mavjud bo'lmagan vaziyatlarda mos keladi.

Wald (Minimaks) kriteri pessimistik yondashuv asosida har bir strategiyaning eng yomon natijasini hisobga oladi va shu "eng yomon" natijalar orasidan eng yaxshisini tanlaydi; xavf-xatarga toqatsiz qaror qabul qiluvchilar uchun mo'ljallangan.



Minimaks kriteri zarar matritsasi uchun qo'llanilganda eng katta zararining minimallashtirilishini ta'minlaydi; yo'qotishlarni cheklash asosiy maqsad bo'lgan sohalarda ustunlik qiladi.

Barcha uch kriteriy bir xil strategyani optimal deb topishi ham, turlicha natija berishi ham mumkin — bu qaror qabul qiluvchining psixologik munosabatiga bog'liqdir. Shu sababli noaniqlik sharoitida qaror qabul qilishda bir nechta kriteriy birgalikda qo'llanilishi va olingan natijalar taqqoslanib tahlil qilinishi maqsadga muvofiqdir.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Ventsel' E.S. Issledovanie operatsiy: zadachi, printsipy, metodologiya. — M.: Nauka, 2001. — 208 b.
2. Taha H.A. Operations Research: An Introduction. 10th ed. — Pearson, 2017. — 848 p.
3. Ragsdale C.T. Spreadsheet Modeling and Decision Analysis. 8th ed. — Cengage Learning, 2018.
4. O'zbek milliy ensiklopediyasi. Matematik dasturlash va optimal qarorlar nazariyasi. — T.: O'zME, 2003.
5. Hillier F.S., Lieberman G.J. Introduction to Operations Research. 10th ed. — McGraw-Hill, 2015. — 1060 p.
6. Luce R.D., Raiffa H. Games and Decisions: Introduction and Critical Survey. — Dover Publications, 1989.