



## KESMANING IKKI CHETIDA BUZILADIGAN IKKINCHI TARTIBLI DIFFERENSIAL TENGLAMALAR UCHUN CHEGARAVIY MASALALAR

*Xasanboyeva Ruxshona Jahongir qizi*

*va Sotvoldiyeva Moxinur Ulug'bek qizi*

*FarDU, Matematika yo'nalishi 3-bosqich talabalari*

**Annotatsiya.** Ushbu maqola oddiy differensial tenglamalar uchun nolokal chegaraviy masalalarning muhim xossalardan biriga, ya'ni chegaraviy shartlarning ekvivalent nolokal integral shartlar bilan almashtirilish imkoniyatiga bag'ishlangan.

**Kalit so'zlar:** Bitsadze–Samarskiy sharti, integral shartli masala, chegaraviy shart.

### Kirish

Hozirgi kunda differensial tenglamalar tabiiy va texnik fanlarda keng qo'llaniladigan vositalardan biri bo'lib, ko'plab fizik, biologik va texnologik jarayonlarning matematik modellarini qurishda muhim ahamiyatga ega. Xususan, elastiklik nazariyasi, balka va plastinka masalalari, issiqlik o'tkazuvchanlik va turli xil texnologik jarayonlar to'rtinchi tartibli buziladigan oddiy differensial tenglamalarni tavsiflashda ko'p uchraydi.

Buziladigan differensial tenglamalarni o'rganish va yechish bir qancha qiyinchiliklarni keltirib chiqaradi: aniq yechimlarni topish murakkabligi, raqamli usullar barqarorligining zaifligi va chegaraviy shartlarga mos yechimlarning mavjudlik shartlarini aniqlash zarurati.

Shu boisdan ham, buziladigan oddiy differensial tenglamalar uchun yangi usullarni ishlab chiqish va amaliy masalalarga qo'llash bugungi kunda dolzarb hisoblanadi.



Biz nolokal shartli masalalarni nolokal chegaraviy masalalar yoki to'g'ridan-to'g'ri nolokal masalalar deb ataymiz. Nolokal shartli masalalarning bir turi Bitsadze–Samarskiy masalalari bo'lib, unda berilgan nolokal shartlar funksiyaning yoki uning hosilasining qaralayotgan oraliqning chegaraviy va ichki nuqtalaridagi qiymatlarini bog'laydi.

Quyidagi (1) differensial tenglamaning  $[0,1]$  oraliqda uzluksiz va quyidagi (2) chegaraviy shartlarni qanoatlantiruvchi yechimini topish masalasida agar bo'lsa, (1) tenglamaning klassik chegaraviy masalasi hosil bo'ladi. Agar bo'lsa, ikkinchi shart noma'lum funksiyaning oraliqning chetki va ichki nuqtalaridagi qiymatlari orasidagi bog'lanishni ifodalaydi. Bunday shartlar odatda Bitsadze–Samarskiy shartlari deb ataladi va ular nolokaldir.

O'rganilgan masalalardagi Bitsadze–Samarskiy shartlarida qaralayotgan oraliq ichidan olingan nuqtalar to'plami chekli yoki sanoqli edi. Agar bu nuqtalar to'plami kontinuum quvvatga ega bo'lgan holda berilsa, Bitsadze–Samarskiy sharti qanday beriladi, degan savol tug'iladi. Quyidagi masala ushbu savolga beriladigan javoblardan biridir:

## 1-misol. Integral shartli chegaraviy masala

Quyidagi integral shartli chegaraviy masala qoraladi: differensial tenglamaning  $[0,1]$  segmentda uzluksiz va shartlarni qanoatlantiruvchi yechimi topilsin. Bu yerda . Ushbu differensial tenglamani yechish uchun belgilash kiritamiz. Differensial tenglamaning xarakteristik tenglamasi bo'lib, uning ildizlari va ga teng. Shuning uchun ko'rinishdagi umumiy yechimga ega bo'lamiz.

Boshlang'ich shartdan tenglik hosil bo'ladi. Integral shartni hisoblaymiz:

Ikkinchi chegaraviy shartdan quyidagi algebraik sistema olinadi:

Bu sistemaning determinant noldan farqli bo'lganda va yagona aniqlanadi: atijada integral shartli chegaraviy masalaning yechimi ko'rinishida aniqlanadi.

## 2-misol. Integral shartli chegaraviy masala ( )



Quyidagi masala qaraladi: (4) Xarakteristik tenglama ildizlari va bo'lgani uchun umumiy yechim ko'rinishda bo'ladi.

Boshlang'ich shartdan tenglik hosil bo'ladi. Integral shartni hisoblaymiz:

Ikkinchi chegaraviy shartdan algebraik sistema olinadi:

Bu sistemadan topiladi.

Natijada masalaning yechimi ko'rinishda aniqlanadi.

3-misol. Integral shartli chegaraviy masala ( )

Quyidagi masala qaraladi: Xarakteristik tenglama ildizlari va ekanligidan yechim ko'rinishda bo'ladi.

Boshlang'ich shartdan tenglik hosil bo'ladi. Integral shartni hisoblaymiz:

Ikkinchi chegaraviy shartdan algebraik sistema olinadi:

Bu sistemadan topiladi.

Natijada masalaning yechimi ko'rinishda aniqlanadi.

## FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

[1] Азизов М.С. О разрешимости нелокальной начально-граничной задачи для диф-ференциального уравнения в частных производных высокого четного порядка с оператором Бесселя // Scientific Bulletin. Physical and Mathematical Research, 2022, №1, pp. 95–103.

[2] Уринов А.К., Азизов М.С. О разрешимости нелокальных начально-граничных за-дач для одного дифференциального уравнения в частных производных высокого четного порядка // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механи-ка. Компьютерные науки, 2022, т. 32, вып. 2, с. 240–255.

[3] Уринов А.К., Азизов М.С. Начально-граничная задача для уравнения в частных производных высшего четного порядка с оператором Бесселя // Вестник Самарско-го государственного технического университета. Серия: физико-математические науки, 2022, т. 26, №2, с. 273–292.

[4] Уринов А.К., Азизов М.С. Об одной начально-граничной задаче для уравнения в частных производных высокого четного порядка в прямоугольнике // Научный вестник ФерГУ, 2022, №2, с. 207–224.



[5] Азизов М.С. Начально-граничная задача для уравнения в частных производных высокого четного порядка с оператором Бесселя в прямоугольнике // Научный вестник НамГУ, 2022, №10, с. 3–11.