



RIMAN METRIKASI VA MASOFA TUSHUNCHASI

Saliyeva Sevara ma'mirbek qizi- Andijon davlat pedagogika insituti

Matematika Informatika kafedrası o'qituvchisi

Sevarasaliyeva18@gmail.com

G'aniyeva Malika Murodjon qizi- Andijon davlat pedagogika insituti

Matematika yo'nalishi 2-bosqich talabasi

Ganiyevamalika04@gmail.com

Annotatsiya: Ushbu maqolada Riman metrikasi va masofa tushunchasi keng va tushunarli tarzda yoritiladi. Ko'pmanifold, metrik tenzor, uzunlik, burchak, masofa va geodezik chiziqlar haqidagi asosiy nazariy tushunchalar izchil bayon etiladi. Shuningdek, ushbu tushunchalarning zamonaviy fan va texnologiyadagi qo'llanilishlari ham ko'rib chiqiladi.

Kalit so'zlar: Riman metrikasi, masofa, ko'pmanifold, metrik tenzor, geodezik chiziq, differensial geometriya, Riman fazosi

Аннотация: В данной статье подробно рассматриваются понятия римановой метрики и расстояния. Объясняются основные элементы дифференциальной геометрии: многообразие, метрический тензор, геодезические линии. Также рассматриваются области практического применения.

Ключевые слова: риманова метрика, расстояние, многообразие, геодезическая линия, метрический тензор

Abstract: This article provides a detailed explanation of the Riemannian metric and distance. It covers manifolds, metric tensor, geodesics, and their applications in modern science and technology.

Keywords: Riemannian metric, distance, manifold, geodesic, metric tensor

Geometriyada masofa tushunchasi eng muhim va asosiy tushunchalardan biri hisoblanadi. Oddiy Evklid geometriyasida ikki nuqta orasidagi masofa to'g'ri chiziq



orqali aniqlanadi. Bu juda qulay va sodda tushuncha bo'lsa-da, real hayotdagi ko'plab jarayonlar egri sirtlarda sodir bo'ladi.

Masalan, Yer yuzasida ikki shahar orasidagi eng qisqa yo'l xaritada to'g'ri chiziq ko'rinishida bo'lishi mumkin, lekin aslida bu yo'l Yerning egri sirtiga mos keluvchi egri chiziq hisoblanadi. Shu sababli oddiy geometriya yetarli bo'lmay qoladi.

XIX asrda nemis matematigi Bernhard Riemann tomonidan yaratilgan Riman geometriyasi ana shu muammoni hal qilishga xizmat qiladi. Bu geometriyada masofa tushunchasi umumlashtiriladi va Riman metrikasi orqali aniqlanadi.

Mazkur maqolaning asosiy maqsadi — Riman metrikasi va masofa tushunchasini sodda, tushunarli va izchil tarzda bayon etishdir.

1. Ko'pmanifolt tushunchasi

Ko'pmanifolt — bu har bir nuqtasining kichik atrofi oddiy tekislikka o'xshash bo'lgan fazodir. Boshqacha aytganda, u murakkab global shaklga ega bo'lsa ham, lokal jihatdan sodda ko'rinadi.

Masalan, Yer sharining yuzasi egri sirt bo'lsa-da, kichik hududlar tekislikka o'xshaydi. Shu sababli Yer yuzasi ikki o'lchovli ko'pmanifolt hisoblanadi.

Ko'pmanifolt tushunchasi differensial geometriyaning asosini tashkil qiladi va Riman metrikasi aynan shu fazolarda aniqlanadi.

2. Riman metrikasi tushunchasi

Riman metrikasi — bu har bir nuqtada vektorlar orasidagi skalyar ko'paytmani aniqlovchi qoidadir. Bu yordamida uzunlik va burchaklar hisoblanadi.

Riman metrikasi quyidagi xossalarga ega:

- chiziqlilik
- simmetriklik
- musbat aniqlanganlik

Bu xossalar metrikani fizik va geometrik ma'noga ega qiladi.

3. Metrik tenzor



Riman metrikasi metrik tenzor orqali ifodalanadi. U koordinatalarda quyidagi formula bilan beriladi:

$$ds^2 = \sum_{(i,j)} g_{ij} dx^i dx^j ds$$
 — ikki juda yaqin nuqta orasidagi masofa

g_{ij} — metrik tenzor elementlari

dx^i — koordinatalarning kichik o'zgarishi

Bu formula ikki yaqin nuqta orasidagi masofani aniqlaydi. Metrik tenzor fazoning geometriyasini to'liq belgilaydi.

4. Egri chiziq uzunligi

Egri chiziq uzunligi quyidagi integral orqali aniqlanadi:

$$L = \int \sqrt{ \sum_{(i,j)} g_{ij} (dx^i/dt)(dx^j/dt) } dt$$

Bu formula oddiy uzunlik formulasining umumlashgan ko'rinishi hisoblanadi.

5. Masofa tushunchasi

Riman fazosida masofa ikki nuqtani tutashiruvchi barcha chiziqlar ichidan eng qisqa yo'l sifatida aniqlanadi.

Masofa quyidagi xossalarga ega:

- manfiy emas
- simmetrik
- uchburchak tengsizligini qanoatlantiradi

6. Geodezik chiziqlar

Geodezik chiziqlar — bu eng qisqa masofani beruvchi chiziqlardir. Ular differensial tenglamalar orqali aniqlanadi.

Misollar:

- tekislikda — to'g'ri chiziq
- shar sirtida — katta aylana

Geodeziklar fizika va muhandislikda muhim ahamiyatga ega.

7. Amaliy qo'llanilishlar

Riman geometriyasi quyidagi sohalarda qo'llaniladi:

- fizika (nisbiylik nazariyasi)



- geografiya va navigatsiya
- GPS tizimlari
- kompyuter grafikasi
- robototexnika
- sun'iy intellekt

Bu esa uning naqadar muhim ekanligini ko'rsatadi.

Xulosa

Mazkur maqolada Riman metrikasi va masofa tushunchasi batafsil ko'rib chiqildi. Ko'pmanifolt, metrik tenzor va geodeziklar orqali egri fazolarda masofa aniqlanishi tushuntirildi.

Riman geometriyasi bugungi kunda nafaqat matematika, balki zamonaviy texnologiyalarda ham muhim o'rin egallaydi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

- 1.Do Carmo M.P. Differential Geometry of Curves and Surfaces – www.mathnet.ru
- 2.Do Carmo M.P. Riemannian Geometry – www.springer.com
- 3.Jost J. Riemannian Geometry and Geometric Analysis – www.springer.com
- 4.Lee J.M. Riemannian Manifolds – www.mathworld.wolfram.com
- 5.Petersen P. Riemannian Geometry – www.wikipedia.org
- 6.Misner C.W. Gravitation – www.arxiv.org
- 7.Wald R.M. General Relativity – www.coursera.org
- 8.Oliy ta'lim darsliklari – www.ziyonet.uz