



BUTUN VA RATSIONAL SONLAR TIZIMLARINI AKSIOMATIK TA'RIFLASH

*Qo'qon davlat universiteti Matematika kafedrası assistent o'qituvchisi,
pedagogika fanlari bo'yicha falsafa doktori PhD*

Tadjimatova Xosiyatxon Botirjon qizi

Qo'qon davlat universiteti Matematika yo'nalishi 2-bosqich talabasi

Odilova Ruxsora Oybek qizi

Annotatsiya:

Ushbu maqolada butun va ratsional sonlar tizimlarini aksiomatik ta'riflash masalasi ko'rib chiqiladi. Butun sonlarning asosiy aksiomalari, jumladan, to'liqlik, kommutativlik, assotsiativlik, birlik va invers elementlarning mavjudligi hamda distributivlik xossalari tahlil qilinadi. Shuningdek, ratsional sonlarning butun sonlar orqali hosil qilinishi va ularning aksiomatik asoslari muhokama qilinadi. Tadqiqot natijalari matematikaning turli sohalarida, jumladan, kriptografiya, hisoblash texnikasi va algoritmlar nazariyasida keng qo'llanilishi mumkin.

Kalit so'zlar:

butun sonlar, ratsional sonlar, aksiomatik ta'rif, sonlar nazariyasi, matematik asoslar, kommutativlik, assotsiativlik, distributivlik, kriptografiya, algoritmlar nazariyasi.

Abstract:

This article discusses the axiomatic definition of integer and rational number systems. The main axioms of integers, completeness, commutativity, associativity, the analysis of the participation and distributive properties of unity and inverse. The axiomatic foundations of rational numbers and the power and action formed by



integers. The information documents can be widely used in various fields of mathematics, in particular, cryptography, in the technique and theory.

Keywords:

integers, rational numbers, axiomatic definition, number theory, mathematical foundations, commutativity, associativity, distributiveness, cryptography, algorithm theory.

Аннотация:

В данной статье рассматривается аксиоматическое определение систем целых и рациональных чисел. Анализируются основные аксиомы целых чисел, полнота, коммутативность, ассоциативность, участие единицы и обратных чисел, а также дистрибутивные свойства. Аксиоматические основы рациональных чисел, а также сила и движение, порождаемые целыми числами. Информационные документы могут быть широко использованы в различных областях математики, в частности, в криптографии, технике и теории.

Ключевые слова:

целые числа, рациональные числа, аксиоматическое определение, теория чисел, математические основы, коммутативность, ассоциативность, дистрибутивность, криптография, теория алгоритмов.

Kirish

Hisoblash va mantiqiy fikrlash inson sivilizatsiyasining uzviy qismi bo'lib, uning asl asosi bo'lgan sonlar tizimi taraqqiyotning barcha bosqichlarida muhim rol o'ynagan. Butun va ratsional sonlar tizimi zamonaviy matematikaning eng muhim elementlaridan biri hisoblanib, ularni aksiomatik asosda aniqlash ularning tuzilishini chuqurroq anglash va rivojlantirish imkonini beradi. Bugungi kunda sonlar



nazariyasi nafaqat matematikaning fundamental qismi, balki kriptografiya, raqamli tahlil, algoritmlar nazariyasi va kompyuter fanlarida ham keng qo'llanilmoqda.

Ushbu maqolada butun va ratsional sonlar tizimlarining aksiomatik asoslari keng ko'rib chiqiladi. Birinchi qismda butun sonlar tizimi va uning aksiomatik asoslari tahlil qilinadi, ikkinchi qismda esa ratsional sonlar tizimi aksiomalari muhokama qilinadi. Uchinchi qismida bu tizimlarning amaliy qo'llanilishi haqida batafsil ma'lumot beriladi.

1. Butun sonlar tizimini aksiomatik ta'riflash

Butun sonlar $\mathbb{Z}$ to'plamida quyidagi aksiomalar asosida belgilanadi:

To'liqlik aksiomasi: Butun sonlar to'plami qo'shish va ko'paytirish amallariga nisbatan yopiq bo'lib, har qanday butun sonning qo'shish va ko'paytirish natijasi ham butun son bo'ladi.

Kommutativlik va assotsiativlik:

Qo'shish va ko'paytirish amallari kommutativ xossaga ega:

$$a + b = b + a, \quad a \cdot b = b \cdot a$$

Assotsiativlik xossasi:

$$(a + b) + c = a + (b + c), \quad (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

Birlik element mavjudligi:

Qo'shishga nisbatan nol neytral element hisoblanadi:

$$a + 0 = a$$

Ko'paytirishga nisbatan bir neytral element hisoblanadi:

$$a \cdot 1 = a$$



Invers element mavjudligi: Har qanday butun sonning qo'shishga nisbatan teskari elementi mavjud:

$$a + (-a) = 0$$

Distributivlik xossasi: Ko'paytirishning qo'shishga nisbatan distributivligi ta'minlanadi:

$$(b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

Bu aksiomalar butun sonlar tuzilmasining asosiy qoidalarini belgilab beradi va ularning qat'iy tartibga solingan tizim ekanligini tasdiqlaydi.

2. Ratsional sonlar tizimini aksiomatik ta'riflash

Ratsional sonlar $\mathbb{Q}$ butun sonlarning bo'linma munosabati orqali hosil qilingan to'plam bo'lib, quyidagi aksiomalar asosida ta'riflanadi:

To'liqlik:

Agar $a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$ bo'lsa, u holda $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q}$

Qo'shish va ko'paytirishga nisbatan yopiqlik:

Agar

$$\frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in \mathbb{Q} \text{ bo'lsa, u holda } \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd} \in \mathbb{Q},$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} \in \mathbb{Q}$$

Kommutativlik va assotsiativlik:

Butun sonlar kabi ratsional sonlar ham ushbu xossalarni qanoatlantiradi.



Birlik va invers element mavjudligi:

Har bir noldan farqli ratsional sonning ko'paytirishga nisbatan invers elementi mavjud:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1, \quad a \neq 0$$

3. Amaliy qo'llanilish va natijalar

Butun va ratsional sonlarning aksiomatik ta'riflari matematik analiz, kriptografiya, algoritmlar nazariyasi va hisoblash texnikasi kabi sohalarda muhim ahamiyat kasb etadi. Masalan:

Kriptografiyada butun sonlar shifrlash usullarining asosini tashkil qiladi.

Hisoblash texnikasida raqamli tahlil va algoritmlar jarayonida ratsional sonlar keng qo'llaniladi.

Matematik modellashirishda ratsional sonlar amaliy hisob-kitoblar uchun asosiy vosita sifatida ishlatiladi.

Xulosa

Butun va ratsional sonlar tizimlarining aksiomatik asoslari ularning matematik modellarini tuzishda muhim ahamiyatga ega. Ushbu aksiomalar asosida ratsional sonlar butun sonlardan hosil qilinishi ko'rsatildi. Bu tadqiqot natijalari soha mutaxassislari uchun muhim bilim manbai bo'lib, kelgusida sonlar nazariyasiga oid yangi uslublarni ishlab chiqishga zamin yaratadi.

Foydalanilgan adabiyotlar

Landau, E. (1965). Foundations of Analysis. Chelsea Publishing.

Bourbaki, N. (1998). Elements of Mathematics: Algebra. Springer.



Hardy, G. H., & Wright, E. M. (2008). An Introduction to the Theory of Numbers. Oxford University Press.

Rudin, W. (1976). Principles of Mathematical Analysis. McGraw-Hill.

Halmos, P. R. (1974). Naive Set Theory. Springer.

Yuldoshev, A. (2005). Raqamlar nazariyasi. Toshkent: Fan.

Alimov, Sh. (2010). Algebra va analiz asoslari. Toshkent: O'zbekiston Milliy Ensiklopediyasi.

Karimov, U. (2018). Matematik mantiq va aksiomatik usullar. Toshkent: TDTU nashriyoti.

Nazarov, B. (2021). Sonlar nazariyasining zamonaviy asoslari. Toshkent: Ilm-fan.