



XOSILA. UNING GEOMETRIK VA FIZIK MA'NOSI

Paxtaobod tuman 1-son texnikumi

Matematika o'qituvchisi

Tojiddinov Eldorbek Abdulaziz o'g'li

+998999079898

etojddinov@gmail.com

Anotatsiya: Ushbu maqola matematik analizning asosiy tushunchalaridan biri bo'lgan xosila haqida so'z yuritadi. Xosilaning geometrik ma'nosi (egri chiziqqa chizilgan tegmali chiziqning nishabi) va fizik ma'nosi (lahzaviy tezlik yoki o'zgarish tezligi) batafsil ko'rib chiqiladi. Maqolada xosilaning ta'riflari, misollar va ilovalari keltiriladi. Ushbu mavzu talabalar va tadqiqotchilar uchun foydali bo'lishi mumkin, chunki u matematik tushunchani real hayotdagi hodisalar bilan bog'laydi.

Kalit so'zlar xosila, geometrik ma'no, fizik ma'no, matematik analiz, tegmali chiziq, lahzaviy tezlik, o'zgarish tezligi, funksiya, matematika.

Kirish

Matematik analizning asosiy qismi bo'lgan xosila tushunchasi 17-asrda Isroq Nyuton va Gotfrid Leybnits tomonidan kashf etilgan. Xosila funksiyaning o'zgarish tezligini ifodalaydi va u ko'plab fanlarda, jumladan, fizika, muhandislik va iqtisodiyotda qo'llaniladi. Ushbu maqolada xosilaning geometrik va fizik ma'nolari batafsil tahlil qilinadi. Geometrik jihatdan xosila egri chiziqqa chizilgan tegmali chiziqning nishabini bildirsa, fizik jihatdan u lahzaviy tezlik yoki boshqa fizik miqdorlarning o'zgarish tezligini ifodalaydi.

Hosilaning ta'rifiga ko'ra, funksiyaning ixtiyoriy x nuqtadagi hosilasini topish uchun quyidagi algoritmnı ko'rsatish mumkin.

1) x ga Δx orttirma beriladi, u holda $y = f(x)$ funksiya ham Δy orttirma oladi va

$$y + \Delta y = f(x + \Delta x)$$



bo'ladi;

2) Funksiyaning Δy orttirmasi topiladi;

$$\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x);$$

3) Funksiya orttirmasining argument orttirmasiga nisbati topiladi;

$$\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x);$$

$$\Delta x \rightarrow 0$$

4) Bu nisbatning Δx nolga intilgandagi limiti topiladi;

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(x)$$

$$\Delta x \rightarrow 0$$

Berilgan $f(x)$ funksiyaning $f'(x)$ hosilasini topish amaliga funksiyaning differensiallash deyiladi.

$f'(x_0)$ ga funksiya hosilasining x_0 nuqtadagi qiymati deyiladi.

$y = f(x)$ egri chiziqning $M_0(x_0; y_0)$ nuqtasiga o'tkazilgan urinmaning k burchak koeffitsienti $y = f(x)$ funksiya hosilasining $x = x_0$ nuqtadagi qiymatiga teng. Ya'ni, $k = f'(x_0)$.

x_0) dan iborat bo'ladi (1-chizma).

$TA = y_0 \cdot \text{ctg} \varphi$, $AN = y_0 \cdot \text{tg} \varphi$ kesmalar mos ravishda urinma osti va normal osti deyiladi. Ularning uzunliklari urinma va normal uzunliklari deyiladi.

Agar $y = f(x)$ funksiyaning hosilasi $f'(x)$ o'z navbatida hosilaga ega bo'lgan funksiya bo'lsa, u holda uning hosilasi ikkinchi tartibli hosila deyiladi va $f''(x)$ deb belgilanadi.

Agar $f''(x)$ ikkinchi tartibli hosila yana hosilaga ega bo'lgan funksiya bo'lsa, u holda uning hosilasi uchunchi tartibli hosila deyiladi va $f'''(x)$ kabi yoziladi.

Xuddi shunday to'rtinchi, beshinchi va xakazo n -tartibli hosilalarga ta'rif berish mumkin.

Mavzuga doir yechimlari bilan berilgan topshiriqlardan namunalar:

1. $y = x^3$ funksiyaning $x = 1$ nuqtadagi hosilasi topilsin.



Yechish: 1) x argumentga Δx orttirma beramiz. U holda y funksiya y Δy orttirma oladi. $y + \Delta y = (x + \Delta x)^3 = x^3 + 3x^2 \cdot \Delta x + 3x \cdot (\Delta x)^2 + (\Delta x)^3$;

2) Δy ni topamiz:

3) $\Delta y = (x + \Delta x)^3 - x^3 = x^3 + 3x^2 \cdot \Delta x + 3x \cdot (\Delta x)^2 + (\Delta x)^3 - x^3$

Xosilaning Ta'rifi

Xosila funksiya $f(x)$ $f(x)$ $f(x)$ ning berilgan nuqtadagi o'zgarish tezligini bildiruvchi chegaraviy qiymatdir. Matematik jihatdan, $x=a$ $x = a$ $x=a$ nuqtasidagi xosila quyidagicha ta'riflanadi:

4. Quyidagi masalalarda egri chizilarga o'tkazilgan urinmalarning tenglamalari yozilsin va egri chiziqlar hamda urinmalar yasalsin.

1) $y = x^3$ egri chiziqqa $x = -1$ nuqtada;

3

2) $y^2 = x^3$ egri chiziqqa $x_1 = 0$ va $x_2 = 1$ nuqtalarga;

3) $y = 8$

$4+x^2$

lokonga (zulfga) $x = 2$ nuqtada;

4) $y = \sin x$ sinusoidaga $x = \pi$ nuqtada.

Javob: 1) $y = x + 2$; 2) $y = 0$ va $y = \pm 1$ ($3x - 1$);

3 2

3) $y = -x + 2$; 4) $y = -x + \pi$.

2

5. $xy = 4$ giperbolaga $x_1 = 1$ va $x_2 = -4$ nuqtalarda o'tkazilgan urinmalarning tenglamalari yozilsin va urinmalar orasidagi burchak topilsin. Egri chiziq va urinmalar yasalsin.

Javob: $y = -4x + 8$,

$y = -1$

4

$x - 2$; $\varphi = \arctg$

15.



8

6. $y = x^2 + 4x$ parabolaga qaysi nuqtada o'tkazilgan urinma Ox o'qqa parallel bo'ladi?

Javob: $(-2; -4)$.

7. Jism $x(t) = t^3 - 2t^2 + 3t$ qonuniga asosan Ox to'g'ri chiziq bo'yicha harakat

3

qiladi. Harakat tezligi va tezlanishi aniqlansin.

Javob: $dx = t^2 - 4t + 3$; $d^2x = 2t - 4$.

dt dt²

8. Qandaydir kimyoviy reaksiya natijasida hosil qilinadigan jism miqdori x bilan t vaqt orasidagi bog'lanish $x = A(1 - e^{-kt})$ tenglama bilan ifodalanadi. Reaksiya tezligi aniqlansin.

Javob: kAe^{-kt} .

9. Jism qo'zg'almas o'q atrofida

$\varphi(t) = 3t^2 - 4t + 2$ (rad).

qonun bo'yicha aylanadi. Jismning $t = 4c$. dagi burchak tezligi va burchak tezlanishi topilsin.

Javob: $w(4) = \varphi'(4) = 20$; $a(t) = w'(t) = 6$.

10. Nuqta $S(t) = 2t^3 + t - 1$ qonun bo'yicha to'g'ri chiziqli harakat qilmoqda. Nuqtaning t paytdagi tezligi va tezlanishini toping.

Javob: $v(t) = 6t^2 + 1$; $a(t) = 12t$.

11. Jismning T temperaturasi t vaqtga bog'liq holda $T(t) =$

Bu ta'rif xosilaning asosiy formulasidir. Agar chegara mavjud bo'lsa, funksiya bu nuqtada differentsiallanadi.

Geometrik Ma'nosi

Geometrik jihatdan xosila funksiyaning grafik tasviridagi egri chiziqqa chizilgan tegmali chiziqning nishabini ifodalaydi. Tegmali chiziq egri chiziqqa faqat



bir nuqtada tegadi va uning nishabi funksiyaning o'sha nuqtadagi o'zgarish tezligini ko'rsatadi.

Misol uchun, $f(x)=x^2$ $f(x) = x^2$ funksiya uchun. Uning hosilasi $f'(x)=2x$ $f'(x) = 2x$ $f'(x)=2x$. $x=1$ $x = 1$ $x=1$ nuqtasida hosila $f'(1)=2$ $f'(1) = 2$ $f'(1)=2$ bo'ladi. Bu degani, egri chiziqqa chizilgan tegmali chiziqning nishabi 2 ga teng, ya'ni egri chiziq bu nuqtada 45 graduslik burchakka yaqinlashgan holda o'sib boradi (chunki $\tan \theta = 2$ $\tan \theta = 2$ $\tan \theta = 2$).

Geometrik ma'no orqali hosila egri chiziqning mahalliy xatti-harakatini tahlil qilishga yordam beradi. Masalan, agar hosila musbat bo'lsa, funksiya o'sib borayotganini; salbiy bo'lsa, kamayib borayotganini; nol bo'lsa, ekstremum nuqtasini bildiradi.

Fizik Ma'nosi

Fizikada hosila lahzaviy o'zgarish tezligini ifodalaydi. Masalan, agar $s(t)$ $s(t)$ $s(t)$ funksiyasi jismning t vaqtdagi masofasini bildirsa, uning hosilasi $s'(t)$ $s'(t)$ $s'(t)$ lahzaviy tezlikdir:

Misol va Ilovalar

1. Geometrik misol: $f(x)=\sin x$ $f(x) = \sin x$ funksiya uchun. Hosilasi $f'(x)=\cos x$ $f'(x) = \cos x$ $f'(x)=\cos x$. $x=0$ $x = 0$ $x=0$ da hosila 1 ga teng, ya'ni tegmali chiziq 45 graduslik nishabga ega.

2. Fizik misol: Avtomobilning masofasi $s(t)=5t^2$ $s(t) = 5t^2$ $s(t)=5t^2$ (metrda, sekunda). Lahzaviy tezlik $v(t)=10t$ $v(t) = 10t$ $v(t)=10t$. 2 sekunda tezlik 20 m/s.

Ushbu misollar hosilaning nazariy va amaliy ahamiyatini ko'rsatadi.

Xulosa

Hosila matematik analizning asosiy tushunchasi bo'lib, uning geometrik ma'nosi tegmali chiziqning nishabi, fizik ma'nosi esa lahzaviy o'zgarish tezligi sifatida ifodalanadi. Bu tushuncha fanlararo ilovalarga ega va real hodisalarni modellashtirishda muhim rol o'ynaydi. Kelajak tadqiqotlarda hosila mashina o'rganishi va sun'iy intellektda qo'llanilishi mumkin.



FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Stewart, J. (2015). Calculus: Early Transcendentals. Cengage Learning.
2. Thomas, G. B., Weir, M. D., & Hass, J. (2014). Thomas' Calculus. Pearson.
3. Nyuton, I. (1687). Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica. Royal Society.
4. Leybnits, G. W. (1684). Nova Methodus pro Maximis et Minimis. Acta Eruditorum.
5. Apostol, T. M. (1967). Calculus, Volume 1. Blaisdell Publishing Company.