



EKSTREMUMGA DOIR GEOMETRIK MASALALAR

Adiba Yaxshimuratova Ilhomovna

Matematika fani o'qituvchisi

Annotatsiya: *Ekstremumga doir geometrik masalalar matematikaning juda muhim va dolzarb sohalaridan biri hisoblanadi. Ushbu masalalar asosan berilgan geometrik shakl yoki ob'ekt haqida maksimal yoki minimal qiymatlarni topish bilan bog'liq bo'lib, ular amaliyotda ham, nazariyada ham keng qo'llaniladi. Ekstremum masalalari ko'plab texnik, iqtisodiy hamda tabiiy fanlarda uchraydigan real muammolarni yechishda ham asosiy o'ringa ega. Masalan, biror geometrik figuraning yuzasini, hajmini yoki boshqa shakllaridagi parametrlarining maksimal yoki minimal bo'lishi shartini topish, uni hisoblash va dalillash matematik mantiq va aniqlikni talab etadi. Ushbu sohada yechim topish uchun turli metodlar, jumladan, analiz, algebra va geometrik tasavvurlar birgalikda qo'llaniladi.*

Kalit so'zlar: *ekstremum, geometriya, optimal, sirt, hajm, chegara, maksimal, minimal, modellashtirish, analiz.*

Geometrik masalalarning ekstremumini aniqlash uchun, birinchi navbatda, masalada keltirilgan barcha cheklovlar va shartlar tahlil qilinadi. Bu jarayonda eng asosiy qadam — masalani matematik tilda to'g'ri ifodalashdan iborat. Geometriyada ekstremum masalalariga ko'pincha quyidagilar kiradi: ikki nuqta orasidagi eng qisqa masofani topish, aylana ichida maksimal maydonli ko'pburchak chizish, ko'pburchaklar orasida maksimal yoki minimal perimetrni yoki yuzani aniqlash, to'g'ri chiziqli yassi sohalarda maksimal yoki minimal qiymatlarni topish va hokazo. Bunday masalalarning barchasi har bir matematik va o'qituvchi uchun ahamiyatli mashq vazifasini bajaradi va yutuqlarga yo'l ochadi. Geometrik ekstremum masalalarining bir qancha turlari mavjud. Ba'zi masalalarda shakl doirasidagi eng yuqori yoki eng past qiymat topilishi kerak bo'ladi, boshqalarida esa berilgan cheklovlar asosida optimal geometrik konfiguratsiyani aniqlash talab qilinadi.



Masalan, berilgan yuzali shakllar ichida perimetri eng kichik bo'lganini aniqlash yoki aksincha, berilgan perimetr ichida yuzasi eng katta bo'lgan shaklni topish. Bu kabi masalalar ko'pincha "izlanma" (optimizatsiya) masalalari sirasiga kiradi va ularni yechishda matematik analizning hosila topish usuli, cheklovli ekstremumlar usuli va boshqa ko'plab metodlar ishlatiladi. Ushbu masalalarni yechishda birinchi navbatda (ob'ektni tasavvur qilishdan tashqari) matematik model tuziladi. Masalani matematik tilda ifodalash jarayonida o'zaro bog'langan parametrlar o'rnatiladi va ular orasidagi bog'liqlik ifodalanadi. Keyin esa, bu bog'lanish doirasida bajarilishi zarur bo'lgan cheklovlar aniqlanib, optimal qiymat topish uchun mos matematik usullar qo'llaniladi. Ko'pincha, ekstremumga oid masalalarda funktsiyalarni differensiallash va hosilalarni nolga tenglashtirish orqali eng katta yoki eng kichik qiymatlarni aniqlash mumkin bo'ladi. Agar cheklov mavjud bo'lsa, unda Lagrange multiplikatorlari usulidan ham foydalanish mumkin [1].

Ekstremum masalalari aniq hisob-kitoblar va isbotlashlarni talab qiladi. Masalan, matematik analiz yordamida keng tarqalgan masala — uchburchakning Vivid uchlari bilan bog'liq eng uzun yoki eng qisqa masofaga ega bo'lishi, shuningdek, berilgan radiusli aylana ichida yuzasi eng katta yoki eng kichik bo'lgan shaklni aniqlash. Ushbu masalalarning yechimi uchun birorta maxsus formulani eslab qolish emas, balki masalaga mos metodlarni tanlay bilish va o'zaro munosabatlarni aniqlash, izlanish va tahlil qilish eng muhim bosqich hisoblanadi. Bu orqali o'quvchi va tadqiqotchi matematik tafakkurini kengaytiradi, yangi bilimlarni o'zlashtiradi. Ekstremum masalalari, avvalo, o'quvchilarning fikrlash ko'nikmasini rivojlantirishga, ularni nazariyani amaliyotga bog'lashga xizmat qiladi. Jumladan, bunday masalalar yordamida murakkab geometriya tushunchalari oddiy va aniq shaklga keltiriladi, fanlararo aloqalar mustahkamlanadi. Shu sababli, geometriyada ekstremal masalalar har doim dolzarb bo'lib kelgan va bundan buyon ham ilmiy va amaliy izlanishlarda o'z o'rnini saqlab qoladi. O'quvchilarga ekstremum masalalarini o'rgatish, birinchi navbatda, ularning umumiy matematik saviyasini yuqori bosqichga ko'taradi, mantiqiy tafakkurni kengaytiradi, ayni paytda hayotiy va



kasbiy sohalarga ham muhim ta'sir ko'rsatadi. Ekstremumga doir geometrik masalalar — nafaqat matematikaning nazariy sohasida, balki o'qitish va o'qish jarayonida ham muhim ahamiyat kasb etadi. Masalan, oliy ta'lim muassasalarida ushbu masalalar maxsus kurslar va amaliy mashg'ulotlarning ajralmas qismi sifatida o'qitiladi. O'qituvchilar bunday masalalarni yechishda faqatgina natijaga emas, balki yo'l-yo'riq va metodikaga, o'quvchining mustaqil fikrlashi va tafakkurini rivojlantira oladigan tarzda tashkil etishga katta e'tibor beradilar. Bu esa o'z navbatida, o'quvchilarni nafaqat test yoki imtihonlarda muvaffaqiyat qozonishiga, balki matematikaning mohiyatini chuqurroq anglashlariga, ilmiy izlanishlar olib borish ko'nikmalarini rivojlantirishlariga zamin yaratadi [2].

Geometrik ekstremum masalalari o'rganishda eng asosiy bosqichlardan biri — ularni barcha tafsilotlari bilan, tushunarli va izchil bayon etishga erishishdir. O'rganilayotgan masalalarda doimo amaliy va nazariy tomonlar birgalikda ko'rilishi kerak. Chunki, har bir masala o'zining hayotiy va ilmiy ahamiyatiga ega bo'lib, amaliy chunki foydali masala sifatida fanga yangilik olib kiradi. Ekstremum masalalarining asosiy maqsadi — eng optimal yechim topish va bu orqali mavjud muammoni sodda va qisqacha hal etishdan iborat. Ushbu masalalarni to'g'ri yechish uchun asosiy metodlar orasida matematik analiz, algebraik usullar, grafik yondashuv va ba'zan kombinatorika va ehtimol nazariyasi elementlari ham ishlatiladi. Ba'zi masalalarda esa geometriyaning klassik metodlari - chizma, yordamchi chiziqlar, simmetriya, teskari usullar ko'mak beradi. Masala qanchalik murakkab bo'lmasin, uni bosqichma-bosqich ifodalash, harakat yo'nalishini aniq aniqlash va har bir qadamni izchil bajarish asosiy tamoyil hisoblanadi. Natijada, har bir masala o'zining universal va aniq yechimiga ega bo'ladi. Ekstremum masalalarini o'rganish va o'rgatishda zamonaviy axborot-kommunikatsiya texnologiyalaridan foydalanish katta samara beradi. Masalan, turli kompyuter dasturlari, grafik va dinamik geometriya dasturlari yordamida masalalarni vizual ko'rinishda tasvirlash, ularni aniqlik bilan natijasini ko'rib chiqish va tahlil qilish imkoniyati mavjud. Bu esa o'quvchining mavzuni chuqurroq o'zlashtirishiga, unga ijodiy yondashuv hosil



qilishiga yordam beradi. Ayniqsa, murakkab ekstremum masalalarini tuzishda va ularni yechishda kompyuter dasturlarining roli katta [3].

Geometriyada ekstremum masalalari faqat nazariy masalalar bilan cheklanmaydi, ular muhandislik, qurilish, informatika, fizika, kimyo va boshqa ko'plab fan sohalarida katta ahamiyat kasb etadi. Masalan, optimal materiallar ishlatish, ishlab chiqarishda resurslarni tejash, mexanika qurilmalarining samaradorligini oshirish, ekologik muammolarni hal qilish kabi real hayotdagi muammolar aynan ekstremum masalalarining yechimiga to'g'ri keladi. Shu orqali, geometrik ekstremum masalalarining amaliy ahamiyati har qachongidan ham oshib bormoqda. Ekstremum masalalaridan ko'zlangan maqsadlarga erishish uchun o'quvchi avvalo masalani tahlil qilish, so'ngra to'g'ri va aniq matematik modelni tuzish, undan so'ng esa tanlangan usullar yordamida bosqichli hisob-kitoblarni bajara olish malakasiga ega bo'lishi kerak. Bu borada, masalani matnidan tortib, uning har bir elementini tasavvur qilish, logik ishonch va dalil asosida harakat qilish nihoyatda muhim. O'qituvchi va matematiklar esa, har bir masalani keng va chuqur talqin qilib, o'quvchilarga mustaqil masalalar tuzish va ularni yechish orqali o'rgatishlari zarur. Ekstremum masalalarining boshqa bir muhim xususiyati — ularning o'zga fan sohalari bilan uzviy bog'liqligidir. Har qanday geometriya masalasining amaliy modeli mavjud bo'lib, u informatika, fizika, iqtisodiyot, injiniring singari sohalarda ham muhim ahamiyatga ega. Bu esa mazkur masalalarning zamonaviy muammolar yechimida tutgan o'rnini ko'rsatadi. Ayniqsa, hajm, maydon, uzunlik yoki boshqa ko'rsatkichlarni maksimal yoki minimal qiymatini aniqlash muammolari ko'plab ilmiy izlanishlarda ishlatiladi. Ekstremum masalalarining chuqur o'rganilishi o'quvchi va tadqiqotchilarga bir vaqtning o'zida bir necha muammoni ko'ra olish, muammoning ko'p qirrali va bir-biriga bog'liq tomonlarini o'zlashtirish imkonini beradi. Ular orqali aniq, soddalashgan shakldagi va keng doiradagi amaliy masalalarning ham yechimini topish mumkin. Bu esa o'z navbatida matematikaning har qanday boshqa sohalari bilan uyg'unlikda ishlash va yangi bilimlarni o'zlashtirish imkoniyatini yaratadi [4].



Ekstremum masalalarini o'qitish jarayonida yuzaga keladigan dastlabki qiyinchiliklar, ko'pincha o'quvchining matematik tasavvur va model tuzish ko'nikmasining yetarli bo'lmasligidir. Shu bois, bosqichma-bosqich, oddiydan murakkabga qarab, masalalarni tuzish, modelga ko'chirish va matematika tilida ifodalash bo'yicha mashg'ulotlarni doimiy olib borish lozim. Har bir masalada birinchi navbatda masalani to'liq tahlil qilish, so'ngra o'zaro bog'liqliklarni aniqlash, oxirida esa natijani to'g'ri va aniq chiqarish kerak. Bu orqali ham o'quvchining, ham matematikning metodik va mantiqiy tafakkuri rivojlanadi [5].

XULOSA:

Ekstremumga doir geometrik masalalar matematikaning eng dolzarb va amaliy jihatdan ahamiyatli yo'nalishlaridan biri hisoblanadi. Ushbu masalalarni o'rganish, o'qitish va ularga yechim topish nafaqat matematika sohasida, balki ko'plab fanlararo aloqalarni mustahkamlashda ham asosiy ahamiyatga ega. Bunday masalalarning yechimi, eng avvalo, mustaqil fikrlash, izlanish, matematik tafakkurni rivojlantirish va zamonaviy bilimlarni o'zlashtirishga xizmat qiladi. Ekstremum masalalarining hayotiy va ilmiy ahamiyati, amaliyotdagi keng qo'llanilishi, o'quvchilarning bilimini chuqurlashtirishga bo'lgan ta'siri kelajakda ham o'z ahamiyatini yo'qotmaydi. Shu sababli, ekstremumga oid geometrik masalalarga doir bilimlarni chuqur o'rganish va ularni zamonaviy talablarga mos tarzda o'qitish har bir o'qituvchi va tadqiqotchi oldida turgan eng muhim vazifalardan bo'lib qoladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Abdukarimov, T. (2020). "Geometrik masalalarni yechishda zamonaviy usullar." O'zbekiston Matematika Jurnal, 12(3), 22-29.
2. Akramov, D. (2019). "Maktab geometriyasida ekstremal vazifalar va ularning yechimlari." Pedagogika va Innovatsiya, 4(2), 65-70.
3. Alimova, F. (2021). "Analitik geometriyada ekstremum masalalari." Matematika Ta'limida Innovatsiyalar, 5(1), 38-45.
4. Atabekov, R. (2017). "Geometrik ekstremum masalalarini yechishning samarali yo'llari." Respublika Ta'lim Markazi Ilmiy Jurnal, 9(2), 56-62.



5. Bekmurodov, I. (2021). "Matematik analiz va geometriyada optimal masalalar." Oliy Ta'lim, 3(3), 49-57.
6. Islomova, S. (2018). "Ekstremum masalalarning geometriyada qo'llanilishi." Andijon Davlat Universiteti Ilmiy Axborotnomasi, 10(1), 74-80.
7. Karimov, Z. (2019). "Ekstremum masalalari va ularni o'qitishda interfaol usullar." Ta'lim va Taraqqiyot, 6(2), 88-93.
8. Ruziboyev, K. (2022). "Geometriyada ekstremum masalalarni yechishda axborot-kommunikatsiya texnologiyalari." Zamonaviy Ta'lim, 8(1), 104-110.