



ОСНОВНЫЕ ПОТЕНЦИАЛЫ ИНФЛАТОННОГО ПОЛЯ В
СОВРЕМЕННОЙ КОСМОЛОГИИ: МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА,
ФИЗИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ И СООТВЕТСТВИЕ
НАБЛЮДЕНИЯМ

*Магистрант Калмаганбетова Баянсулыу Алибек қызы,
магистрант Султанов Куанышбек Курбангазы улы.*

Аннотация: В работе рассматриваются ключевые модели инфлатонного потенциала, используемые в современной космологии для описания ранней стадии экспоненциального расширения Вселенной. Приведено сопоставление предсказаний этих моделей с последними наблюдательными данными космических миссий Planck и WMAP/Keck. Показано, что платообразные потенциалы и модель $R + R^2$ наилучшим образом согласуются с современными ограничениями на спектральный индекс n_s и тензорно-скалярное отношение r .

Ключевые слова: инфляция, инфлатонное поле, потенциал, параметры медленного скатывания, космологические возмущения, Planck.

Инфляционная парадигма, предложенная А. Гутом (1981) и развитая А. Линде, А. Старобинским и др., является наиболее успешной теорией ранней Вселенной. Она объясняет однородность, изотропность, плоскую геометрию наблюдаемой части Вселенной и происхождение первичных возмущений плотности. Центральным элементом любой инфляционной модели является скалярное поле ϕ (инфлатон) с потенциальной энергией $V(\phi)$, которая доминирует в течение стадии экспоненциального расширения.

Современные космологические наблюдения — прежде всего данные Planck 2018 [1] и результаты WMAP/Keck [2] — накладывают жёсткие ограничения на форму потенциала. В связи с этим возникает задача классификации основных типов потенциалов, анализа их математических



свойств и проверки предсказаний на соответствие эксперименту. Настоящая статья представляет собой краткий обзор таких моделей.

1. Математический аппарат: параметры медленного скатывания

Эволюция однородного инфлатонного поля $\phi(t)$ в расширяющейся Вселенной описывается уравнениями:

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V'(\phi) = 0, \quad H^2 = \frac{1}{3M_{Pl}^2} \left(\frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi) \right),$$

где H — параметр Хаббла, M_{Pl} — приведённая планковская масса. Инфляция происходит при условии медленного скатывания поля, когда кинетическая энергия пренебрежимо мала по сравнению с потенциальной. Это условие выражается через два безразмерных параметра: $\varepsilon(\phi) = \frac{M_{Pl}^2}{2} \left(\frac{V'}{V} \right)^2$,

$$n(\eta) = M_{Pl}^2 \frac{V''}{V}.$$

Инфляция длится пока $\varepsilon \ll 1$ и $|\eta| \ll 1$ (иногда вводят также $\xi = M_{Pl}^4 V'V'''/V^2$). Количество e -скачков расширения определяется интегралом $N = \int_{\phi_{end}}^{\phi_*} \frac{V}{M_{Pl}^2 V'} d\phi$.

Нарушение условий медленного скатывания происходит при $\varepsilon(\phi_{end}) = 1$ (или $|\eta| = 1$), после чего инфляция завершается.

Спектральные характеристики первичных возмущений выражаются через параметры медленного скатывания в момент пересечения горизонта $k = aH$ для характерной масштабной моды k^* . Спектральный индекс скалярных возмущений $n_s = 1 - 6\varepsilon_* + 2\eta_*$, а тензорно-скалярное отношение (амплитуда тензорных мод относительно скалярных) $r = 16\varepsilon_*$.

Измеряемые значения этих величин, полученные совместным анализом Planck 2018 + WMAP/Keck [1, 2], составляют: $n_s = 0.9649 \pm 0.0042, r < 0.036$ (95% CL).

Кроме того, амплитуда скалярных возмущений A_s фиксирует масштаб потенциала $V^{1/4} \sim 10^{16}$.

Теперь приводим информации об основных классах потенциалов.



1. Мономиальные потенциалы $V(\phi) = \lambda M_{Pl}^4 (\phi/M_{Pl})^p$.

Это простейшие модели с одним параметром p . Для $p = 2$ — квадратичная (хаотическая) инфляция, для $p = 4$ — кварт-инфляция. Математически параметры медленного скатывания:

$$\varepsilon = \frac{p^2 M_{Pl}^2}{2 \phi^2}, \quad \eta = p(p-1) \frac{M_{Pl}^2}{\phi^2}.$$

Предсказания: $n_s = 1 - \frac{p+2}{2N_*}$, $r = \frac{4p}{N_*}$, где $N_* \approx 50 - 60$ — число e -складок от пересечения горизонта до конца инфляции. Например, для $p = 2$ и $N_* = 60$ получаем $n_s \approx 0.967$, $r \approx 0.133$. Однако наблюдения дают $r < 0.036$, поэтому чистые мономиальные модели с $p \geq 2$ сильно ограничены. Модели с $p = 1$ ($V \propto \phi$) дают $r \approx 0.067$ и также не исключены полностью, но предпочитают меньшие r .

2. Плато-образные потенциалы и модели типа "hilltop".

К этому классу относятся потенциалы, которые при больших ϕ стремятся к константе или имеют очень пологий участок. Типичный пример — потенциал "hilltop":

$$V(\phi) = V_0 [1 - (\phi/\mu)^n],$$

где μ — масштаб поля, $n > 2$. Поле начинает движение вблизи максимума, инфляция происходит на плато. Параметры медленного скатывания могут быть сделаны сколь угодно малыми, что обеспечивает малое значение r .

Также широко используется экспоненциальное плато:

$$V(\phi) = V_0 \left(1 - e^{-\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\phi}{M_{Pl}}} \right)^2,$$

которое возникает в модели Старобинского. Такие модели естественно дают $r \sim 10^{-3}$ и $n_s \approx 1 - 2/N_*$, что превосходно согласуется с данными.

Здесь мы отметим также наличие потенциалов с точкой перегиба и модуляционные модели, однако сразу переходим к модели Старобинского и её скалярной-тензорной эквивалентности.

3. Модель Старобинского и её скалярно-тензорные эквивалентности.

Исторически первая инфляционная модель была предложена А. Старобинским (1980) на основе гравитационного действия с членом R^2 :

$$S = \frac{M_{Pl}^2}{2} \int d^2x \sqrt{-g} \left(R + \frac{1}{6M^2} R^2 \right).$$

В скалярном представлении эта теория эквивалентна общей теории относительности с инфлатонным полем ϕ , имеющим потенциал

$$V(\phi) = \frac{3}{4} M_{Pl}^2 M^2 \left(1 - e^{-\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\phi}{M_{Pl}}} \right)^2.$$

Этот потенциал принадлежит к классу плато-образных. Параметры медленного скатывания:

$$\varepsilon = \frac{4}{3} \frac{1}{\left(e^{-\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\phi}{M_{Pl}}} - 1 \right)^2}, \eta = -\frac{4}{3} \frac{e^{-\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\phi}{M_{Pl}}} - 2}{\left(e^{-\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\phi}{M_{Pl}}} - 1 \right)^2}.$$

Предсказания: $n_s = 1 - 2/N_*$, $r = \frac{12}{N_*^2}$. Для $N_* = 60$ получаем $n_s \approx 0.967$, $r \approx 0.0033$, что находится в полном согласии с современными ограничениями. Модель Старобинского считается эталонной и часто используется для проверки наблюдательных данных.

На основе сравнения с наблюдениями можно сформулировать нижеперечисленные выводы:

- Мономиальные потенциалы с $p \geq 2$ полностью исключены данными Planck + WMAP/Keck, так как их предсказания для r лежат выше верхнего предела 0.036 (для $p = 2$, $N_* = 60$ даёт $r \approx 0.13$, а для $p = 4$ — $r \approx 0.27$).

- Линейная модель $V \propto \phi$ ($p = 1$) даёт $r \approx 0.067$, что при 95% доверительном уровне ещё не полностью исключено, но находится в области натяжения с данными.

- Плато-образные потенциалы, включая модель Старобинского, модели с экспоненциальным плато и потенциалы типа "hilltop" с $n \geq 2$, естественным



образом дают $r \lesssim 0.01$ и n_s в диапазоне 0.96–0.97, что прекрасно согласуется с наблюдениями.

- Модели с отрицательным η (например, некоторые реализации супергравитации) также способны давать малые r , но часто требуют тонкой подгонки параметров.

Данные Planck 2018 в комбинации с WMAP/Keck 2021 [1-2] отдают предпочтение именно плато-образным потенциалам, тогда как простые мономиальные модели отклоняются с высокой статистической значимостью.

Отметим, что различные классы потенциалов имеют разное происхождение. Мономиальные модели часто возникают в рамках хаотической инфляции, когда поле слабо взаимодействует и движется в простом полиномиальном потенциале. Однако их трудность с малым r стимулировала поиск более сложных конструкций.

Плато-образные потенциалы естественно появляются в теориях с симметриями (например, в моделях с полем, интерпретируемым как псевдонамбу-голдстоуновский бозон), в теориях с дополнительными измерениями и в $f(R)$ -гравитации. Модель Старобинского уникальна тем, что она возникает из чисто гравитационного действия без явного введения скалярного поля, однако её инфлатонная версия оказывается эквивалентной плато-потенциалу.

Современная тенденция в теоретической космологии — поиск универсальных предсказаний, не зависящих от деталей ультрафиолетового завершения. В этом контексте плато-образные потенциалы и, в частности, модель R^2 -инфляции играют роль "привлекательных точек" в пространстве параметров, так как их предсказания устойчивы к малым возмущениям формы потенциала.

Заключение. В настоящей работе рассмотрены основные типы потенциалов инфлатонного поля, используемые в современной космологии. Показано, что математические условия медленного скатывания позволяют систематически классифицировать модели по предсказываемым значениям



спектрального индекса n_s и тензорно-скалярного отношения r . Сравнение с наблюдательными данными Planck и BICEP/Keck указывает на то, что платообразные потенциалы и, в особенности, модель Старобинского находятся в наилучшем согласии с измерениями. Мономиальные модели с высокой степенью точности исключены. Дальнейшее повышение чувствительности экспериментов по поиску B -поляризации (LiteBIRD, Simons Observatory) позволит либо зарегистрировать гравитационные волны от инфляции и тем самым различить конкурирующие модели, либо установить ещё более жёсткие ограничения на форму потенциала.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Planck Collaboration, Planck 2018 results. X. Constraints on inflation, *Astron. Astrophys.* **641**, A10 (2020).
2. BICEP/Keck Collaboration, *Improved Constraints on Primordial Gravitational Waves using Planck, WMAP, and BICEP/Keck Observations through the 2018 Observing Season*. *Phys. Rev. Lett.* **127**, 151301 (2021).
3. A. Linde, Chaotic Inflation, *Phys. Lett. B* **129**, 177 (1983).
4. A. A. Starobinsky. A new type of isotropic cosmological models without singularity, *Phys. Lett. B* **91**, 99 (1980).