



MATEMATIK MODEL VA UNING REAL OBYEKT ORASIDAGI MUOFIQLIKNI TAHLIL QILISHGA DOIR MASALALAR

Sharofutdinov Iqboljon Usmonjon o'g'li

Farg'ona davlat universiteti katta o'qituvchisi, p.f.f.d.(PhD)

Email: Iqbol0766@gmail.com

Axmedova Xayotxon Baxromjon qizi

Farg'ona davlat universiteti talabasi

Email: axmedovaxayotxon341@gmail.com

Annotatsiya. Ushbu maqolada matematik modellashtirish jarayoni va uning real obyektlar bilan o'zaro muvofiqligini tahlil qilish masalalari yoritilgan. Matematik modelning real tizimni qanchalik aniqlik bilan ifodalashi, model va obyekt o'rtasidagi moslik darajasi hamda bu moslikka ta'sir etuvchi omillar ko'rib chiqiladi. Shuningdek, modellarni verifikatsiya va validatsiya qilish usullari, xatoliklarni baholash hamda model natijalarining amaliy ahamiyati tahlil etiladi. Maqola matematik modellashtirishdan texnika, iqtisodiyot va tabiiy fanlarda foydalanish jarayonida yuzaga keladigan muammolarni aniqlash va ularni hal etishga qaratilgan.

Kalit so'zlar: Matematik model, real obyekt, modellashtirish, muofiqlik, validatsiya, verifikatsiya, xatolik tahlili, matematik tahlil, amaliy masalalar.

Аннотация. В данной статье рассматриваются вопросы математического моделирования и анализа соответствия между математической моделью и реальным объектом. Исследуется степень адекватности модели при описании реальных процессов и систем, а также факторы, влияющие на точность моделирования. Особое внимание уделяется методам верификации и валидации математических моделей, оценке погрешностей и анализу практической значимости полученных результатов. Рассматриваются проблемы, возникающие при применении математических



моделей в технических, экономических и естественно-научных областях, а также пути их решения.

Ключевые слова: Математическая модель, реальный объект, моделирование, соответствие, валидация, верификация, анализ погрешностей, математический анализ, прикладные задачи.

Abstract. This article examines the process of mathematical modeling and the analysis of the correspondence between a mathematical model and a real object. The degree of model adequacy in describing real processes and systems, as well as the factors affecting modeling accuracy, are investigated. Special attention is given to methods of verification and validation of mathematical models, error estimation, and the analysis of the practical significance of the obtained results. The paper also discusses problems arising in the application of mathematical models in engineering, economics, and natural sciences, along with possible approaches to their solution.

Keywords: Mathematical model, real object, modeling, correspondence, validation, verification, error analysis, mathematical analysis, applied problems.

Kirish:

Inson hamma vaqt biror-bir jarayon, voqea yoki hodisani o'rganishda u yoki bu ko'rinishdagi modeldan foydalanadi. Yaxshi qurilgan model real ob'ektga nisbatan juda qulay, chunki modelni xohlagancha o'zgartirish faqat mutaxassisning o'ziga bog'liq. Bu ishni real ob'ektda bajarish mumkin emas. Bundan tashqari, tabiatda shunday ob'ekt va hodisalar mavjudki, ularni faqat modelda o'rgansa bo'ladi. Misol uchun biosfera ko'lamida eksperiment o'tkazish, quyoshdagi fizik jarayonlarni o'rganish uchun quyoshning o'zida eksperiment o'tkazish, yer iqlimi, yerning quyosh atrofida aylanish trayektoriyasiga bog'liqligini eksperimental yo'l orqali o'rganish va h.k. Ko'pincha, bunday eksperimentlarni o'tkazishning imkoniyati bo'lmaydi, yoki qaytmas jarayonlar yuz berishi tufayli qat'iy man qilinadi. Bunday hollarda faqat modellashtirish yo'li orqali ma'lum bir kerakli ma'lumotlarga ega bo'lish mumkin. Kuzatilayotgan ob'ektlarni chuqur va har tomonlama o'rganish maqsadida tabiatda va jamiyatda ro'y beradigan jarayonlarning



modellari yaratiladi. Buning uchun ob'ektlar hamda ularning xossalari kuzatiladi va ular to'g'risida tushunchalar hosil bo'ladi. Bu tushunchalar oddiy so'zlashuv tilida, turli rasmlar, sxemalar, belgilar, grafiklar orqali ifodalanishi mumkin. Keng ma'noda – model biror obyekt yoki ob'ektlar sistemasining obrazi yoki namunasi. Masalan, yerning modeli – globus, osmon va yulduzlarning modeli – planetariy va h.k.

Matematik model:

Model – o'rganilayotgan ob'ekt, jarayon yoki hodisaning muhim xususiyatlarini, xossalari matematik tavsiflash. Modelda ob'ektning faqat izlanadigan xossalari aks etadi, shuning uchun model ob'ektning hamma xossalari aks ettirishi shart emas. Model real ob'ektni almashtirishi mumkin. U ma'lum strukturaga ega, tajriba va tadqiqot uchun qulay bo'lgan boshqa bir obyektidir. Inson har qanday ishni boshlashdan oldin avval o'sha ishning andozasini, qurilishi yoki tuzilishini xayolan tasavvur qiladi, ya'ni nusxasini (modelini) yaratadi. Bundan kelib chiqadiki, model ko'pchilik hollarda abstrakt (mavhum) xarakterga ega. Agar biz xayolimizdagi nusxani, ya'ni abstrakt modelni «o'z tilida» matematik simvollar va tegishli qonun-qoidalarga rioya qilgan holda bayon qilsak, bunday ko'rinishdagi model matematik model deyiladi.

Matematik model – matematik timsollar, belgilar va hodisalar sinfining taxminan namunasi, bayoni. Matematik model tizimni matematik izohlash uchun ishlatiluvchi abstrakt model bo'lib, ma'lum bir hodisa va jarayonni matematik formula va bog'lanishlar orqali tushuntirib beradi. Obyektiv dunyo hodisalarini to'liq aks ettiradigan matematik model qurish mumkin emas, lekin istalgan aniqlikda to'g'ri aks ettiradigan matematik model qurish mumkin. Matematik model 4 bosqichga bo'linadi: modelning asosiy obyektlarini bog'lovchi qonunlarni shakllantirish; matematik model olib keladigan matematik masalalarni yechish; modelning nazariyaga mos kelishini aniqlash; modelni tahlil qilish va takomillashtirish. Matematik modelning klassik namunalaridan biri suyuqlik harakatini o'rganishdir. Dastlab, 18-asrda suyuqlik qisilmaydigan bir jinsli, faqat massa va energiya saqlanishi qonuniga bo'ysunadigan modda („ideal qisilmaydigan



suyuqlik“) deb olingan. Shularga asoslanib qurilgan matematik modelda suyuqlik harakati maxsus differensial tenglamalar bilan ifodalangan. Keyinchalik bu matematik model takomillashtirilib, suyuqlikning qisiluvchanligi, yopishqoqligi, molekulyar tuzilishi, uyurma hosil bo‘lishi, issikdik, elektr va boshqa ta’sirlar hisobiga olingan differensial tenglamalari tuzilgan. Matematik model fizika, astronomiya, biologiya, iqtisodiyot, tibbiyot va boshqa sohalarda asosiy tadqiqot usuli hisoblanadi.

N.P. Buslenkoning ta’rifiga ko’ra matematik model – real sistemaning matematik modeli bu shunday formal tilda yozilgan abstrakt obyekt, uni faqat matematik modellar orqali o‘rganish mumkin.

V.M. Glushkov, V.I. Ivanov va V.M. Yanenkolar fikricha – matematik model deganda, umuman matematik timsollar to‘plami va ular orasidagi munosabatlar tushuniladi.

A.A. Samarskiy A.P. Mixaylovlar matematik modelni – har qanday obyektning har qanday modeli kompyuterda ishlatish darajasiga yetkazilgan bo‘lsa, bunday modelga matematik model sifatida qarasa bo‘ladi, deb izohlashgan. Bunda albatta, o‘rganilayotgan real ob’ektning asosiy qonun – qoidalarini matematik tilda bayon qilinish tushuniladi.

Umumiy qilib aytsak, ob’ektning xossa va xususiyatlarini matematik munosabatlar orqali ifodalash shu obyektning matematik modeli deb ataladi. Matematik model qurish va yechish jarayoni matematik modellashtirish deb aytiladi. Matematik modellashtirish jarayoni quyidagi bosqichlarni o‘z ichiga oladi:

- 1 -bosqich. Ob’ektni o‘rganish.
- 2-bosqich. Matematik model qurish.
- 3-bosqich. Modelni yechish usulini tanlash yoki ishlab chiqish.
- 4-bosqich. Tanlangan yoki ishlab chiqilgan yechish usuli algoritmi asosida dastur tuzish.
- 5-bosqich. Natijalar olish hamda ularni tahlil qilib, xulosalar qilish.



Berilgan ob'ektni modellashtirishda, modellashtirish maqsadidan kelib chiqqan holda avval uni tahlil etishdan boshlanadi. Bu bosqichda ob'ektning modellashtirish husuyatlarini ifodalovchi hamma ma'lum subyektlari belgilanadi. Belgilangan subyektlar obyekt modelini imkoni boricha to'liq ifodalashi lozim. Modelni tasvirlash shakllari turlicha bo'lishi mumkin. Bularga:

- modelni so'zlar orqali ifodalash;
- modelni turli chizmalar orqali ifodalash;
- modelni jadvallar ko'rinishida ifodalash;
- modelni formulalar orqali ifodalash;
- modelni sxematik ko'rinishda ifodalash;
- hisoblash algoritmini tuzish; kompyuterda dasturini tuzish;
- kompyuterda hisoblash tajribasini o'tkazish va h.k.

Matematik model tashqi dunyoning matematik belgilar bilan ifodalangan qandaydir hodisalari sinfining taqribiy tavsifidir. Matematik model tashqi dunyoni bilish, shuningdek, oldindan aytib berish va boshqarishning kuchli uslubi hisoblanadi. Matematik modelni tahlil qilish o'rganilayotgan hodisaning mohiyatiga singish imkoniyatini beradi. Hodisalarni matematik model yordamida o'rganish to'rt bosqichda amalga oshiriladi.

Birinchi bosqich – modelning asosiy ob'ektlarini bog'lovchi qonunlarni ifodalash.

Ikkinchi bosqich – modeldagi matematik masalalarni tekshirish.

Uchinchi bosqich – modelning qabul qilingan amaliyot mezonlarini qanoatlantirishini aniqlash. Boshqacha aytganda, modeldan olingan nazariy natijalar bilan olingan ob'ektni kuzatish natijalari mos kelishi masalasini aniqlash.

To'rtinchi bosqich – o'rganilayotgan hodisa haqidagi ma'lumotlarni jamlash orqali modelning navbatdagi tahlilini o'tkazish va uni rivojlantirish, aniqlashtirish.

Shunday qilib, modellashtirishning asosiy mazmunini ob'ektni dastlabki o'rganish asosida modelni tajriba orqali va (yoki) nazariy tahlil qilish, natijalarni ob'ekt haqidagi ma'lumotlar bilan taqqoslash, modelni tuzatish (takomillashtirish)



va shu kabilar tashkil etadi. Matematik model tuzish uchun, dastlab masala rasmiylashtiriladi. Masala mazmuniga mos holda zarur belgilar kiritiladi. So'ngra kattaliklar orasida formula yoki algoritm ko'rinishida yozilgan funksional bog'lanish hosil qilinadi. Aytib o'tilganlarni aniq misolda ko'rib chiqamiz.

Misol. O'ylagan sonni topish masalasi (matematik fokus). Talabalarga ixtiyoriy sonni o'ylash va u bilan quyidagi amallarni bajarish talab etiladi: O'ylagan son beshga ko'paytirilsin. Ko'paytmaga bugungi sanaga mos son (yoki ixtiyoriy boshqa son) qo'shilsin. Hosil bo'lgan yig'indi ikkilantirilsin. Natijaga joriy yil soni qo'shilsin. Olib boruvchi biroz vaqtdan so'ng talaba o'ylagan sonni topishi mumkinligini ta'kidlaydi. Ravshanki, talaba o'ylagan son matematik fokusga mos model yordamida aniqlanadi.

Masalani rasmiylashtiramiz: X – o'quvchi o'ylagan son, U – hisoblash natijasi, N – sana, M – joriy yil. Demak, olib boruvchining ko'rsatmalari:

$$U = (5 \cdot X + N) \cdot 2 + M$$

formula orqali ifodalanadi. Ushbu formula masalaning (matematik fokusning) matematik modeli bo'lib xizmat qiladi va X o'zgaruvchiga nisbatan chiziqli tenglamani ifodalaydi. Tenglamani yechamiz:

$$X = \frac{U - (M + 2N)}{10}$$

Ushbu formula o'ylagan sonni topish algoritmini ko'rsatadi. Kundalik hayotimizda biz kompyuterli modellashtirishdan ko'plab hollarda foydalanamiz. Kompyuterli modellashtirish bizga quyidagi imkoniyatlarni taqdim etadi: ob'ektning tadqiq etish ko'lamini kengatiradi – real sharoitda tadqiq etib bo'lmaydigan takrorlanuvchi, takrorlanmaydigan, yuz bergan va yuz berishi mumkin bo'lgan hodisalarni o'rganish imkoniyatini beradi.

Real ob'ektlar ustida tajriba qilish ko'plab xatolarga va xarajatlarga olib kelishi mumkin. Modellashtirish o'rganish va bilish jarayonini kengaytiradi. Model hosil qilish uchun ob'ekt har tomonlama o'rganiladi, tahlil qilinadi. Model tuzilganidan so'ng, uning yordamida ob'ekt to'g'risida yangi ma'lumotlar olish mumkin. Shunday qilib, ob'ekt to'g'risidagi bilish jarayoni to'xtovsiz jarayonga



aylanadi. Iqtisodiy jarayonlar va ko'rsatkichlarni modellashtirishda turli xil usullardan foydalaniladi. Ushbu usullar yordamida tuziladigan barcha modellarni 2 turga bo'lish mumkin: Moddiy modellar- real ob'ektlarni tabiiy va sun'iy materiallar yordamida aks ettiradi: mel bilan doskada, karton bilan maket tuzish, qalam bilan formula yozish, metallardan avia model yasash.

Matematik modellashtirish:

Matematik modellashtirishni qo'llashning boshqa sababi noformal bashoratlarni izohlovchi mexanizmlarni ravon bayon qilish zaruriyati hisoblanadi. Formal model noformal model farazlarining o'ta erkin ifodalarini bartaraf qilishga va aniq, gohida tekshiriladigan bashoratni berishga yordam beradi Model farazlari va bashoratlari yetarli darajada aniq bo'lib qoladiki, ularni tekshirish, shuningdek, qaysi yerda va qanday xato sodir bo'lganligini ko'rsatish mumkin bo'ladi. Model faqat, uning xatolarini ko'rsatish imkoniyatini berganida foydali boladi. Formal modelninguchinchi afzalligi ularning nisbatan yuqori darajadagi murakkabliklar mohiyatlari bilan tizimli operatsiya qilish qobiliyati hisoblanadi. Matematik modellar tabiiy – til modellari bilan taqqoslaganda, 4 potentsial ustunlikka ega. Birinchidan, ular biz odatda foydalanadigan mental modellarni tartibga soladi. Ikkinchidan, ular noaniqlik va ko'p ma'nolilikdan mahrum. Uchinchidan, matematik qaydlar tabiiy til bilan ifodalangan modellardan farqli ravishda juda yuqori darajadagi deduktiv murakkablikni operatsiya qilishga imkon beradi va nihoyat ilk qarashda turli ko'rinadigan muammolar uchun umumiy yechim topishga imkon beradi. Shunday qilib, matematik modellarni xohlagan tarmoqlarga qo'llab, ularning iqtisodiy matematik modellarini, fizikaviy modellarini, geometrik modellarini tuzish mumkin. Modellashtirish bilan bog'liq murakkabliklar. Birinchi va eng umumiy ogohlantirish “nimani eksang, shuni o‘rasan” maqolidan kelib chiqadi. Model unga qo'yilgan dastlabki farazlardan yaxshiroq bo'lishi mumkin emas. Doimo shuni esda saqlash muhimki, matematika dastlabki farazlardan mantiqiy xulosalarga ega bolish vositasi sifatida samaralidir, bunda model validligi matematik apparatga emas, bu farazlarga bog'liq, degan fikr kelib chiqadi. Modellarda eng ko'p uchraydigan



kamchilik – juda soddalashtirilgan dastlabki farazlardir. Bu holatda modelni ishlab chiquvchi model qo'llanilishining kutilayotgan chegarasini ko'rsatishi muhim ahamiyatga ega. Agar model o'zining dastlabki farazlari yordamida mukammal berilgan bo'lmasa, model eksperimental tekshiruvdan o'tishi shart. Nihoyat, modelning bergan natijalari tabiiy tilga to'g'ri ko'chirilishi shart. Modellashtirishdagi odatiy xato shundan iboratki, tadqiqotchi yetarlicha tor modeldan olingan xulosalarni to'g'ridan – to'g'ri izohlay boshlaydi va bu yo'l bilan uning xulosalari umumiylikiga haddan ziyod yuqori baho beradi. Bu keng tarqalgan insoniy zaiflik – o'z ijodiga haddan tashqari berilib ketish, haqiqatda qodir bo'lmagan xususiyatlarni qayd etish matematiklar orasida "Pigmalion sindromi" sifatida ma'lumdir.

Aytilganlarni jamlab shuni qayd etish mumkin, matematik modellar tabiiy tilga nisbatan katta darajada ko'pgina dastlabki farazlardan murakkab xulosalarni qo'lga kiritishda ilgari harakatlanishga yordam beradi. Siyosiy va ijtimoiy hodisalarni modellashtirish murakkab vazifa bo'lib, bu murakkablik siyosiy xulqni modellashtirish bilan bog'liq quyidagi ikki implikatsiyada namayon bo'ladi. Birinchidan, modellashtirish nisbatan oddiy va muntazam kuzatiladigan xatti harakatlardan boshlanadi va keyingina nisbatan murakkab tiplarga o'tadi. Natijada, ba'zi modellashgan voqealar arziyas ko'rinadiki, bu vaqtda "yirik masalalar" ga birdan kirishish qiyin bo'ladi yoki mumkin bo'lmaydi. Ikkinchidan, siyosiy muammolar tahlili uchun zarur bo'lgan matematik vositalar, ehtimol, an'anaviy tabiiy-ilmiy muammolarni yechishda qo'llanadigan vositalarga qaraganda rang – barang va murakkab bo'lishi shart.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR.

1. **Samarskiy A.A., Mixaylov A.P.** *Matematik modellashtirish asoslari.* – Moskva: Nauka, 2001. – 320 b.
2. **Tixonov A.N., Samarskiy A.A.** *Matematik modellashtirish va hisoblash tajribasi.* – Moskva: Nauka, 1977. – 512 b.



3. **Buslenko N.P.** *Murakkab sistemalarni modellashtirish.* – Moskva: Nauka, 1968. – 356 b.
4. **Glushkov V.M., Ivanov V.I., Yanenko V.M.** *Modellar va modellashtirish usullari.* – Kiev: Naukova dumka, 1982. – 280 b.
5. **Murray J.D.** *Mathematical Biology I: An Introduction.* – Springer, 2002. – 551 p.
6. **Forrester J.W.** *Industrial Dynamics.* – Cambridge, MA: MIT Press, 1961. – 464 p.
7. **Sterman J.D.** *Business Dynamics: Systems Thinking and Modeling for a Complex World.* – McGraw-Hill, 2000. – 982 p.
8. **Epstein J.M., Axtell R.** *Growing Artificial Societies: Social Science from the Bottom Up.* – MIT Press, 1996. – 220 p.