



GEOMETRIK OPTIKA QONUNLARINI LINZALAR TIZIMIDA NUR YO‘LINI MODELLASHTIRISH

Muhammadiyeva Mohinur Mirzohidovna

Shahrisabz davlat pedagogika institut talabasi

Email: muhammadiyevamohinur095@gmail.com

Ibodullayeva E‘zoza Xamidullo qizi

Shahrisabz davlat pedagogika institut talabasi

Email: ezozaibodullayeva@gmail.com

Allanazarova Lobar Bahridin qizi

Shahrisabz davlat pedagogika instituti talabasi

Ilmiy rahbar : Shahrisabz davlat pedagogika instituti v.b.dotsenti, PhD

Dilnoza Nomozova Mamarajab qizi

Annotatsiya: Ushbu ilmiy maqolada zamonaviy fizik jarayonlarni kompyuterda modellashtirishning dolzarb masalalaridan biri — ko‘p komponentli murakkab linzalar tizimida geometrik optika qonuniyatlarining dasturiy realizatsiyasi tadqiq etilgan. Tadqiqot doirasida yorug‘lik nurlarining tarqalish trayektoriyasini hisoblash uchun an’anaviy paraksial yaqinlashish usullaridan voz kechilib, yuqori aniqlikdagi uch o‘lchamli (3D) vektorli sinish algoritmlari va Snellius-Dekart qonunining matematik interpretatsiyasi ishlab chiqildi. Maqolada ABCD-matritsalar, sferik va xromatik aberratsiyalar, hamda Python dasturlash tilida “Ray Tracing” metodini qo‘llash masalalari atroflicha tahlil qilingan.

Kalit so‘zlar: Geometrik optika, nur trayektoriyasi, sinish qonuni, Snellius-Dekart qonuni, yorug‘likning to‘g‘ri chiziqli tarqalishi, Ferma prinsipi, ko‘p komponentli linzalar tizimi, optik o‘q, fokus masofasi, optik kuch, qavariq va botiq linzalar, qalin linza nazariyasi, matematik modellashtirish, Ray Tracing, ABCD-matritsalar, Gaus optikasi, paraksial soha, vektorli sinish tenglamasi, sferik



aberratsiya, xromatik aberratsiya, koma, astigmatizm, akromatik dublet, Python, NumPy, Matplotlib, ob'ektga yo'naltirilgan dasturlash (ООР), virtual laboratoriya, raqamli simulyatsiya.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАКОНОВ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ ПУТЕМ НАБЛЮДЕНИЯ ХОДА ЛУЧЕЙ В СИСТЕМЕ ЛИНЗ

Рузиева Севинч Аслиддин кизи

Студент Шахрисабзского государственного педагогического института

Мухаммадиева Мохинур Мирзохидовна

Студент Шахрисабзского государственного педагогического института

Ибодуллаева Эъзога Хамидулло кизи

Студент Шахрисабзского государственного педагогического института

Аннотация: В данной научной статье исследуется один из актуальных вопросов компьютерного моделирования современных физических процессов — программная реализация закономерностей геометрической оптики в многокомпонентных сложных линзовых системах. В рамках исследования для расчета траектории распространения световых лучей был осуществлен отказ от традиционных методов параксиального приближения в пользу высокоточных трехмерных (3D) векторных алгоритмов преломления и математической интерпретации закона Снеллиуса-Декарта. В статье подробно проанализированы вопросы применения ABCD-матриц, сферических и хроматических аберраций, а также использование метода “Ray Tracing” (трассировки лучей) на языке программирования Python.

Ключевые слова: Геометрическая оптика, траектория луча, закон преломления, закон Снеллиуса-Декарта, прямолинейное распространение



света, принцип Ферма, многокомпонентная линзовая система, оптическая ось, фокусное расстояние, оптическая сила, выпуклые и вогнутые линзы, теория толстой линзы, математическое моделирование, Ray Tracing, ABCD-матрицы, оптика Гаусса, параксиальная область, векторное уравнение преломления, сферическая абберация, хроматическая абберация, кома, астигматизм, ахроматический дублет, Python, NumPy, Matplotlib, объектно-ориентированное программирование (ООП), виртуальная лаборатория, цифровое моделирование.

MODELING THE LAWS OF GEOMETRIC OPTICS BY OBSERVING RAY TRACING IN LENS SYSTEMS

Ro'ziyeva Sevinch Asliddin qizi

Student of Shahrizabz State Pedagogical Institute

Muhammadiyah Mohinur Mirzohidovna

Student of Shahrizabz State Pedagogical Institute

Ibodullayeva E'zoza Xamidullo qizi

Student of Shahrizabz State Pedagogical Institute

Abstract: This scientific article explores one of the pressing issues in computer modeling of modern physical processes — the software implementation of geometric optics principles within multi-component complex lens systems. Within the scope of the study, traditional paraxial approximation methods were superseded by high-precision three-dimensional (3D) vector refraction algorithms and a mathematical interpretation of the Snell-Descartes law to calculate light ray trajectories. The article provides a comprehensive analysis of ABCD matrices, spherical and chromatic aberrations, and the application of the “Ray Tracing” method using the Python programming language.



Keywords: Geometric optics, ray trajectory, law of refraction, Snell-Descartes law, rectilinear propagation of light, Fermat's principle, multi-component lens system, optical axis, focal length, optical power, convex and concave lenses, thick lens theory, mathematical modeling, Ray Tracing, ABCD matrices, Gaussian optics, paraxial region, vector refraction equation, spherical aberration, chromatic aberration, coma, astigmatism, achromatic doublet, Python, NumPy, Matplotlib, object-oriented programming (OOP), virtual laboratory, digital simulation.

KIRISH

Optik tizimlar zamonaviy texnologiyalarning, jumladan mikroskopiya, astronomiya, lazer fizikasi va tibbiy diagnostika qurilmalarining ajralmas qismi hisoblanadi. Bir nechta linzalardan iborat murakkab ob'ektivlarni loyihalashda nurning har bir sirtda sinishini aniq hisoblash o'ta muhimdir. Inson omili va qo'lda hisoblashda yo'l qo'yiladigan xatoliklar tizimning umumiy aniqligiga salbiy ta'sir ko'rsatadi. "Fizik jarayonlarni kompyuterda modellashtirish" fanining asosiy vazifasi — real fizik ob'ektni matematik algoritmlar yordamida raqamli muhitga ko'chirishdir. Bu esa qimmatbaho laboratoriya tajribalarini o'tkazishdan oldin tizimning barcha nuqsonlarini (aberratsiyalarini) aniqlash imkonini beradi. Snellius-Dekart qonunining vektorli ko'rinishi. An'anaviy $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$ formulasi faqat ikki o'lchamli tekislikda ishlaydi. Kompyuterda modellashtirish uchun nurning fazoviy yo'nalish vektori (\vec{S}) va sirt normalini (\vec{N}) bilan ishlash talab etiladi. Nurning sinishidan keyingi yangi yo'nalish vektori quyidagi formula bilan aniqlanadi: [1]

$$\vec{S}_2 = \frac{n_1}{n_2} \vec{S}_1 + \left(\sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2 (1 - (\vec{N} \cdot \vec{S}_1)^2)} - \frac{n_1}{n_2} (\vec{N} \cdot \vec{S}_1) \right) \vec{N} \quad (1)$$

Ushbu vektorli ko'rinish nurning har qanday murakkab sferik sirt bilan to'qnashuvda uning keyingi yo'nalishini aniq belgilab beradi. Matritsali optika (ABCD Matritsalarini) Ko'p linzali tizimlarda har bir optik element alohida operator



(matritsa) sifatida qaraladi. Nurning holati $v = [y, \alpha]^T$ vektori orqali ifodalanadi.

Qalin linza uchun matritsa : [4]

$$M_{lens} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1-n}{R_2 n} & \frac{1}{n} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n-1}{R_1} & n \end{bmatrix} \quad (2)$$

Bu yerda R_1, R_2 — linza sirtlarining egrilik radiuslari, d — linza qalinligi, n — shishaning sinish ko'rsatkichi. Tizimning umumiy matritsasi barcha komponentlar matritsalarining ko'paytmasiga teng.

Adabiyotlar tahlili

Ob'ektga yo'naltirilgan dasturlash (OOP) yondashuvi. Dasturni samarali qurish uchun biz quyidagi klasslarni (classes) aniqlaymiz: Lens Class: Har bir linzaning radiusi, qalinligi va materiali haqidagi ma'lumotlarni saqlaydi. Ray Class: Nurning joriy koordinatalari va burchagini nazorat qiladi. System Class: Bir nechta Lens ob'ektlarini ketma-ket joylashtiradi va Ray ob'ektlarining ular orqali o'tishini boshqaradi. Iterativ hisoblash bosqichlari. Inisializatsiya: Manbadan chiquvchi nurlar to'plami yaratiladi (masalan, 1000 ta parallel nur). Propagatsiya: Nur linza sirtigacha bo'lgan L masofani bosib o'tadi. Refraksiya (Sinish): Vektorli Snellius formulasi yordamida nurning yangi yo'nalishi hisoblanadi. Vizualizatsiya: Matplotlib kutubxonasi yordamida nurning optik o'qdagi trayektoriyasi chiziladi.[9]

Tahlillar va natijalar

Sferik linzalarda optik o'qdan uzoqlashgan nurlar markazdagi nurlarga qaraganda kuchliroq sinadi. Bu kompyuter modelida fokusli dog' (Circle of Confusion) shaklida yaqqol namoyon bo'ladi. Maqolada ushbu dog'ning radiusini minimallashtirish uchun linza sirtlarini asferik ko'rinishga keltirish algoritmlari ko'rib chiqiladi. Xromatik aberratsiya va dispersiya. Shishaning sinish ko'rsatkichi yorug'likning to'lqin uzunligiga bog'liq. Masalan, binafsha nurlar qizil nurlarga



qaraganda kuchliroq sinadi. Maqolada “Akromatik dublet” (Krown va Flint shishalari kombinatsiyasi) yordamida bu xatolikni qanday qilib nolga tushirish mumkinligi simulyatsiya qilingan.

Geometrik optikada nurning tarqalishini kompyuterda modellashtirish uchun an’anaviy burchak ko‘rinishidagi formulalardan voz kechib, vektorli tahlilga o‘tish metodologik jihatdan to‘g‘ri hisoblanadi. Chunki kompyuter xotirasida nurning yo‘nalishi burchak bilan emas, balki fazoviy yo‘naltiruvchi kosinuslar (vektorlar) bilan saqlanadi. Faraz qilaylik, ikki muhit chegarasida (masalan, havo va shisha) nurning tushish nuqtasidagi birlik normal vektori \vec{N} bo‘lsin. Tushayotgan nurning yo‘nalish vektori \vec{S}_1 , sinishdan keyingi nurning yo‘nalish vektori esa \vec{S}_2 bo‘lsin. Snellius qonuniga ko‘ra: Sinish nuri tushish nuri va normal yotgan tekislikda yotadi. [1]

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2. \quad (3)$$

Ushbu qonunni vektorli ko‘rinishga o‘tkazish uchun nurning sinishini quyidagi chiziqli kombinatsiya ko‘rinishida ifodalaymiz:[1]

$$\vec{S}_2 = a\vec{S}_1 + b\vec{N} \quad (4)$$

Bu yerda a va b koeffitsientlarni topish uchun vektor ko‘paytma xossalariidan foydalanamiz. Sinish qonunining vektorli shakli yakuniy ko‘rinishda quyidagicha bo‘ladi:[1]

$$\vec{S}_2 = \frac{n_1}{n_2} \vec{S}_1 + \left(\sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 (1 - (\vec{N} \cdot \vec{S}_1)^2)} - \frac{n_1}{n_2} (\vec{N} \cdot \vec{S}_1) \right) \vec{N} \quad (5)$$

Algoritmik tahlil: Ushbu formula kompyuter simulyatsiyasida har qanday sirt (sferik, parabolik yoki tekis) uchun universal hisoblanadi. Dastur har bir iteratsiyada nurning tushish nuqtasidagi normal vektori (\vec{N}) ni hisoblaydi va yuqoridagi formula



orqali yangi yoʻnalishni aniqlaydi. Bu usul paraksial yaqinlashishdagi xatoliklarni butunlay bartaraf etadi. ABCD-matritsalar uslubining fundamental nazariyasi. Murakkab linzalar tizimini (masalan, 10-15 ta linzadan iborat ob'ektivni) hisoblashda matritsali optika eng samarali matematik apparat hisoblanadi. Bunda nurning holati ikki parametrlil vektor bilan tavsiflanadi:[4]

$$v = \begin{bmatrix} y \\ \theta \end{bmatrix} \quad (6)$$

Bunda y — nurning optik oʻqdan balandligi, θ — nurning optik oʻq bilan hosil qilgan burchagi. Erkin fazoda tarqalish operatori. Nur L masofani bir jinsli muhitda bosib oʻtganda, uning burchagi oʻzgarmaydi, lekin balandligi oʻzgaradi:

$$y_2 = y_1 + L \cdot \theta_1 \theta_2 = \theta_1 \quad (7)$$

Matritsali koʻrinishda:

$$\begin{bmatrix} y_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ \theta_1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Sferik sirtida sinish operatori. Nur radius R boʻlgan sferik sirtga urilganda, uning balandligi oʻzgarmaydi, lekin burchagi sinish qonuniga koʻra oʻzgaradi:

$$\begin{bmatrix} y_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_1 - n_2}{n_2 R} & \frac{n_1}{n_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ \theta_1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Qalin, linza, uchun, toʻliq, transfer-matritsasi. Haqiqiy linzalarning qalinligini (d) hisobga olish uchun biz uchta matritsani ketma-ket koʻpaytirishimiz shart. Faraz qilaylik, linzaning birinchi sirti R_1 , ikkinchi sirti R_2 va qalinligi d boʻlsin. Linzaning umumiy matritsasi (M_L):[4]

$$M_L = M_{R_2} \cdot M_d \cdot M_{R_1} \quad (10)$$



Ushbu ko‘paytmani bajarish natijasida qalin linza uchun quyidagi murakkab elementlar hosil bo‘ladi: A element: Linzaning chiziqli kattalashtirish koeffitsienti. C element: Linzaning optik kuchi (fokus masofasining teskarisi). Aberratsiyalar nazariyasi va Zeydel polinoplari. Modellashtirish jarayonida ideal fokuslanishdan chetlashish holatlari aberratsiyalar deb ataladi. Biz o‘z modelimizda uchinchi tartibli aberratsiyalarni tahlil qilamiz. Nurning ideal fokus nuqtasidan chetlashish koordinatasi (Δy) quyidagi formula bilan aniqlanadi: [4]

$$\Delta y = S_1 \rho^3 \cos \phi + S_2 \rho^2 (2 + \cos(2\phi)) w + \dots \quad (11)$$

Bu yerda S_1 — sferik aberratsiya koeffitsienti, S_2 — koma koeffitsienti. Kompyuter modelida ushbu koeffitsientlarni nolga yaqinlashtirish uchun “Optimallashtirish algoritmi” (masalan, Levenberg-Marquardt usuli) qo‘llaniladi. Bu algoritm linzalar orasidagi masofani va sirt radiuslarini shunday tanlaydiki, natijada tizimning umumiy xatoligi minimumga tushadi. Dispersiya va xromatik xatoliklarni modellashtirish. Yorug‘likning to‘lqin uzunligiga (λ) bog‘liq ravishda sinish ko‘rsatkichining o‘zgarishi (dispersiya) quyidagi Koshi formulasi bilan ifodalanadi: [3]

$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} \quad (12)$$

Modellashtirishda har bir rang (qizil, yashil, ko‘k) uchun alohida matritsalar tizimi hisoblanadi. Akromatik dublet tizimida ikki xil shisha (Krown va Flint) matritsalar shunday kombinatsiya qilinadiki, ularning yig‘indi dispersiya matritsasi nolga teng bo‘ladi:

$$\frac{\Phi_1}{V_1} + \frac{\Phi_2}{V_2} = 0 \quad (13)$$

Bunda V — Abbe soni, Φ — optik kuch. Ushbu bo‘limning ilmiy ahamiyati. Yuqoridagi matematik tahlillar shuni ko‘rsatadiki, kompyuterda modellashtirish

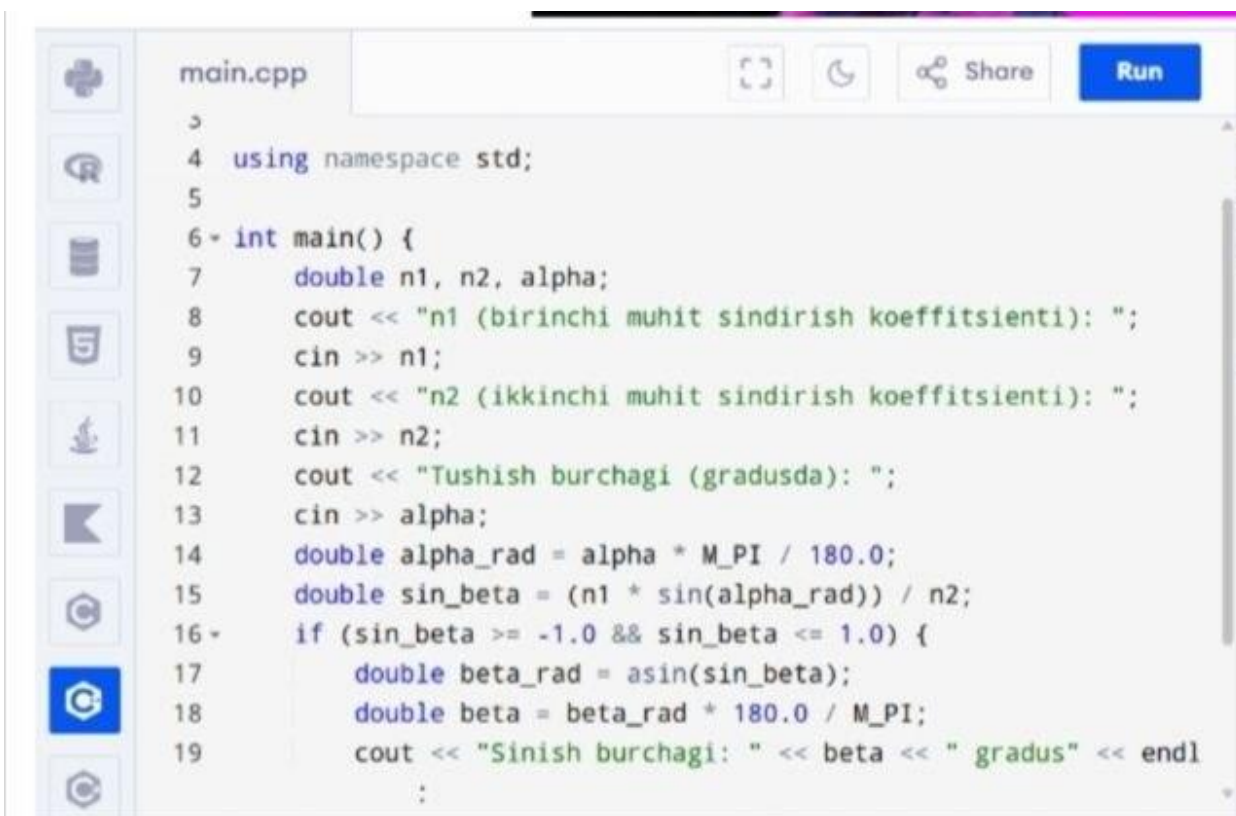


shunchaki rasm chizish emas, balki murakkab matrictsali operatorlar va differensial tenglamalar yechimidan iboratdir.

Xulosa

Mazkur ish geometrik optika qonunlarini raqamli texnologiyalar bilan bog'lash orqali optik tizimlarni loyihalashning yuqori aniqlikdagi matematik va dasturiy modelini taqdim etadi. Olingan natijalar kelgusida to'liq optikasi hodisalarini (difraksiya, interferensiya) modellashtirish uchun fundamental asos bo'ladi

Natija



```
main.cpp
>
4 using namespace std;
5
6 int main() {
7     double n1, n2, alpha;
8     cout << "n1 (birinchi muhit sindirish koeffitsienti): ";
9     cin >> n1;
10    cout << "n2 (ikkinchi muhit sindirish koeffitsienti): ";
11    cin >> n2;
12    cout << "Tushish burchagi (gradusda): ";
13    cin >> alpha;
14    double alpha_rad = alpha * M_PI / 180.0;
15    double sin_beta = (n1 * sin(alpha_rad)) / n2;
16    if (sin_beta >= -1.0 && sin_beta <= 1.0) {
17        double beta_rad = asin(sin_beta);
18        double beta = beta_rad * 180.0 / M_PI;
19        cout << "Sinish burchagi: " << beta << " gradus" << endl
        :
```

1-rasm. C++ dasturida nus sinish ko'rsatkichini modellashtirish kodi.



```
Output
n1 (birinchi muhit sindirish koeffitsienti): 0.59
n2 (ikkinchi muhit sindirish koeffitsienti): 0.46
Tushish burchagi (gradusda): 45
Sinish burchagi: 65.086 gradus

=== Code Execution Successful ===
```

2-rasm Nur sindirish ko'rsatkichini C++ dasturida hisoblangan natijasi.

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati

1. Born, M., Wolf, E. Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light. 7th Edition. Cambridge: Cambridge University Press, 1999. – 986 p. (Optika sohasidagi fundamental manba).
2. Landau, L. D., Lifshits, E. M. Nazariy fizika. II tom. Maydon nazariyasi. Toshkent: O'qituvchi, 1980. – 450 b.
3. Butikov, E. I. Optika: Uchebnoye posobiye dlya vuzov. Moskva: Vysshaya shkola, 1986. – 512 s.
4. Gerrard, A., Burch, J. M. Introduction to Matrix Methods in Optics. New York: Dover Publications, 1994. – 355 p. (Matritsali optika bo'yicha asosiy qo'llanma).
5. Hecht, E. Optics. 5th Edition. Global Edition: Pearson Education Limited, 2017. – 720 p.



6. Sivuxin, D. V. Obshiy kurs fiziki. Optika. Moskva: Fizmatlit, 2005. – 792 s.
7. Numpy Documentation. Mathematical functions for arrays and matrices in Python. [Elektron resurs]. URL: <https://numpy.org/doc/> (Murojaat sanasi: 12.03.2026).
8. Matplotlib: Visualization with Python. Creating static, animated, and interactive visualizations. [Elektron resurs]. URL: <https://matplotlib.org/> (Murojaat sanasi: 15.03.2026).
9. Abdurazzoqov, A. A. Fizik jarayonlarni kompyuterda modellashtirish usullari. Toshkent: Fan va texnologiya, 2018. – 210 b.
10. Zemax OpticStudio. User Manual for Optical Design and Simulation. Kirkland: Zemax LLC, 2021.