



КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА В ЭКОНОМИКЕ

Меражова Ш.Б.

*Бухарский государственный университет,
доцент кафедры дифференциальные уравнения
s.b.merajova@buxdu.uz, shsharipova@mail.ru*

Ачилов Султонали Толибович

Ученик средней школы 23 города Бухары

Аннотация. В данной статье рассматриваются применения комплексных чисел в экономике. Комплексные числа традиционно считались инструментом фундаментальных и технических наук, они находят всё большее применение в моделировании сложных экономических систем.

Ключевые слова. Комплексные числа, тригонометрическая форма комплексного числа, формула Эйлера, дифференциальные уравнения, характеристическое уравнения, экономические циклы, модель Самуэльсона-Хикса, преобразование Фурье.

Annotation. This article examines the applications of complex numbers in economics. Traditionally considered a tool of fundamental and technical sciences, complex numbers are finding increasing application in modeling complex economic systems.

Keywords. Complex numbers, trigonometric form of a complex number, Euler's formula, differential equations, characteristic equation, business cycles, Samuelson-Hicks model, Fourier transform.

Когда ученики или студенты впервые сталкиваемся с комплексными числами в школе или университете, мнимая единица $i = \sqrt{-1}$ кажется чистой абстракцией [1-3]. Мы говорим, что они незаменимы в квантовой физике,



электротехнике и гидродинамике, ну какую роль они играют в экономике. Современная экономическая наука и финансовый анализ активно используют комплексные числа для моделирования процессов, которые невозможно адекватно описать привычными вещественными числами.

Главная сила комплексных чисел в экономики — это их способность одновременно кодировать две важнейшие характеристики: величину (амплитуду) и фазу (время или направление).

Любое комплексное число можно записать в виде:

$$z = a + ib \quad (1)$$

или в тригонометрической форме:

$$z = r(\cos(\varphi) + i \sin(\varphi)). \quad (2)$$

В экономических системах это свойство становится мощным инструментом: Вещественная часть $Re(z) = a$ часто отвечает за текущее состояние, тренд или баланс, а мнимая часть $Im(z) = b$ отражает циклические колебания, задержки во времени или скрытые движущие силы.

Где же они применяются в экономике? Например, в моделирование экономических циклов. Экономика не растет строго по прямой. Она подвержена циклам: спады сменяются подъемами. При анализе макроэкономических показателей (например, уровня инфляции) используются дифференциальные и разностные уравнения. Когда мы решаем характеристическое уравнение дифференциальных уравнений или систем дифференциальных уравнений, его корни часто оказываются комплексными:

$$\lambda = \alpha \pm i\beta.$$

$Re(\lambda) = \alpha$ (вещественная часть) показывает, затухают ли колебания экономики со временем или, наоборот, раскачивают систему (взрывной рост/кризис), а мнимая часть $Im(\lambda) = \beta$ (мнимая часть) напрямую определяет частоту и период экономических циклов.



Например, решим следующее дифференциальное уравнения:

$$y'' + 4y' + 5y = 0. \quad (3)$$

Его характеристическое уравнения:

$$\lambda^2 + 4\lambda + 5 = 0. \quad (4)$$

Корни уравнения (4) комплексные:

$$\lambda = -2 \pm i,$$

действительная часть которого $\alpha = -2$, мнимая часть $\beta = 1$. Когда корни характеристического уравнения комплексные, общее решение дифференциального уравнения записывается по формуле:

$$y = e^{\alpha x} (C_1 \cos(\beta x) + C_2 \sin(\beta x)).$$

В нашем случае решение уравнения (3) имеет следующий вид:

$$y = e^{-2x} (C_1 \cos(x) + C_2 \sin(x)). \quad (5)$$

(4) уравнение есть линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Кстати, уравнения именно такого типа (с комплексными корнями) как раз и описывают те самые затухающие колебания в экономике, а также в физике.

График решения (5) представляет собой колебания, которые затухают с увеличением x из-за множителя e^{-2x} . Таких примеров можно приводить сколько угодно [4]. Без комплексных чисел было бы крайне сложно рассчитать, через сколько лет наступит следующий пик или дно локального кризиса.

Также применения комплексных чисел можно увидеть в модели мультипликатора-акселератора Самуэльсона-Хикса. Это классическая экономическая модель, которая объясняет, как внутренние механизмы рынка порождают колебания деловой активности. Взаимодействие между склонностью к потреблению и инвестиционным спросом описывается разностным уравнением второго порядка. Если параметры экономики (инвестиции и потребление) находятся в определенном соотношении, дискриминант уравнения становится отрицательным. Появление



комплексных корней в этой модели как раз и означает, что экономика вошла в режим динамических циклических колебаний, а не просто стремится к стабильному равновесию.

В финансовом инжиниринге и анализе временных рядов также можно увидеть применения комплексных чисел. Для финансовых аналитиков есть мощный инструмент — преобразование Фурье, которое раскладывает сложный и хаотичный рыночный сигнал (например, график цены акции или биткоина) на сумму простых синусоид разной частоты. В основе преобразования Фурье лежит формула Эйлера, связывающая экспоненту и комплексные числа:

$$e^{i\varphi} = \cos(\varphi) + i \sin(\varphi). \quad (6)$$

Выделяя мнимые компоненты, алгоритмы очищают рыночный «шум» от истинных циклических трендов, помогая крупным фондам прогнозировать движение котировок на фондовых биржах.

В квантовой экономики тоже можно увидеть применения комплексных чисел. Это относительно новое, но бурно развивающееся направление. Классическая экономика предполагает, что люди действуют абсолютно рационально. Квантовая экономика использует математический аппарат квантовой механики (включая комплексные волновые функции) для моделирования человеческого поведения в условиях неопределенности. Комплексные числа здесь помогают описать «суперпозицию» решений покупателя (когда он колеблется между покупкой и отказом) и то, как внешняя информация мгновенно меняет вероятности этих исходов.

Заключения.

Комплексные числа в экономике также важны, как и вещественные числа. Они позволяют экономистам и аналитикам заглянуть за рамки статических цифр и увидеть динамику, волны и скрытые ритмы рынка. Если вещественные числа измеряют богатство здесь и сейчас, то комплексные



числа помогают понять, куда и с какой скоростью это богатство будет двигаться завтра.

Литература

1. V.V. Konev. HIGHER MATHEMATICS, Part 2. Textbook. The Second Edition. Tomsk: TPU Press. 2009. 134 p.
2. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного. — М.: Наука, 1987. — 688 с.
3. Пайтген Х.-О., Рихтер П. Х. Красота фракталов. Математические образы и хаос. — М.: Мир, 1993. — 176 с.
4. Merajova Sh.B. Differensial tenglamalardan misol va masalalar to'plami. Buxoro. "Durdona" 2022 y., 144b.