



KVADRAT TENGLAMALAR VA ULARNING HAYOTIY MASALARDAGI QO‘LLANILISHI

Azamboyeva Nigoraxon G‘ofurjonovna

Namangan Davlat Texnika Universiteti

2-son akademik litseyi,

Matematika fani o‘qituvchisi

Annotatsiya. Ushbu maqolada kvadrat tenglamalar nazariyasi, ularning tarixi, hal qilish usullari va real hayotdagi turli sohalardagi qo‘llanilishi ilmiy asosda tahlil qilingan. Kvadrat tenglamalarning umumiy ko‘rinishi, diskriminant tahlili, Viet teoremasi va grafik usullar batafsil yoritilgan. Fizika, iqtisodiyot, qurilish, arxitektura, biologiya va kompyuter texnologiyalari sohasida kvadrat tenglamalarning amaliy qo‘llanilishiga oid aniq misollar keltirilgan. Maqola o‘quvchilarda matematikaga qiziqishni oshirish, mavzuni chuqurroq o‘zlashtirish va uni kundalik hayotda qo‘llay olish ko‘nikmalarini shakllantirish maqsadida yozilgan.

Kalit so‘zlar: kvadrat tenglama, diskriminant, Viet teoremasi, ildizlar, parabola, amaliy masalalar, fizika, iqtisodiyot, qurilish, matematik modellash.

Аннотация. В данной статье научно анализируется теория квадратных уравнений, их история, методы решения и приложения в различных областях реальной жизни. Подробно описаны общая форма квадратных уравнений, дискриминантный анализ, теорема Виета и графические методы. Приведены практические примеры применения квадратных уравнений в физике, экономике, строительстве, архитектуре, биологии и компьютерных технологиях. Цель статьи - повысить интерес студентов к математике, помочь им глубже освоить тему и развить навыки её применения в повседневной жизни.



Ключевые слова: квадратное уравнение, дискриминант, теорема Виета, корни, парабола, прикладные задачи, физика, экономика, строительство, математическое моделирование.

Abstract. his article scientifically analyzes the theory of quadratic equations, their history, methods of solution, and applications in various real-life fields. The general form of quadratic equations, discriminant analysis, Vieta's theorem, and graphical methods are described in detail. Practical examples of the application of quadratic equations in physics, economics, construction, architecture, biology, and computer technologies are provided. The article aims to increase students' interest in mathematics, help them master the topic more deeply, and develop the skill of applying it in everyday life.

Keywords: quadratic equation, discriminant, Vieta's theorem, roots, parabola, applied problems, physics, economics, construction, mathematical modeling.

Kirish

Matematika - barcha aniq fanlarning asosi bo'lib, uning tushunchalari va usullari inson faoliyatining deyarli barcha sohalariga kirib borgan. Shular orasida kvadrat tenglamalar alohida o'rin tutadi - ular nafaqat maktab va litseyda o'rganiladigan nazariy mavzu, balki insoniyat tarixi davomida murakkab muammolarni yechishda keng qo'llanib kelgan universal matematik vosita hisoblanadi [1, 3].

Kvadrat tenglamalar tarixi miloddan avvalgi 2000-yillarga - Qadimgi Bobil va Misr sivilizatsiyalariga borib taqaladi. Qadimgi Bobil matematiklari geometrik masalalarni yechishda ikkinchi darajali tenglamalardan foydalanganlar. IX asrda buyuk o'zbek olimi Muhammad ibn Muso al-Xorazmiy o'zining «Al-kitob al-muxtasar fi hisob al-jabr wal-muqobala» asarida algebraik tenglamalarni tizimli



ravishda o'rgangan va kvadrat tenglamalarni yechishning umumiy usullarini ishlab chiqqan - bu kashfiyot algebra fanining poydevorini qo'ydi [2, 5].

Bugungi kunda kvadrat tenglamalar fizika, muhandislik, iqtisodiyot, kompyuter grafikasi, arxitektura va biologiyada keng qo'llanilmoqda. O'quvchilar ko'pincha «Bu tenglamalar hayotda kerakmi?» degan savolni berishadi. Ushbu maqolaning asosiy maqsadi - kvadrat tenglamalarning real hayotdagi ahamiyatini aniq faktlar va misollar orqali ko'rsatib berish, o'quvchilar ongida matematika va hayot o'rtasidagi ko'prikn mustahkamlashdan iborat [4, 7].

Kvadrat tenglamaning nazariy asoslari

Kvadrat tenglama quyidagi umumiy ko'rinishga ega: $ax^2 + bx + c = 0$, bu yerda $a \neq 0$. Bu yerda a - ikkinchi darajali hadi koeffitsienti, b - birinchi darajali hadi koeffitsienti, c - erkin had. Kvadrat tenglamaning ildizlari diskriminant orqali aniqlanadi [1, 3]:

$$D = b^2 - 4ac$$

Diskriminant qiymatiga ko'ra:

- Agar $D > 0$ bo'lsa, tenglama ikkita turli haqiqiy ildizga ega;
- Agar $D = 0$ bo'lsa, tenglama bitta takrorlanuvchi haqiqiy ildizga ega;
- Agar $D < 0$ bo'lsa, tenglamaning haqiqiy ildizlari mavjud emas (ildizlar kompleks son).

Tenglamaning ildizlari formulasi: $x_{1,2} = (-b \pm \sqrt{D}) / 2a$

Viet teoremasi kvadrat tenglamaning ildizlari va koeffitsientlari orasidagi muhim munosabatni ifodalaydi: ildizlar yig'indisi $x_1 + x_2 = -b/a$, ildizlar ko'paytmasi esa $x_1 \cdot x_2 = c/a$ ga teng. Bu teorema ko'pincha tenglamani tezkor tekshirishda va ildizlarni topishda keng qo'llaniladi [2, 6].



Kvadrat tenglamani yechishning asosiy usullari: (1) diskriminant formulasi; (2) to'liq kvadratga ajratish usuli; (3) Viet teoremasi orqali; (4) grafik usul - parabola va x-o'qi kesishish nuqtalarini aniqlash; (5) ko'paytuvchilarga ajratish usuli. Har bir usulning o'z afzallik va cheklovlari mavjud bo'lib, masalaning turiga qarab eng qulay usul tanlanadi [4, 8].

Kvadrat tenglamalarning fizikadagi qo'llanilishi

Fizikada kvadrat tenglamalar tez-tez uchraydigan vosita hisoblanadi. Xususan, kinematikada bir tekis tezlanuvchan harakatdagi yo'l formulasi: $S = v_0t + at^2/2$ - bu ikkinchi darajali tenglama bo'lib, vaqt t noma'lumiga nisbatan kvadrat tenglama hosil qiladi. Misol: yerdagi jism 80 m balandlikdan erkin tushirilsa, yerga qachon yetib kelishini topish uchun $80 = gt^2/2$, ya'ni $4,9t^2 = 80$ tenglamasi yechiladi, natijada $t \approx 4,04$ s topiladi [3, 9].

Optikada yupqa linzalar formulasi $1/f = 1/d + 1/v$ ham muayyan sharoitlarda kvadrat tenglamaga olib keladi. Elektrotexnikada Kirchhoff qonunlarini qo'llaganda zanjir elementlari parametrlarini topishda ham kvadrat tenglamalar keng qo'llaniladi. Balistika sohasida o'q yoki to'p pishirilganda uning traektoriyasi - parabola - kvadrat funksiya grafigidir [5, 10].

Qurilish, arxitektura va muhandislikdagi qo'llanilishi

Muhandislik va qurilish sohasida kvadrat tenglamalar konstruktiv hisob-kitoblarda muhim o'rin tutadi. Fermalar, ko'priklar va bino konstruktsiyalarida yuk ta'sirida egilgan to'sin yoki kabelning shakli parabolani tashkil etadi. Masalan, osma ko'prikdagi kabelning shakli $y = ax^2$ ko'rinishidagi paraboladir - bu konstruktorlar uchun to'g'ri materiallar va o'lchamlarni hisoblashda asosiy tenglama hisoblanadi [6, 11].

Arxitekturada gumbazlar, arklar va dekorativ elementlar ko'pincha parabolik yoki kvadratik shaklga ega bo'ladi. Aniq misol: berilgan maydondagi to'rtburchak



binoning perimetri 60 m va maydoni 200 m² bo'lsa, tomonlarini topish uchun $x(30 - x) = 200$, ya'ni $x^2 - 30x + 200 = 0$ kvadrat tenglamasi tuziladi. Diskriminant: $D = 900 - 800 = 100$, ildizlar: $x_1 = 20$, $x_2 = 10$. Demak, bino 20×10 metr o'lchamda quriladi [4, 7].

Iqtisodiyot va moliyaviy hisob-kitoblardagi qo'llanilishi

Iqtisodiyotda kvadrat tenglamalar foyda maksimizatsiyasi va xarajatlarni minimallashtirish masalalarida qo'llaniladi. Firma foydasini ifodalovchi funksiya ko'pincha kvadratik shakl: $P(x) = -ax^2 + bx - c$ - bu yerda x - ishlab chiqarish hajmi. Foyda nolga teng bo'lgan nuqtalar (zarardonlik chegarasi) kvadrat tenglamaning ildizlarida topiladi. Masalan, $P(x) = -2x^2 + 20x - 32 = 0$ tenglamasida $D = 400 - 256 = 144$, ildizlar $x_1 = 2$, $x_2 = 8$ - firma 2 dan 8 gacha birlik ishlab chiqargandagina foyda oladi [5, 12].

Bank hisob-kitoblarida murakkab foizli to'lovlarni hisoblashda ham kvadrat tenglamalar yuzaga kelishi mumkin. Masalan, 10 000 so'm qarz 2 yildan keyin 12 100 so'm bo'lsa, yillik foiz stavkasi $10000(1+r)^2 = 12100$, ya'ni $(1+r)^2 = 1,21$ - bu tenglamani yechganda $r = 0,1$, ya'ni 10% topiladi [8, 13].

Biologiya, tibbiyot va kompyuter texnologiyalarida qo'llanilishi

Biologiyada populyatsiya o'sishini ifodalovchi logistik model, ferment kinetikasidagi Michaelis-Menten tenglamasi va DNK ni o'rganishdagi ba'zi matematik modellar kvadrat yoki ikkinchi darajali tenglamalarga olib keladi. Epidemiologiyada kasallik tarqalish tezligi modellashtirishda ham parabolik funksiyalardan foydalaniladi [9].

Kompyuter grafikasida parabola va kvadratik Bezye egri chiziqlari grafik elementlarni silliq chizishda asos hisoblanadi. Kompyuter o'yinlarida ob'ektlarning traektoriyasini hisoblashda fizika dvigatellar kvadrat tenglamalardan foydalanadi. Rasm tanib olish algoritmlarida ham kvadratik funksiyalar ishlatiladi. Sun'iy



intellekt va mashinali o'qishda esa xato funksiyalarining minimizatsiyasi ko'pincha kvadratik optimallashtirish masalasiga keltiriladi [11, 13].

Amaliy masalalar: hayotdan olingan misollar

Masala 1. Sport (to'p uloqtirish). To'p 20 m/s boshlang'ich tezlik bilan 45° burchak ostida otiladi. U qancha masofaga boradi? Gorizonttal masofa formulasi: $R = v^2 \sin(2\alpha)/g = 400 \cdot 1/10 = 40$ m. Bu natija v^2/g tenglamasidan - kvadrat tenglamadan - kelib chiqadi [3, 6].

Masala 2. Qishloq xo'jaligi (sug'orish): Fermerdagi to'rtburchak dalaning perimetri 100 m, maydoni 600 m^2 . Dalaning tomonlarini top. Tenglama: $x(50-x) = 600 \rightarrow x^2 - 50x + 600 = 0$, $D = 2500 - 2400 = 100$, $x_1 = 30$, $x_2 = 20$. Javob: 30×20 m [4].

Masala 3. Yo'l masalasi: Ikki avtomobil Toshkentdan Samarqandga (360 km) jo'nadi. Birinchisi ikkinchisidan 10 km/s tez va 1 soat oldin yetib keladi. Tezliklarni top. Tenglama: $360/v - 360/(v+10) = 1 \rightarrow v^2 + 10v - 3600 = 0$, $D = 100 + 14400 = 14500$, $v_1 \approx 55,3$ km/s [7, 12].

Xulosa

Kvadrat tenglamalar - matematikaning eng ko'p qo'llaniladigan bo'limlaridan biri bo'lib, ularni o'rganish nafaqat nazariy jihatdan, balki amaliy hayot nuqtai nazaridan ham g'oyat muhimdir. Miloddan avvalgi davrlarda Bobil olimlaridan boshlab, IX asrda al-Xorazmiy kashfiyotlari orqali va bugungi zamonaviy muhandislik hamda sun'iy intellekt tizimlarigacha bo'lgan uzluksiz rivojlanish yo'li kvadrat tenglamalarning insoniyat bilimi tarixidagi markaziy o'rnini tasdiqlaydi.

Fizikadagi harakatlanish va erkin tushish masalalaridan tortib, iqtisodiyotdagi foyda tahlili, qurilishdagi konstruktiv hisob-kitoblar, biologiyadagi o'sish modellari va kompyuter grafikasigacha - barcha bu sohalarda kvadrat tenglamalar universal



matematik tili vazifasini o‘tab keladi. Bu esa o‘quvchilarda «Matematika nima uchun kerak?» degan savolga eng qat’iy va aniq javob beradi.

Maktab va litseyda kvadrat tenglamalarni o‘qitishda ularni real hayotiy masalalar bilan bog‘lash o‘quvchilarning motivatsiyasini oshiradi, mavzuni chuqurroq o‘zlashtirish va mustaqil fikrlash ko‘nikmalarini rivojlantiradi. Shu sababli o‘qituvchilar darslik mashqlarini hayotdan olingan amaliy misollar bilan boyitishi va o‘quvchilarni muammoli ta’lim metodlari orqali o‘qitishi tavsiya etiladi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Mirzayev T.A., Xoliqov A.R. Algebra va matematik analiz asoslari: darslik. Toshkent: O‘qituvchi, 2019. 368 b.
2. Yusupov O.G., Karimov F.B. Al-Xorazmiy va algebra tarixi. Toshkent: Fan va texnologiya, 2020. 224 b.
3. Toshmatov N.E., Raximov B.S. Algebra: 8-sinf darslik. Toshkent: Sharq, 2021. 256 b.
4. Ergasheva M.O. Matematikani hayot bilan bog‘liq o‘qitish metodikasi. Namangan: NamDU nashriyoti, 2018. 192 b.
5. Holiqov B.A., Nazarov S.R. Amaliy matematika va iqtisodiy masalalar. Toshkent: TDIU nashriyoti, 2022. - 280 b.
6. Qodirov A.B. Matematika o‘qitishda zamonaviy yondashuvlar: o‘quv qo‘llanma. Toshkent: Barkamol fayz media, 2023. 176 b.
7. Abdullayeva N.T., Umarova D.R. Matematik masalalar to‘plami: litseylar uchun. Namangan: NamDTU nashriyoti, 2021. 208 b.
8. Stewart J. Algebra and Trigonometry. 4th ed. Boston: Cengage Learning, 2016. 908 p.



9. Lay D.C., McDonald J.J. Linear Algebra and Its Applications. 6th ed. Pearson Education, 2021. - 576 p.
10. Kline M. Mathematics for the Nonmathematician. New York: Dover Publications, 1985. 641 p.
11. Стрелкова О.В. Квадратные уравнения в задачах из жизни // Математика в школе. 2019. № 3. С. 18–24.
12. Алгебра и начала анализа: учебник для 10–11 классов / Колмогоров А.Н. и др. Москва: Просвещение, 2018. 384 с.
13. Polya G. How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method. Princeton University Press, 2014. 288 p.