



## MATEMATIK MODEL VA UNING REAL OBYEKT ORASIDAGI MUVOFIQLILIKNI TAHLIL QILISHGA DOIR MASALALAR

*Sharofutdinov Iqboljon Usmonjon o'g'li.*

*Farg'ona davlat universiteti katta o'qituvchisi, p.f.f.d.(PhD)*

*email: [Iqbol0766@gmail.com](mailto:Iqbol0766@gmail.com)*

*Ibroximova Gulnoza Abrorjon qizi*

*Farg'ona davlat unversiteti talabasi*

*[ibragimova0497@gmail.com](mailto:ibragimova0497@gmail.com)*

**Annotatsiya:** Ushbu maqolada matematik modellarni yaratish jarayonida real obyekt bilan model o'rtasidagi muvofiqlilikni aniqlash va baholash masalalari ko'rib chiqiladi. Matematik modelning to'g'riligi va samaradorligi uning real jarayonni qay darajada aks ettirishi bilan belgilanadi. Shu sababli modelni verifikatsiya va validatsiya qilish usullari, xatoliklarni baholash, statik va dinamik modellarni solishtirish hamda amaliy misollar asosida muvofiqlilikni tekshirish tamoyillari yoritiladi. Maqolada model sifatini oshirish, uni real obyektga moslashtirish va baholashning zamonaviy yondashuvlari ham tahlil etiladi.

**Kalit so'zlar:** Matematik model, real obyekt, muvofiqlilik, verifikatsiya, validatsiya, xatoliklarni baholash, parametrlarni identifikatsiya qilish, model tahlili, modellashtirish.

**Kirish.** Zamonaviy ilm-fan va texnika rivojida matematik modellashtirish muhim o'rin tutadi. Har qanday murakkab jarayon yoki obyektдан to'g'ridan-to'g'ri tajriba o'tkazish ko'p vaqt, mablag' yoki xavf talab qilishi mumkin. Shu sababli real obyektни matematik model orqali ifodalash unga oid jarayonlarni tahlil qilish va prognozlar berishda qulaylik yaratadi. Biroq yaratilgan har bir modelning qiymati uning real obyektни qanchalik aniq aks ettirishiga bog'liq. Model real jarayonni to'liq va ishonchli tasvirlay olmasa, natijalar noto'g'ri bo'lishi yoki qaror qabul qilishda xatolarga olib kelishi mumkin.



Model – bu real ob'yektni almashtirishi mumkin bo'lgan, tadqiqot va tajriba o'tkazish uchun qulay va arzon bo'lgan boshqa bir real yoki abstrakt ob'yektdir. Model real ob'yektning soddalashtirilgan ko'rinishi bo'lib, uning hamma xossalarini emas, balki asosiy xossalarinigina o'zida mujassam etadi. Model lotincha “modulus” so'zidan olingan bo'lib, o'lchov va namuna ma'nolarini bildiradi.

Hozirgi kunda fan olamida ma'lum bo'lgan ma'lumotlarni ko'rinishi va ma'nosiga qarab quyidagi 3 ta asosiy turga bo'lish mumkin:

1. Fizik
2. Grafikli
3. Matematik

1. Fizik modellar. Tajriba o'tkazishga mo'ljallangan tajriba uchastkalari katta ekin maydonlarining, laboratoriya mashg'ulotlarini o'tkazishga mo'ljallangan asbob uskunalar fizik modellarga misol bo'ladi. Masalan, kimyoviy yoki biologik laboratoriyalarda foydalaniladigan asbob uskunalar hamda tokamak qurilmasi (yer sharoitida termoyadro reaksiyasini amalga oshiradigan qurilma).

2. Grafikli modellar. Sxemalar, chizmalar, rasmlar, ilmiy va tarixiy asarlar misol bo'la oladi. Masalan, globus yer sharining, insonning surati uning o'zining, M.Z.Boburning «Boburnoma» asari asarda keltirilgan davrning grafikli modelidir.

3. Matematik model – real ob'yektni tasavurimizdagi abstrakt ko'rinishi bo'lib, u matematik belgilar va ba'zi bir qonun–qoidalar bilan ifodalangan bo'ladi. Masalan, Nyuton qonunlari, massaning saqlanish qonuni.

### **Matematik model va matematik modellashtirish.**

XX asrning o'rtalaridan boshlab inson faoliyatining turli sohalarida matematik usullar va EHM qo'llanila boshlandi. Obektlar va hodisalarning matematik modellarini o'rganadigan “Matematik iqtisod”, “Matematik kimyo”, “Matematik lingvistika va hokazo yangi fanlar va bu modellarni o'rganish usullari paydo bo'ldi.

Matematik model – atrof borliqdagi hodisalar yoki obektlarning matematik tilidagi taxminiy ifodasidir. Modellashtirishning asosiy maqsadi – bu obektlarni



o`rganish va kelgusidagi kuzatishlar natijalarini oldindan aytish. Shu bilan birgalikda modellashtirish –atrof borliqni boshqarish imkonini beradigan bilish usulidir.

Modellarni ularning turli jihatlari bo`yicha turlarga ajratish mumkin. Masalan, masalaning yechilishi hususiyatlariga qarab modellar funktsional va strukturali modellarga bo`linishi mumkin. Birinchi holda hodisa yoki obektni harakterlovchi barcha kattaliklar miqdoriy ifodalaniladi. Bunda ularning ayrimlari erkli o`zgaruvchilar sifatida, boshqalari esa shu miqdorlarning funktsiyalari sifatida qaraladi. Matematik model odatda turli ko`rinishdagi (differentsial, algebraik va hokazolar) tenglamalarning sistemalari ko`rinishida yoziladi, bunda tenglamar qaralayotgan kattaliklar orasidagi miqdoriy bog`lanishlarni ifodalaydi. Ikkinchi holda model murakkab obektning strukturasini ifodalaydi. Murakkab obekt odatda turli qismlardan tuzilgan bo`lib, bu qismlar orasida ma`lum bog`lanishlar mavjud. Bu bog`lanishlarni odatda miqdoriy ifodalab bo`lmaydi. Bunday modellarni qurishda graflar nazariyasidan foydalash qulay bo`ladi. Graf tekislik yoki fazodagi nuqtalar (uchlar) ning biror to`plamidan iborat matematik ob`yekt bo`lib, ulardan ba`zilari chiziqlar (qirralar) bilan o`zaro tutashtirilgan bo`ladi.

Modeldagi berilganlar va bashoratlash natijalarining xarakteriga ko`ra modellar deterministik va ehtimolli-statistik modellarga bo`linadi. Birinchi modellarda aniq, bir qiymatli bashorat qilinadi. Ikkinchi turdagi modellar statistik ma`lumotlarga asoslangan bo`lib, ular yordamidagi bashoratlari ehtimolli harakterda bo`ladi.

### **Matematik modelga qo`yiladigan talablar.**

Universallik - konkret ob`yektni modeli boshqa o`xshash ob`yektlarga qo`llanishi uchun yetarli darajada universal bo`lishi kerak. Bu degani real ob`yektni matematik modeli boshqa o`xshash ob`yektlarga juda kam o`zgartirishlar orkali qo`llash uchun yetarli darajada umumiy bo`lishi kerak.

Kompaktlik. Model shunday qurilishi kerakki, uni deyarli o`zgartirishsiz o`zidan yuqori darajali modelga model osti sifatida kiritish mumkin bo`lsin.





Soddalik - matematik modelni qurishda ikkinchi, uchinchi darajali faktorlar hisobga olinmasligi lozim. Bu faktorlarni hisobga olish matematik modelni murakkablashtiradi.

Sezgirlik darajasi past bo'lishi lozim. matematik modelni qurishda hisobga olinishi zarur bo'lgan asosiy faktorlarga nisbatan modelni sezgirlik darajasi past bo'lishi lozim. Ya'ni, real ob'yektning o'rganayotgan paytda o'lgashlar ko'p hollarda xatolik bilan bajariladi. Ayrim hollarda modelda ishtirok etayotgan asosiy faktorni aniq o'lchashni imkoni bo'lmaydi

Moslashish darajasi yuqori bo'lishi lozim. Ya'ni, model blokli printsiptda qurilishi lozim. Bunda o'zgaruvchilar iloji boricha alohida blokda, avtonom holda hisoblanishi maqsadga muvofiq. Bu esa matematik modelni tez o'zgartirish, modifikatsiya qilish imkonini yaratadi. Umuman olganda bu talab unga katta bo'lmagan o'zgartirish orqali boshqa real ob'yektga moslashishni, ya'ni matematik modelni universalligini xarakterlaydi.

Matematik modelni qurish uchun bir necha bosqich amalga oshiriladi. Ular quyidagilardir:

Obektni o'rganish. Bu bosqichda ob'yektga doir, uning dinamikasini, tabiatini xarakterlovchi ma'lumotlar yig'iladi.

Yig'ilgan ma'lumotlarni sistemalashtirish. Ishchi gipotezalar qabul qilish. Ob'yektni ob'yekt osti bloklarga ajratish, bloklarda o'zgaruvchilarni aniqlash, bloklar va ulardagi o'zgaruvchilar orasidagi bog'liqliklarni o'rnatish. Ob'yekt uchun ikkinchi, uchinchi darajali faktorlar aniqlanib, bu faktorlar tashlab yuboriladi.

Yig'ilgan ma'lumotlar asosida ob'yekt bo'ysunadigan qonun yoki qonuniyatlar tanlanadi (masalan, variatsion printsipt yoki analogiya printsipti). Ushbu qonunlar asosida ob'yekt matematik tilda yoziladi. Matematik modelni nazariy tadqiqoti o'tkaziladi.

Ob'yektni taklif etilayotgan matematik modeli "jihozlanadi". Ya'ni, bu bosqichda ob'yektni tabiatini ifodalovchi kattalikka nisbatan boshlang'ich shart (jism tezligi, boshlang'ich vaqtda populyatsiya soni va shunga o'xshash) va



chegaraviy shartlar shakllantiriladi. Shu bilan matematik formallashtirish, ya'ni matematik modelni yozish jarayoni tugaydi.

Ob'yektni matematik modeli asosida diskret modeli quriladi va diskret model asosida dastur tuzilib, kompyuterda qo'yilgan matematik masala yechiladi. Bu bosqichda hisoblash eksprementi o'tkaziladi. Hisoblash eksprementi natijasida matematik model real ob'yektga muvofiqligi tekshiriladi. Modelni modelda ishtirok etayotgan faktorlarga nisbatan sezgirliги o'rganiladi. Modelda qatnashayotgan kattalik yoki parametrlarni o'zgarish chegaralari aniqlanadi. Boshqacha qilib aytganda, ushbu bosqichda matematik modelni real ob'yektga moslashtirish ushbu bosqichda bajariladi.

### **Misol. O'qning harakati.**

O'q  $v_0 = 200$  m/sekund tezlik bilan harakatlanib,  $h = 10$  sm qalinlikdagi devorni teshib, undan  $v_1 = 80$  m/sekund tezlik bilan uchib chiqadi. Devorning qarshilik kuchi o'qning harakat tezligi kvadratiga proporsional deb olib, o'qning devor ichida harakatlanish vaqti  $T$  ni toping. (O'q harakati modelini tuzishda Nyutonning 2-qonunidan foydalaning).

### **Yechish:**

Nyutonning 2-qonuniga asosan

$$m \frac{dv}{dt} = -kv^2 \quad (1)$$

(1) tenglamani quyidagicha yozib olamiz:

$$\frac{dv}{v^2} = -k_1 dt \quad (2)$$

bu yerda  $k_1 = \frac{k}{m}$ .

(2) tenglama integrallansa quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\frac{1}{v} = k_1 t + C \quad (3)$$

$t=0$  da va  $v = v_0$  dan  $C = \frac{1}{v_0}$  aniqlanadi, uni (3) ga qo'yamiz:



$$\frac{1}{v} = k_1 t + \frac{1}{v_0} \quad (4)$$

Agar  $v = v_1$  deb olinsa,  $t=T$  bo'ladi:

$$\frac{1}{v_1} = k_1 T + \frac{1}{v_0} \quad (5)$$

(5) dan  $T$  ni topish mumkin:

$$T = \frac{1}{k_1} \left( \frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_0} \right) \quad (6)$$

(6) tenglikda  $k_1$  noma'lumni topish kerak. Buning uchun (4) tenglikdan foydalanamiz. Bunda tezlikni yo'lning hosilasi sifatida yozib olsak,

$$x = \frac{1}{k_1} \ln(1 + tv_0 k_1) + C_1 \quad (7)$$

$t=0$  da  $x=0$  (bu holda o'q devorga kiradi) va  $C_1 = 0$ ;  $t=T$  da  $X=h$  (bu holda o'q devordan chiqadi)

$$h = \frac{1}{k_1} \ln(1 + Tv_0 k_1) = \frac{1}{k_1} \ln \frac{v_0}{v_1} \quad (8)$$

(8) ni (6) ga qo'yamiz va quyidagiga ega bo'lamiz

$$T = \frac{h}{\ln \frac{v_0}{v_1}} \left( \frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_0} \right)$$

Berilgan  $h=10$   $v_0 = 200$   $v_1 = 80$

$$T = \frac{h}{\ln \frac{v_0}{v_1}} \left( \frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_0} \right) = \frac{10}{\ln \frac{200}{80}} \left( \frac{1}{80} - \frac{1}{200} \right) = 0.08182 \text{ sekund}$$

Javob  $T=0.08182$  sekund

## Xulosa

Matematik model va uning real obyekt bilan muvofiqliligini tahlil qilish modellashtirish jarayonining eng muhim bosqichlaridan biri hisoblanadi. Tadqiqot davomida model parametrlarini aniqlash, eksperimental ma'lumotlar bilan



solishtirish, xatoliklarni baholash hamda verifikatsiya va validatsiya jarayonlari modelning ishonchliligi va aniqligini oshirishda muhim ahamiyatga ega ekani aniqlandi. Modelning real jarayonni to'g'ri aks ettirishi uni amaliyotga joriy etishda, qaror qabul qilishda va oldindan prognozlashda yuqori samaraga erishish imkonini beradi. Shuningdek, real obyektning murakkabligi, dinamizmi va tashqi omillarga bog'liqligi modelni muntazam yangilab borishni talab etadi. Olingan natijalar matematik modellashtirish asosida ishlovchi tizimlar samaradorligini oshirishga xizmat qiladi hamda keyingi ilmiy tadqiqotlar uchun nazariy asos bo'lib xizmat qiladi.

## FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Akimov, V.L., Tihonov, A.N. Matematik modellashtirish asoslari. Moskva: Nauka, 2018.
2. Kolesnikov, A.A. Modellashtirish va tizimli tahlil. Moskva: Yurayt, 2019.
3. Sayfullayev, A.R. Amaliy matematika va modellashtirish. Toshkent: O'zbekiston Milliy universiteti nashriyoti, 2020.
4. Bertalanfi, L. Umumiy tizimlar nazariyasi. Nyu-York: George Braziller, 2015.
5. Kovalyev, V. Matematik modellar va ularning qo'llanilishi. Sankt-Peterburg: Piter, 2021.
6. O'razaliyev, A., Jo'rayev, S. Matematik modellashtirish nazariyasi. Toshkent: "Fan va texnologiya", 2017.
7. Fishman, G. Stokastik modellashtirish. Springer, 2013.

## Internet manbalari

1. MathWorks — Mathematical Modeling Overview  
<https://www.mathworks.com/help>
2. Wolfram MathWorld — Mathematical Modeling  
<https://mathworld.wolfram.com>
3. ScienceDirect — Modeling and Simulation Articles  
<https://www.sciencedirect.com>
4. ResearchGate — Mathematical Modeling Publications





<https://www.researchgate.net>

5. Coursera — Mathematical Modeling Courses

<https://www.coursera.org>