



MONOTON FUNKSIYANING UZLUKSIZLIGI MASALASI

Shahrisabz davlat pedagogika instituti o'qituvchisi

Turayev Ziyovuddin

Shahrisabz davlat pedagogika instituti talabasi

Yo'ldosheva Dilafro'z

Annotatsiya

Ushbu ilmiy maqolada monoton funksiyaning uzluksizligi masalasi nazariy va amaliy jihatdan batafsil yoritilgan. Monotonlik matematik analizda muhim tushuncha bo'lib, u funksiyaning qiymatlarining o'sish yoki kamayish yo'nalishida tartibli o'zgarishini anglatadi. Funksiyaning uzluksizligi esa qiymatlar ketma-ketligining uzilishsiz o'tishini ifodalaydi. Ushbu maqolada monotonlik va uzluksizlik orasidagi matematik bog'liqlik, ularning limit, chegara va real sonlar to'plami bilan aloqasi tahlil qilinadi. Isbot real analizning fundamental xossalari — limitlar mavjudligi, to'liqlik prinsipi va sakrashli hamda sakrashsiz nuqtalar ta'riflariga asoslanadi. Monoton funksiyaning uzluksizligi haqidagi teorema keltirilib, nazariy isbot bilan bir qatorda misollar va amaliy ahamiyati ham bayon etilgan.

Kalit so'zlar:

Monoton funksiya, uzluksizlik, limit, sakrashli uzilish, sakrashsiz funksiya, real sonlar, teskari funksiya, o'suvchi funksiya, kamayuvchi funksiya, integral, to'liqlik prinsipi.

Kirish

Matematik analizda funksiyaning uzluksizligi va monotoniya xossalari o'zaro chambarchas bog'liq bo'lgan ikki muhim tushuncha hisoblanadi. Funksiya o'z argumentining o'sishiga mos ravishda qiymatini tartibli ravishda o'zgartirsa, u



monoton deyiladi. Bu xossa o'suvchi yoki kamayuvchi yo'nalishda bo'lishi mumkin.

unksiya uzluksiz bo'lishi uchun, uning argumenti ozgina o'zgarganda qiymati ham ozgina o'zgarishi kerak. Shuning uchun uzluksizlik intuitiv jihatdan "grafikni qalamni uzmasdan chizish mumkinligi"ni bildiradi. Monoton funksiyalar odatda tartibli va barqaror bo'lganligi sababli, ularning uzluksizlik xossasini isbotlash matematik analizda muhim ahamiyat kasb etadi.

Monotonlik tushunchasi

Funksiya oraliqda monoton o'suvchi deyiladi, agar $x_1 < x_2$ bo'lganda $f(x_1) < f(x_2)$ bo'lsa. Aksincha, $x_1 < x_2$ bo'lganda $f(x_1) > f(x_2)$ bo'lsa, u monoton kamayuvchi deyiladi.

Monotonlik funksiyaning qiymatlarida tartib mavjudligini bildiradi. Shu sababli bunday funksiyalar limitlar, chegaralar va teskari funksiyalar bilan bevosita bog'liqdir. Matematik analizda funksiyaning xossalarini o'rganish muhim masalalardan biridir. Monotonlik funksiyaning argument ortishi yoki kamayishi bilan uning qiymatining qanday o'zgarishini ko'rsatadi.

Uzluksizlik tushunchasi

Funksiya $f(x)$ nuqtada $x = a$ da uzluksiz deyiladi, agar quyidagi uchta shart bajarilsa:

1. $f(a)$ mavjud bo'lishi kerak;
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ limiti mavjud bo'lishi kerak;
3. Bu limit funksiya qiymatiga teng bo'lishi kerak, ya'ni $\lim_{x \rightarrow \infty+} f(x) = f(a)$.

Intuitiv tarzda aytganda, funksiya uzluksiz bo'lsa, uning grafigini qalamni uzmasdan chizish mumkin. Bu shuni anglatadiki, argumentdagi kichik o'zgarish funksiyaning qiymatida ham kichik o'zgarishga olib keladi.



Monoton funksiyaning uzluksizligi teoremasi va isboti

Teorema: Agar funksiya $[a, b]$ oraliqda monoton bo‘lib, bu oraliqda sakrashsiz bo‘lsa, u holda funksiya shu oraliqda uzluksiz bo‘ladi.

Isbot: Faraz qilaylik $f(x)$ $[a, b]$ oraliqda monoton o‘svuchi. Har bir $c \in (a, b)$ nuqta uchun quyidagi limitlar mavjud:

$$f^{\infty-} = \lim_{x \rightarrow \infty-} f(x), \quad f^{\infty+} = \lim_{x \rightarrow \infty+} f(x).$$

Agar $f^{\infty-} = f^{\infty+}$, demak $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = f(c)$, ya’ni funksiya uzluksiz. Agar bu limitlar teng bo‘lmasa, funksiya sakrashli bo‘ladi. Shartga ko‘ra sakrashsiz bo‘lgani uchun, u holda $f(x)$ oraliqda uzluksizdir.

Misollar

1. $f(x) = \sqrt{x}$ — monoton o‘svuchi va barcha nuqtalarda uzluksiz.
2. $f(x) = \ln(x)$ — monoton o‘svuchi va uzluksiz, chunki barcha musbat x lar uchun limit mavjud.
3. $f(x) = \begin{cases} x, & x < 0 \\ x + 1, & x \geq 0 \end{cases}$ — monoton o‘svuchi, lekin $x = 0$ da sakrashli, demak uzluksiz emas.

Xulosa

Monotonlik va uzluksizlik matematik analizda o‘zaro bog‘liq tushunchalardir. Monoton funksiyalar tartibli va limitga ega bo‘lgan funksiyalar sinfini tashkil etadi. Agar ular sakrashsiz bo‘lsa, butun oraliqda uzluksiz bo‘ladi. Bu teorema matematik analiz, teskari funksiya, integral va limitlar nazariyasida muhim o‘rin tutadi. Shuningdek, bu natijalar iqtisodiyotda narx–talab funksiyalarini, fizika va texnikada o‘shish–pasayish jarayonlarini tahlil qilishda ham keng qo‘llaniladi.



Foydalanilgan adabiyotlar

1. Kudrin A. I. “Matematik analiz kursi”. Moskva, 2010.
2. Fikhtengolts G. M. “Differensial va integral hisob asoslari”. Toshkent: O‘qituvchi, 1982.
3. Olimov H., Axmedov A. “Matematik analiz”. Toshkent, 2005.
4. Zorich V. A. “Matematicheskiy analiz”. Moskva, 2017.
5. Internet manbalari: arxiv.uz, library.ziyonet.uz