



## ANALIZ ELEMENTLARINI(FUNKSIYA , LIMIT, HOSILA, INTEGRAL ELEMENTLARI)NI BOSQICHMA-BOSQICH O'RGATISHDA DIFFERENSIAL TEXNOLOGIYALAR

***Qurbonov G'.G'.***

*Buxoro davlat pedagogika instituti "Matematika va informatika" kafedrası*

*mudiri, p.f.f.d. (PhD), professor*

*Email: [gulomjonqurbonov0880@gmail.com](mailto:gulomjonqurbonov0880@gmail.com)*

***Ochilboyeva M.D.***

*Osiyo Xalqaro universiteti magistranti*

*Email: [ochilboyevamaftuna5@gmail.com](mailto:ochilboyevamaftuna5@gmail.com)*

**Annotatsiya** Ushbu maqolada funksiya, limit, hosila va integral elementlarini bosqichma-bosqich o'rgatishda differensial texnologiyalarning nazariy asoslari, didaktik tamoyillari va amaliy topshiriqlar tizimi yoritilgan. Matematik analiz kursi mavhum tushunchalarga boy bo'lib, o'quvchilarning tayyorgarlik darajasi, mantiqiy fikrlash tezligi va matematik tilni o'zlashtirish qobiliyati keskin farq qiladi. Differensial yondashuv asosida diagnostika, maqsadlarni farqlash, bosqichli topshiriqlar banki va moslashuvchan baholash mezonlari ishlab chiqilgan. "Funksiyaning limiti", "hosilaning geometrik ma'nosi", "integral yordamida yuzani hisoblash" mavzulari misolida differensial dars ishlanmalari keltirilgan. Tadqiqot natijalariga ko'ra, taklif etilgan tizim o'quvchilarning analiz elementlarini o'zlashtirish darajasini o'rtacha 1,0–1,3 ballga oshiradi va mavzuga qiziqishni 2 baravarga yaqinlashtiradi.

**Kalit so'zlar:** Differensial texnologiya, matematik analiz, funksiya, limit, hosila, integral, bosqichli o'qitish, topshiriqlar tizimi, moslashuvchan guruhlash.

**Аннотация** В статье освещены теоретические основы дифференциальных технологий при поэтапном обучении элементам анализа



(функция, предел, производная, интеграл), дидактические принципы и система практических заданий. Курс математического анализа изобилует абстрактными понятиями, уровень подготовки, скорость логического мышления и способность усваивать математический язык у учащихся сильно различаются. На основе дифференциального подхода разработаны диагностика, дифференциация целей, банк поэтапных заданий и гибкие критерии оценивания. Приведены разработки дифференциальных уроков на примере тем «Предел функции», «Геометрический смысл производной», «Вычисление площади с помощью интеграла». Результаты показывают, что предложенная система повышает успеваемость по элементам анализа в среднем на 1,0–1,3 балла и удваивает интерес к предмету.

**Ключевые слова:** дифференциальная технология, математический анализ, функция, предел, производная, интеграл, поэтапное обучение, система заданий, гибкая группировка.

**Abstract** This article covers the theoretical foundations of differential technologies in step-by-step teaching of analysis elements (function, limit, derivative, integral), didactic principles, and a system of practical tasks. The course of mathematical analysis is rich in abstract concepts; students' level of preparation, speed of logical thinking, and ability to master mathematical language differ significantly. Based on the differential approach, diagnostics, differentiation of goals, a bank of step-by-step tasks, and flexible assessment criteria have been developed. Differential lesson plans are presented using the topics "Limit of a function", "Geometric meaning of the derivative", "Calculation of area using the integral". The results show that the proposed system increases the level of mastering analysis elements by an average of 1.0–1.3 points and doubles interest in the subject.

**Key words:** differential technology, mathematical analysis, function, limit, derivative, integral, step-by-step teaching, task system, flexible grouping.



**Kirish** Matematik analiz elementlari – funksiya, limit, hosila, integral – umumta’lim maktablarining 10–11-sinflarida o’rganiladi. Ushbu tushunchalar nafaqat oliy matematikaning poydevori, balki fizika, iqtisod, biologiya va muhandislik fanlarida qo’llaniladi. Biroq amaliyot shuni ko’rsatadiki, analiz elementlarini o’rgatishda o’qituvchilar bir qator qiyinchiliklarga duch keladi: Limit tushunchasining mavhumligi ( $\varepsilon$ - $\delta$  tilida ifodalash); Hosila va integralning geometrik va fizik ma’nosini bog’lashdagi uzilishlar; Turli darajadagi matematik tayyorgarlikka ega o’quvchilarni bir sinfdagi o’qitishdagi nomutanosiblik. An’anaviy “barcha uchun bir xil” uslub kuchli o’quvchilarni chuqur tahlildan mahrum qiladi, zaif o’quvchilarda esa “men buni hech qachon tushunmayman” degan psixologik to’siq paydo bo’ladi. Differensial texnologiyalar – bu o’quvchilarning bilim darajasi, kognitiv uslubi va o’rganish sur’atiga qarab o’quv jarayonini loyihalashtirish.

**Maqsad:** Funksiya, limit, hosila, integral elementlarini bosqichma-bosqich o’rgatishda differensial texnologiyalarning nazariy asoslari, bosqichli topshiriqlar tizimi va amaliy modellarini ishlab chiqish hamda eksperimental tekshirish.

**Adabiyotlar tahlili va metodologiya:** Differensial ta’limning nazariy asoslari L.S.Vygotskiyning “yaqin rivojlanish zonasi” va J.Piagetning kognitiv bosqichlari bilan bog’liq. Matematik analizni o’qitishda differensial yondashuv C.A.Tomlinson (mazmun, jarayon, natija, muhit) modeli asosida rivojlantirilgan. O’zbekistonlik olimlardan R.Abdullayeva [1] matematika o’qitish metodikasida differensial topshiriqlar tizimini, B.Shodiyev [2] esa oliy matematika elementlarini o’rgatishda bosqichli nazoratni taklif qilgan. Xalqaro tadqiqotlar (PISA, TIMSS) matematik analiz elementlarini o’zlashtirishda differensial ta’lim qo’llangan sinflarda o’rtacha natijalar 18–25% ga yuqori ekanligini ko’rsatadi [3]. Metodologiya quyidagilarni o’z ichiga oladi:

Nazariy tahlil – differensial texnologiyalarning psixologik-pedagogik asoslari;

Didaktik modellashtirish – analiz elementlari (limit, hosila, integral) bo’yicha bosqichli differensial rejalashtirish;



Эксперимент – Бухоро ва Қарши шаҳарларидagi 5 та мактабнинг 10–11-синфларида (jami 214 о‘қувчи) 2024-йил октябридан 2025-йил февралigacha о‘tkazildi. Назорат гуруhlари (107 о‘қувчи) an’naviy usulda, tajriba гуруhlари (107 о‘қувчи) differensial texnologiyalar asosida о‘qitildi.

**Muhokama:** 1-bosqich: Diagnostika va гуруhlash .Har bir katta mavzu oldidan (masalan, “Hosila”) 10 daqiqali kirish testi о‘tkaziladi. Testda:

Funksiyaning grafigini о‘qish;

O‘zgarish tezligi haqidagi intuitiv savollar;

Asosiy algebraik ko‘nikmalar (daraja, ildiz, kasr);

Mantiqiy topshiriqlar. Natijalarga ko‘ra uchta profilaktik гуруh: Гуруh tavsif analiz elementlarini о‘rganishga tayyorlik

A (past) Asosiy algebraik amallarda xatolari bor, funksiya tushunchasi sust  
Limit va hosilani mexanik formulalar darajasida о‘zlashtirishi mumkin.

B (o‘rta) Funksiyalar bilan ishlay oladi, lekin mavhum ta’riflarni bog‘lashda qiynaladi Hosila va integralning ma’nosini tushunadi, ammo murakkab masalalarda yordam kerak.

C (yuqori) Mantiqiy fikrlash rivojlangan, matematik tilni yaxshi biladi  
Limitning  $\varepsilon$ - $\delta$  ta’rifini, hosilaning fizik va geometrik ma’nosini chuqur tahlil qila oladi

2-bosqich: Maqsadlarni farqlash “Funksiyaning limiti” mavzusida uch darajadagi maqsadlar:

A daraja:  $\lim_{x \rightarrow a} [f(x)]$  ni grafik yoki jadval bo‘yicha topa oladi; sodda funksiyalar ( $c$ ,  $x$ ,  $x^2$ ) limitini hisoblaydi.

B daraja: Limitning ta’rifini tushunadi; nolga bo‘linadigan aniqmasliklarni ( $0/0$ ) qisqartirish orqali hisoblaydi; bir tomonlama limitlarni topadi.

C daraja: Limitning  $\varepsilon$ - $\delta$  ta’rifini izohlaydi; ajoyib limitlarni isbotlaydi; parametrlilimitlarni tahlil qiladi.



3-bosqich: Topshiriqlar banki (bosqichli va differensial) analiz elementlari bo'yicha differensial topshiriq turlari. Topshiriq turi tavsifi qaysi mavzu uchun daraja.

| Topshiriq turi        | Tavsifi                                                                  | Qaysi mavzu uchun           | Daraja |
|-----------------------|--------------------------------------------------------------------------|-----------------------------|--------|
| “Grafik o‘qichi”      | Funksiya grafigida limit, uzilish, hosila qiymatini aniqlash             | Limit, hosila               | A,B    |
| “Bosqichli karta”     | Har bir qadamda formula yoki yo‘riqnoma bilan                            | Hosila olish qoidalari      | A      |
| “To‘ldirilgan yechim” | Limit hisoblashda ayrim qadamlar berilgan, qolgani talaba tomonidan      | Aniqmasliklarni ochish      | B      |
| “Xatoni top”          | Limit yoki integral hisoblashda qasddan xato – talaba topadi va tuzatadi | Hosila, integral            | B, C   |
| “Ochiq masala”        | Bir necha yechimga ega limit masalalari yoki yetishmaydigan shart        | Ajoyib limitlar, parametrli | C      |



|               |                                                                                                  |                  |   |
|---------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|---|
| “Mini-loyiha” | Jismning tezligi,<br>maydon yuzi,<br>optimallashtirish<br>masalasini analiz<br>yordamida yechish | Hosila, integral | C |
|---------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|---|

4-bosqich: Dars strukturasi (misol – “Hosila va uning geometrik ma’nosi”)

Umumiy boshlanish (5 daqiqa): Barcha sinfga bir xil – funksiya grafigida urinma chizish haqida muammoli savol.

Guruhlarda farqlangan ish (25 daqiqa):

A guruhi: Tayyor grafiklarda urinmaning burchak koeffitsiyentini topish, bosqichli karta.

B guruhi:  $f(x)=x^2$ ,  $f(x)=\sqrt{x}$  funksiyalar uchun urinma tenglamasini tuzish.

C guruhi: Berilgan nuqtadan o‘tuvchi urinmalar sonini parametrga bog‘liqlikni tahlil qilish.

Umumiy yakun (10 daqiqa): Har bir guruhdan 1 kishi chiqib, o‘z masalasining g‘oyasini tushuntiradi. O‘qituvchi hosilaning geometrik ma’nosini umumlashtiradi.

Differensial tashkil etish modellari

2-jadvalda analiz elementlarini o‘qitishda qo‘llangan modellar solishtirilgan. 2-jadval. Differensial modellarning samaradorligi (hosila mavzusi misolida)

| Model                       | Tavsifi                                                | O‘zlashtirish o‘sishi<br>(ball) | Afzalligi                           |
|-----------------------------|--------------------------------------------------------|---------------------------------|-------------------------------------|
| Guruhlar bilan<br>aylanish  | Limit, hosila,<br>integral stansiyalari                | 0,8                             | barcha mavzular<br>qamrab olinadi   |
| Moslashuvchan<br>guruhlash. | Har hafta<br>diagnostika asosida<br>guruhlar o‘zgaradi | 1,2                             | dinamik, o‘sishni<br>hisobga oladi. |



|                     |                                                     |                                  |                         |
|---------------------|-----------------------------------------------------|----------------------------------|-------------------------|
| Aralash guruhlar    | Har bir guruhda<br>A,B,C o'quvchilar<br>birga       | 0,9                              | Ijtimoiy<br>ko'nikmalar |
| Individual marshrut | Har bir o'quvchi<br>o'z jadvali va<br>topshiriqlari | 1,0 (lekin<br>o'qituvchiga yuk). | Maksimal<br>moslashuv   |

Eng samarali model – moslashuvchan guruhlash (o'sish 1,2 ball). Tajriba guruhlarida aynan shu model qo'llanildi.

Baholash tizimi

Differensial texnologiyada baholash – jarayonni boshqarish vositasi:

A daraja: 3–4 ball oralig'i (asosiy formula va algoritm yetarli)

B daraja: 4–5 ball (tahlil, asoslash, tipik masalalarni yechish)

C daraja: faqat 5 (nostandart yechim, isbot, loyiha elementi)

Progressiv baholash: agar A darajali o'quvchi B darajadagi topshiriqni bajarsa – qo'shimcha ball.

O'zlashtirish darajasi: Tajriba guruhlarida analiz elementlari bo'yicha o'rtacha ball 3,4 dan 4,6 ga oshdi (o'sish 1,2 ball). Nazorat guruhlarida o'sish atigi 0,4 ballni tashkil etdi. "2" ball olgan o'quvchilar soni nazoratda 18 kishi (16,8%), tajribada 4 kishigacha (3,7%) kamaydi.

Mavzular bo'yicha tahlil:

"Limit" mavzusida eng katta o'sish A darajali o'quvchilarda kuzatildi (+1,4 ball).

"Hosila" mavzusida B darajali o'quvchilar eng ko'p o'sdi (+1,3 ball).

"Integral" mavzusida C darajali o'quvchilarning natijalari 1,5 ballga oshdi.

Qiziqish va motivatsiya: So'rovnoma natijalariga ko'ra, "Matematik analiz elementlari menga qiziq" degan javoblar tajriba guruhlarida 28% dan 67% gacha ko'tarildi.



Vaqt samaradorligi: Differensial rejalashtirish dastlab har bir darsga 25–35 daqiqa qo‘shimcha tayyorgarlik talab qilgan bo‘lsa, ikkinchi oydan boshlab topshiriqlar banki hisobiga bu vaqt 8–12 daqiqagacha qisqardi.

3-jadval. “Integral yordamida yuzani hisoblash” mavzusi bo‘yicha differensial dars namunasi.

| Dars qismi           | A daraja                                                                        | B daraja                                                                               | C daraja                                                                                     |
|----------------------|---------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|
| Diagnostika(5 daq)   | $y=x^2$ , $[0;2]$ da yuzani taqribiy hisoblash (to‘rtburchaklar usuli)          | Aniq integral ta’rifi bo‘yicha 2 ta misol                                              | Aniq integralning xossalari va Nyuton-Leybnits formulasini keltirib chiqarish.               |
| Asosiy qism (25 daq) | Grafik chizilgan, bo‘yalgan soha yuzi – tayyor formula bilan (3 ta sodda misol) | $f(x)=x$ , $f(x)=3-x$ , $f(x)=x^2$ egri chiziqlar bilan chegaralangan soha yuzi (4 ta) | Ikkita funksiya orasidagi soha yuzi, parametrغا bog‘liq holda yuzani o‘zgarishini tekshirish |
| Yakun (10 daq)       | “Chiqish kartochkasi” – 3 ta integralni hisoblash                               | Chiqish kartochkasi” – avval chizma, keyin integral (4 ta)                             | “Chiqish kartochkasi” – aylanma jism hajmini topish boshlang‘ich tushunchasi                 |
| Uy vazifasi          | 4 ta tayyor integral                                                            | 5 ta turli funksiyalar uchun integral                                                  | 2 ta loyiha masalasi (masalan, daryo kesimining yuzasi)                                      |



Xulosa: Funksiya, limit, hosila va integral elementlarini bosqichma-bosqich o'rgatishda differensial texnologiyalarni qo'llash quyidagi xulosalarga olib keladi:

Differensial texnologiyalar matematik analiz elementlarini o'zlashtirishdagi asosiy to'siqlarni (mavhumlik, turli tayyorgarlik, mantiqiy uslub farqi) bartaraf etishning samarali vositasidir. Bosqichli tashkil etish 4 bosqichni o'z ichiga olishi kerak:

diagnostika → maqsadlarni farqlash → bosqichli topshiriqlar banki → moslashuvchan dars strukturasi.

Eng samarali tashkiliy model – moslashuvchan guruhlash (o'zlashtirish o'sishi 1,2 ball), “individual marshrut” esa qo'shimcha mustaqil ish uchun tavsiya etiladi.

Differensial topshiriqlar tizimi o'quvchilarning o'zlashtirish darajasini o'rtacha 1,0–1,3 ballga oshiradi, o'zlashtirmaslikni 2–3 barobar kamaytiradi va fanga qiziqishni ikki baravarga yaqin oshiradi.

O'qituvchilarga amaliy tavsiyalar: Analiz elementlari uchun topshiriqlar bankini mavzu va darajalar bo'yicha raqamlashtirish; Har bir darsda yakuniy muhokamaga (refleksiya) kamida 7–10 daqiqa ajratish;

Guruhlarni “izlanish”, “tahlil”, “kashfiyot” kabi nomlar bilan atash;

Baholashda jarayon (yechim g'oyasi) va natijani teng hisobga olish.

Kelgusi tadqiqot yo'nalishlari: Raqamli platformalar (masalan, GeoGebra, Desmos, Moodle) bilan integratsiyalashgan adaptiv differensial tizimlarni ishlab chiqish; matematik analiz elementlarini fizika va informatika fanlari bilan bog'laydigan fanlararo differensial loyihalar; o'qituvchilarning differensial rejalashtirish bo'yicha malakasini oshirish modellari.

### **Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati**

1. Abdullayeva R. Matematika o'qitishda differensial topshiriqlar tizimi. – Toshkent: Fan, 2021. – 180 b.



2. Shodiyev B. Oliy matematika elementlarini o'rgatishda bosqichli nazorat texnologiyalari. // "Ta'lim texnologiyalari" jurnali, 2023, №2 (50), 45–53-b.
3. Tomlinson C.A. The Differentiated Classroom: Responding to the Needs of All Learners (2nd ed.). – ASCD, 2014. URL: <https://www.ascd.org>
4. OECD (2022). Mathematical Literacy and Differential Instruction. – Paris: OECD Publishing. URL: <https://www.oecd.org>
5. Qosimov F. Matematika o'qitish metodikasi (differensial yondashuv asoslari). – Toshkent: O'qituvchi, 2022. – 240 b.