TARMOQLARARO MUVOZANAT MODELIDA DETERMINANTNING MATEMATIK VA IQTISODIY AHAMIYATI

O‘razaliyev Shirinboy Bo‘ron *o‘g‘li*

SamISI asissenti

Quvondiqov Nurlan Vaxob o‘g‘li

SamISI talabasi

Annotatsiya: *Ushbu ilmiy maqolada chiziqli algebraning asosiy tushunchalaridan biri – determinantning tarmoqlararo muvozanat modelidagi (Leontyev modeli) matematik va iqtisodiy ahamiyati tahlil qilinadi. Tadqiqot davomida determinantning matematik mohiyati, uning Leontyev modelida yagona yechim mavjudligini aniqlashdagi roli, teskari matritsani hisoblashdagi o‘rni va iqtisodiy tizimlarning barqarorligini baholashdagi ahamiyati o‘rganildi. Shuningdek, Kramer qoidasi, Xokins-Simon sharti va texnologik koeffitsiyentlar matritsasining determinant orqali tahlil qilinishi yoritildi. Natijalarga ko‘ra, determinant tarmoqlararo muvozanat modelining yechimga ega bo‘lishi, uning o‘ziga xosligi va iqtisodiy barqarorligini aniqlashda muhim matematik vosita ekanligi aniqlandi.*

Аннотация: *В данной научной статье анализируется математическое и экономическое значение одного из основных понятий линейной алгебры – определителя – в модели межотраслевого баланса (модели Леонтьева). В ходе исследования были изучены математическая сущность определителя, его роль в определении существования единственного решения в модели Леонтьева, значение при вычислении обратной матрицы, а также важность в оценке устойчивости экономических систем. Кроме того, освещены правило Крамера, условие Хокинса – Саймона и анализ матрицы технологических коэффициентов с помощью определителя. Результаты показали, что определитель является важным математическим*

инструментом для определения существования решения, его единственности и экономической устойчивости модели межотраслевого баланса.

Kalit so'zlar: *Determinant, matritsa, Leontyev modeli, tarmoqlararo muvozanat, Kramer qoidasi, teskari matritsa, yagona yechim, Xokins-Simon sharti, iqtisodiy barqarorlik.*

Kirish

Chiziqli algebra iqtisodiyot nazariyasida muhim o'rin tutadi. Ko'plab iqtisodiy jarayonlar va modellar, xususan, tarmoqlararo muvozanat modeli chiziqli tenglamalar tizimi orqali ifodalanadi. Bunday tizimlarni tahlil qilishda determinant tushunchasi asosiy vositalardan biridir. Determinant – kvadrat matritsani tavsiflovchi son bo'lib, u matritsaning xususiyatlarini, masalan, uning teskarisi mavjudligi yoki chiziqli bog'liqlik darajasini aniqlash imkonini beradi.

Tarmoqlararo muvozanat modeli (Leontyev modeli) iqtisodiyotdagi turli tarmoqlar o'rtasidagi o'zaro bog'liqlikni matritsalar va chiziqli tenglamalar tizimi orqali ifodalaydi. Ushbu model iqtisodiy rejalashtirish va prognozlashda keng qo'llaniladi. Determinant yordamida ushbu tizimning yagona yechimga ega ekanligi tekshiriladi, shuningdek, iqtisodiy tizimning barqarorligi baholanadi.

Ushbu maqolaning maqsadi – determinantning matematik mohiyatini ochib berish va uning tarmoqlararo muvozanat modelidagi matematik hamda iqtisodiy ahamiyatini tahlil qilishdir.

Adabiyotlar sharhi

Determinant tushunchasi matematikaning chiziqli algebra bo'limiga tegishli bo'lib, uning asoslari Gotfrid Leybnits, Gabriel Kramer va Augustin Koshi kabi olimlar tomonidan ishlab chiqilgan. Kramer 1750 yilda o'zining mashhur qoidasini e'lon qilgan bo'lib, bu qoida chiziqli tenglamalar tizimini determinantlar yordamida yechish imkonini beradi.

Tarmoqlararo muvozanat modeli esa Vassiliy Leontyev nomi bilan bog'liq. Leontyev o'zining asarida modelni matritsalar va determinantlar yordamida ifodalagan. Ushbu ishi uchun u 1973 yilda Nobel mukofotiga sazovor bo'lgan.

Leontyev modelining muhim matematik shartlaridan biri – determinant noldan farqli bo‘lishi – aynan determinant orqali ifodalanadi.

Xokins va Simon tarmoqlararo muvozanat modelining barqarorlik shartlarini ishlab chiqib, bosh minörlarning ijobiy bo‘lishi zarurligini ko‘rsatgan. Keyinchalik Pol Samuelson, Gregory Mankiw va Xel Varian kabi iqtisodchilar o‘z asarlarida chiziqli algebra va determinantlarning iqtisodiy modellardagi ahamiyatini yoritgan. O‘zbekiston iqtisodchilaridan Shodmonov va Jo‘rayev ham tarmoqlararo muvozanatni tahlil qilishda matritsalar va determinantlardan foydalanish zarurligini ta’kidlagan.

Metodologiya

Maqolani yozishda nazariy tahlil va tizimli yondashuv usullari qo‘llanildi. Determinantning matematik ta’rifi va xossalari o‘rganilib, so‘ngra uning tarmoqlararo muvozanat modelidagi qo‘llanilishi tahlil qilindi.

Tahlilda quyidagi matematik tushunchalardan foydalanildi: determinantni hisoblash qoidalari (ikkinchi va uchinchi tartibli determinantlar uchun), Kramer qoidasi (chiziqli tenglamalar tizimini determinantlar yordamida yechish usuli), Leontyev modelining asosiy tenglamasi va Xokins-Simon barqarorlik sharti.

Asosiy qism

1. Determinantning matematik mohiyati va xossalari

Determinant – bu kvadrat matritsaning barcha elementlari bo‘yicha ma’lum qoida asosida hisoblanadigan son. Ikkinchi tartibli determinant ikki qator va ikki ustundan iborat matritsa uchun quyidagicha hisoblanadi: asosiy diagonaldagi elementlarning ko‘paytmasidan yordamchi diagonaldagi elementlarning ko‘paytmasi ayriladi. Uchinchi tartibli determinant uchun esa Sarrus qoidasi deb ataladigan usul qo‘llaniladi.

Determinant matritsaning quyidagi muhim xususiyatlarini aniqlash imkonini beradi:

Birinchi xususiyat: Agar determinant nolga teng bo‘lmasa, matritsa xosmas (regular) deb ataladi va uning teskarisi mavjud bo‘ladi. Bu holda chiziqli tenglamalar tizimi yagona yechimga ega.

Ikkinchi xususiyat: Agar determinant nolga teng bo‘lsa, matritsa xos (singular) deb ataladi. Bunday holda tizimning yechimi yo‘q yoki cheksiz ko‘p yechimlar mavjud.

Determinantning boshqa muhim matematik xossalari quyidagilardan iborat: matritsani transponirlash (qator va ustunlarni almashtirish) determinantning qiymatini o‘zgartirmaydi; ikki qator yoki ustun o‘rin almashsa, determinant ishorasi o‘zgaradi; bir qator yoki ustun skalyar songa ko‘paytirilsa, determinant ham shu songa ko‘payadi; agar ikki qator yoki ustun o‘zaro proporsional bo‘lsa, determinant nolga teng bo‘ladi; bir qatorga boshqa qatorning skalyar ko‘paytmasini qo‘shish determinantni o‘zgartirmaydi.

2. Tarmoqlararo muvozanat modelining matematik ifodasi

Leontyev modeli iqtisodiyotdagi n ta tarmoq o‘rtasidagi bog‘liqlikni ifodalaydi. Modelning asosiy tenglamasi quyidagicha: yalpi ishlab chiqarish vektori texnologik koeffitsiyentlar matritsasi bilan yalpi ishlab chiqarish vektorining ko‘paytmasiga yakuniy talab vektorini qo‘shish natijasiga teng.

Ushbu tenglamani yechish uchun uni quyidagi ko‘rinishga keltiriladi: birlik matritsadan texnologik koeffitsiyentlar matritsasi ayriladi va hosil bo‘lgan Leontyev matritsasi yalpi ishlab chiqarish vektoriga ko‘paytirilib, yakuniy talab vektoriga tenglashtiriladi.

3. Determinantning matematik ahamiyati: yagona yechim mavjudligi

Tarmoqlararo muvozanat modelining asosiy matematik talabi – chiziqli tenglamalar tizimining yagona yechimga ega bo‘lishidir. Bu talab bevosita determinant orqali tekshiriladi: Leontyev matritsasining determinanti noldan farqli bo‘lishi kerak.

Agar determinant noldan farqli bo‘lsa, tizim yagona yechimga ega bo‘ladi, teskari matritsa mavjud bo‘ladi va yechim yakuniy talab vektorini teskari matritsaga ko‘paytirish orqali topiladi.

Agar determinant nolga teng bo‘lsa, bu iqtisodiy tizimda muammolar mavjudligini ko‘rsatadi: tizimning yechimi yo‘q yoki cheksiz ko‘p; tarmoqlar

ISSN: 3060-4567

o‘rtasidagi bog‘liqlik noto‘g‘ri aniqlangan; ba’zi tarmoqlar boshqalariga haddan tashqari bog‘liq; model iqtisodiy reallikni to‘g‘ri aks ettirmaydi.

4. Determinantning matematik ahamiyati: teskari matritsani hisoblash

Teskari matritsa determinant yordamida quyidagicha hisoblanadi: teskari matritsa bir bo‘lib determinantga, qo‘shma matritsaga ko‘paytirilganiga teng. Ushbu munosabatdan ko‘rinib turibdiki, agar determinant nolga teng bo‘lsa, teskari matritsa mavjud emas, chunki nolga bo‘lish amali bajarilmaydi. Agar determinant noldan farqli bo‘lsa, teskari matritsa mavjud va uni hisoblash mumkin.

Teskari matritsaning iqtisodiy ma’nosi – u multiplikator matritsasi hisoblanadi. Uning elementlari yakuniy talabning bir birlikka o‘zgarishi barcha tarmoqlarning yalpi mahsulotiga qanday ta’sir qilishini ko‘rsatadi.

5. Determinantning matematik ahamiyati: Kramer qoidasi

Kramer qoidasi chiziqli tenglamalar tizimini determinantlar yordamida yechish imkonini beradi. Ushbu qoidaga ko‘ra, har bir noma’lum o‘zgaruvchi ikki determinantning nisbatiga teng: suratda Leontyev matritsasining tegishli ustuni yakuniy talab vektori bilan almashtirilganining determinanti, maxrajda esa asosiy Leontyev matritsasining determinanti turadi.

Kramer qoidasining afzalligi – u har bir o‘zgaruvchini alohida hisoblash imkonini beradi. Biroq katta o‘lchamli tizimlar uchun (uchdan ortiq tarmoqli) bu usul hisoblash jihatidan samarasiz, chunki ko‘p sonli determinantlarni hisoblash talab etiladi.

6. Determinantning iqtisodiy ahamiyati: barqarorlikni baholash

Determinant iqtisodiy tizimning barqarorligini baholashda muhim rol o‘ynaydi. Leontyev modelida Xokins-Simon sharti deb ataladigan quyidagi shartlar bajarilishi kerak:

Birinchi shart: asosiy determinant ijobiy bo‘lishi kerak. Ikkinchi shart: barcha bosh minörlar ham ijobiy bo‘lishi kerak. Bosh minörlar – matritsaning yuqori chap burchagidan boshlanadigan kichik matritsalarning determinantlaridir.

Bu shartlarning iqtisodiy ma’nosi quyidagicha: tizim tashqi zarbalarga (masalan, yakuniy talabning o‘zgarishi) nisbatan barqaror; bir tarmoqdagi o‘zgarish boshqa tarmoqlarga to‘lqinsimon tarqaladi, ammo tizim muvozanat holatiga qaytadi; texnologik koeffitsiyentlar real iqtisodiy munosabatlarni to‘g‘ri aks ettiradi.

7. Sonli misol: determinantning hisoblanishi va tahlili

Ikki tarmoqli soddalashtirilgan iqtisodiyot misolida determinantning rolini ko‘rib chiqamiz. Faraz qilaylik, texnologik koeffitsiyentlar matritsasi birinchi qatorda 0,2 va 0,3, ikkinchi qatorda 0,4 va 0,1 elementlaridan iborat bo‘lsin.

Birlik matritsa birinchi qatorda 1 va 0, ikkinchi qatorda 0 va 1 elementlaridan iborat. Leontyev matritsasi esa birlik matritsadan texnologik matritsani ayirish natijasida hosil bo‘ladi: birinchi qatorda 0,8 va -0,3, ikkinchi qatorda -0,4 va 0,9 elementlari paydo bo‘ladi.

Ushbu Leontyev matritsasining determinanti quyidagicha hisoblanadi: asosiy diagonaldagi 0,8 va 0,9 ko‘paytmasi (0,72) dan yordamchi diagonaldagi -0,3 va -0,4 ko‘paytmasi (0,12) ayriladi. Natijada determinant 0,6 ga teng bo‘ladi. Bu noldan farqli, shuning uchun tizim yagona yechimga ega.

Agar yakuniy talab birinchi tarmoq uchun 50 birlik, ikkinchi tarmoq uchun 60 birlik bo‘lsa, yalpi mahsulotni hisoblash uchun avval teskari matritsa topiladi. Teskari matritsa determinantga (0,6) bo‘linadi va qo‘shma matritsaga ko‘paytiriladi. Natijada birinchi tarmoq 105 birlik, ikkinchi tarmoq esa 113,3 birlik mahsulot ishlab chiqarishi kerakligi aniqlanadi.

Agar determinant nolga teng bo‘lganida, masalan, texnologik matritsaning barcha elementlari 0,5 ga teng bo‘lsa, Leontyev matritsasining determinanti nolga teng bo‘lar edi. Bu holda tizimning yechimi yo‘q yoki cheksiz ko‘p bo‘lib, model iqtisodiy ma’noga ega bo‘lmaydi.

8. Determinantning boshqa iqtisodiy qo‘llanilish sohalari

Determinant tarmoqlararo muvozanat modelidan tashqari iqtisodiyotning quyidagi sohalarida ham qo‘llaniladi:

Iste’molchi tanlovi tahlilida determinant Slutskiy tenglamasi orqali narx o‘zgarishining almashtirish va daromad effektlarini ajratishda ishlatiladi.

Ekonometrikada determinant chiziqli regressiya modellarida mustaqil o‘zgaruvchilar o‘rtasidagi multikollinearlikni (o‘zaro kuchli bog‘liqlikni) aniqlashda qo‘llaniladi.

O‘yinlar nazariyasida determinant matritsali o‘yinlarda yechim mavjudligini tekshirish uchun ishlatiladi.

Moliyaviy matematikada determinant kovariatsiya matritsasi orqali portfel riskini baholashda qo‘llaniladi.

Umumiy muvozanat tahlilida determinant Walras qonunining bajarilishini tekshirishda ishlatiladi.

Xulosa

Xulosa qilib aytganda, determinant tarmoqlararo muvozanat modelining matematik tahlilida markaziy o‘rin tutadi. Uning modeldagi matematik va iqtisodiy ahamiyati quyidagilardan iborat:

Matematik ahamiyati: birinchidan, determinant yagona yechim mavjudligini aniqlash imkonini beradi – Leontyev matritsasining determinanti noldan farqli bo‘lishi shart; ikkinchidan, determinant teskari matritsani hisoblashda ishlatiladi; uchinchidan, Kramer qoidasi orqali yechim topish imkonini yaratadi.

Iqtisodiy ahamiyati: birinchidan, determinant tizimning barqarorligini baholash imkonini beradi – Xokins-Simon sharti orqali; ikkinchidan, multiplikator effektini aniqlashda teskari matritsa elementlari orqali ishlatiladi; uchinchidan, iqtisodiy siyosat qarorlarini asoslashda modelning ishonchliligini tekshirish vositasi hisoblanadi.

Shu sababli determinantni chuqur o‘rganish amaliy matematika va iqtisodiyot fanlarini bog‘lovchi muhim yo‘nalish hisoblanadi. Kelgusida determinantning katta o‘lchamli iqtisodiy tizimlarda (yuzdan ortiq tarmoqli) hisoblash samaradorligini oshirish va determinantning iqtisodiyotdagi boshqa qo‘llanilish sohalarini kengaytirish bo‘yicha tadqiqotlar olib borish maqsadga muvofiqdir.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Leontief W. Input-Output Economics. – Oxford University Press, 1986.

2. Hawkins D., Simon H.A. Note on Some Conditions of Macroeconomic Stability. – Econometrica, 1949.
3. Mankiw N.G. Principles of Economics. – 2020.
4. Samuelson P., Nordhaus W. Economics. – 2010.
5. Shodmonov Sh., Jo‘rayev T. Iqtisodiyot nazariyasi. – 2021.
6. Varian H.R. Intermediate Microeconomics. – 2014.
7. Miller R.E., Blair P.D. Input-Output Analysis: Foundations and Extensions. – Cambridge University Press, 2022.
8. Strang G. Introduction to Linear Algebra. – Wellesley-Cambridge Press, 2016.
9. Karimov A., Tursunov B. O‘zbekiston iqtisodiyotida tarmoqlararo muvozanat. – Toshkent: Iqtisod-Moliya, 2020.
10. Cramer G. Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques. – 1756.