



## SIRTLARNI TOPOLOGIK JIHATDAN TASNIFLASH

*Saliyeva Sevara Ma'mirbek qizi* – Andijon davlat pedagogika insituti

*Matematika Informatika kafedrası o'qituvchisi*

[Saliyevasevara18@gmail.com](mailto:Saliyevasevara18@gmail.com)

*Mahmudova Ro'zixon Doniyorbek qizi* – Andijon davlat pedagogika

*insituti Matematika yo'nalishi 2-bosqich talabasi*

**Annotatsiya:** Mazkur maqolada sirtlarni topologik jihatdan tasniflash masalasi ilmiy asosda keng yoritilgan. Unda sirt tushunchasining matematik mazmuni, uning asosiy xossalari va tasniflash mezonlari batafsil tahlil qilingan. Tadqiqot jarayonida sirtlarning topologik xususiyatlari, xususan bog'langanlik, kompaktlik, orientatsiyalanganlik va chegaralanganlik kabi muhim tushunchalar o'rganilgan. Shuningdek, sirtlarni tasniflashda muhim rol o'ynovchi topologik invariantlar — genus va Euler xarakteristikasi alohida yoritilgan.

**Kalit so'zlar:** sirt, topologiya, genus, Euler xarakteristikasi, kompakt sirt, yo'nalgan sirt, tasniflash, topologik invariant

**Аннотация:** В данной статье подробно рассмотрена проблема топологической классификации поверхностей. Проанализированы математическое определение поверхности, её основные свойства и критерии классификации. Особое внимание уделено таким топологическим характеристикам, как связность, компактность, ориентируемость и наличие границы. Также изучены ключевые топологические инварианты — род (genus) и характеристика Эйлера.

**Ключевые слова:** поверхность, топология, род, характеристика Эйлера, компактная поверхность, ориентируемость, классификация, топологический инвариант

**Annotation:** This article provides a comprehensive analysis of the topological classification of surfaces. It examines the mathematical definition of surfaces, their fundamental properties, and classification criteria. Particular



attention is given to topological characteristics such as connectedness, compactness, orientability, and boundary conditions. Key topological invariants, including genus and Euler characteristic, are also discussed.

**Keywords:** surface, topology, genus, Euler characteristic, compact surface, orientability, classification, topological invariant

Sirt tushunchasi Topologiya va geometriyada muhim o‘rin tutadi. Sirtlar kundalik hayotda ham uchraydi: masalan, shar yuzasi, silindr yon tomoni yoki tekislik. Matematik nuqtai nazardan esa sirtlar ancha umumiy va abstrakt tarzda qaraladi. Intuitiv jihatdan, sirt — bu ikki o‘lchovli obyekt bo‘lib, u uch o‘lchovli fazoda joylashgan bo‘lishi mumkin. Boshqacha aytganda, sirtning har bir nuqtasi atrofida kichik soha tekislikka o‘xshash bo‘ladi. Bu xossa sirtlarning asosiy belgilaridan biridir. Matematik jihatdan sirt tushunchasi Topologik fazo yordamida aniqlanadi. Sirt — bu shunday topologik fazoki, uning har bir nuqtasining atrofi ikki o‘lchovli Evklid fazosiga (ya’ni tekislikka) gomomorf (uzluksiz va o‘zaro bir qiymatli akslantirish orqali bog‘langan) bo‘ladi.

Demak, sirtning formal ta’rifi quyidagicha beriladi:

Sirt — bu har bir nuqtasining atrofi ochiq to‘plam sifatida  $\mathbb{R}^2$  ga gomomorf bo‘lgan topologik fazodir. Bu ta’rif sirtlarning lokal xossalarini ifodalaydi. Ya’ni, global shakli qanday bo‘lishidan qat’i nazar, kichik qismlarda sirt har doim tekislikka o‘xshash bo‘ladi. Sirtlarga oddiy misollar sifatida quyidagilarni keltirish mumkin: tekislik ( $\mathbb{R}^2$ ), shar yuzasi, tor (halqa shaklidagi sirt), silindr yuzasi.

Masalan, shar yuzasini olaylik. U uch o‘lchovli fazoda joylashgan bo‘lsa ham, uning yuzasi ikki o‘lchovlidir. Shar yuzasining har bir kichik qismi tekislikka o‘xshash bo‘lib, bu uni sirt sifatida qarash imkonini beradi.

**Yo‘nalmagan sirt tushunchasi.** Avvalo, sirt tushunchasiga qisqacha to‘xtalib o‘tamiz. Uch o‘lchovli fazoda sirt deb ikki o‘lchovli uzluksiz geometrik obyektga aytiladi. Sirtlar analitik ko‘rinishda quyidagi tenglamalar orqali berilishi mumkin:

$z = f(x, y)$  ko‘rinishida, parametrik tenglamalar orqali:  $x = x(u, v)$ ,  $y = y(u, v)$ ,  $z = z(u, v)$ . Yo‘nalmagan sirt — bu faqat geometrik shakl sifatida



qaraladigan, ya'ni unda "qaysi tomoni yuqori yoki past" degan tushuncha aniqlanmagan sirtidir. Bunday sirtlarda normal vektorlarning aniq yo'nalishi belgilanmaydi. **Yo'nalgan sirt** — bu sirtning har bir nuqtasida normal vektorning ma'lum bir uzluksiz yo'nalishi tanlangan sirt hisoblanadi. Ya'ni, sirtning har bir nuqtasida unga tik bo'lgan normal vektor mavjud bo'lib, bu vektorlar uzluksiz ravishda bir xil yo'nalishda tanlanadi. Matematik jihatdan, agar sirt parametrik ko'rinishda berilgan bo'lsa:  $\vec{r}(u, v) = (x(u, v), y(u, v), z(u, v))$ ,

unda sirtning normal vektori quyidagicha aniqlanadi:  $n = \frac{\partial \vec{r}}{\partial u} \times \frac{\partial \vec{r}}{\partial v}$ .

**Ochiq sirtlar** - bu sirtlar yopiq shakl hosil qilmaydi. Masalan: tekislikning bir qismi, paraboloidning bir qismi. Bunda normal yo'nalishi ixtiyoriy tanlanadi, lekin u uzluksiz bo'lishi shart. Yo'nalganlikning ahamiyati - yo'nalgan sirt tushunchasi ayniqsa quyidagi matematik va fizik masalalarda muhimdir:

1. Sirt integrallari - Sirt orqali oqimni hisoblashda sirtning yo'nalishi hal qiluvchi ahamiyatga ega. Agar sirt yo'nalishi o'zgarsa, integral ishorasi ham o'zgaradi.

2. Gauss teoremasi - Bu teorema yopiq sirt orqali o'tuvchi oqimni hajm bo'yicha integral bilan bog'laydi. Bu yerda sirtning tashqi yo'nalishi muhim hisoblanadi.

3. Stoks teoremasi - Bu teoremada sirtning yo'nalishi uning chegarasi bo'lgan chiziqning yo'nalishi bilan mos kelishi kerak.

**Sirtlar tasnifi tushunchasi**— bu ularni muayyan mezonlar asosida guruhlarga ajratish jarayonidir. Bunday mezonlarga quyidagilar kiradi:

- a) sirtning shakli va geometrik tuzilishi,
- b) topologik xossalari,
- c) yo'nalgan yoki yo'nalmaganligi,
- d) genus (teshiklar soni),

**Topologiyadagi o'rni quyidagicha.** Sirtlar tasnifi topologiyada alohida ahamiyatga ega. Bu sohada sirtlar ularning geometrik shakliga emas, balki ichki tuzilishiga qarab o'rganiladi. Shu sababli, sirtlarning topologik invariantlari muhim



rol o'ynaydi. Bunday invariantlardan biri — Euler xarakteristikasi hisoblanadi. U sirtning topologik tuzilishini son orqali ifodalaydi va sirtlarni taqqoslash imkonini beradi. Shuningdek, genus tushunchasi ham muhim bo'lib, u sirtning nechta "teshik"ga ega ekanligini bildiradi. Masalan, torus va kofe chashkasi topologik jihatdan teng hisoblanadi, chunki ularning genus qiymati bir xil. Sirtlarni tasniflash orqali topologiyada barcha kompakt sirtlarni umumiy qonuniyat asosida o'rganish mumkin bo'ladi.

Mazkur maqolada sirtlarni topologik jihatdan tasniflashning nazariy asoslari o'rganildi. Tadqiqot davomida sirt tushunchasi, uning asosiy topologik xossalari hamda tasniflash mezonlari tahlil qilindi. Xususan, yo'nalgan va yo'nalmagan sirtlar, genus va Euler xarakteristikasi kabi muhim invariantlar sirtlarni farqlashda asosiy omil ekanligi aniqlandi.

Shuningdek, kompakt sirtlarni tasniflash teoremasi orqali barcha yopiq sirtlarni umumiy tizimga keltirish mumkinligi ko'rsatildi. Olingan natijalar sirtlar tasnifi nafaqat nazariy matematika, balki fizika, muhandislik va kompyuter grafikasi kabi sohalarda ham muhim ahamiyatga ega ekanligini tasdiqlaydi.

Umuman olganda, sirtlarni topologik jihatdan tasniflash murakkab geometrik obyektlarni o'rganishda samarali va universal yondashuv hisoblanadi.

### FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Abdurahmonov A., Xudoyberganov G. Differensial geometriya asoslari. – Toshkent: O'zMU, 2018. [www.mathworld.wolfram.com](http://www.mathworld.wolfram.com)
2. Jo'rayev T., Yuldashev B. Oliy matematika (3-qism). – Toshkent: Fan va texnologiya, 2017. [www.khanacademy.org](http://www.khanacademy.org)
3. Rasulov M., Qodirov S. Geometriya va topologiya elementlari. – Toshkent: Fan, 2016. [www.wikipedia.org](http://www.wikipedia.org)
4. Karimov Sh., Raximov A. Analitik va differensial geometriya. – Toshkent: O'qituvchi, 2015. [www.coursera.org](http://www.coursera.org)
5. Oliy ta'lim darsliklari (geometriya va topologiya bo'yicha). [www.edx.org](http://www.edx.org)