



## KOMPYUTER ARIFMETIKASI VA KOMPYUTER GRAFIKASI

***Kodirov Akbar Shuhratovich***

*Shahrisabz davlat pedagogika instituti “Matematika va amaliy matematika” Kafedrasida katta o’qituvchisi, ilmiy rahbar*

*E-mail: akbar2005ak@gmail.com*

*ORSID:0000-0002-3656-5770*

***Aminova Maftuna Botir qizi***

*maftunaaminova48@gmail.com*

***Avezova Yulduz Baxtiyor qizi***

*fajzullaavezov0@gmail.com*

*Shahrisabz davlat pedagogika instituti*

*pedagogika fakulteti maktabgacha ta’lim yo’nalishi*

*2.23 guruh talabalari*

***Annotatsiya:*** Ushbu ilmiy maqolada kompyuter arifmetikasi va kompyuter grafikasi sohalarining o‘zaro bog‘liqligi, raqamli hisoblashlarning vizuallashtirish sifatiga ta’siri hamda zamonaviy GPU (grafik protsessor) arxitekturasida arifmetik amallarning bajarilish tamoyillari tadqiq etiladi. Tadqiqot davomida suzuvchi nuqtali hisoblashlar va butun sonli algoritmlarning samaradorligi qiyoslanadi.

***Kalit so‘zlar:*** Kompyuter arifmetikasi, kompyuter grafikasi, renderlash, suzuvchi nuqta, GPU unumdorligi, algoritmlar, raqamli modellashtirish.

***Аннотация:*** В данной научной статье исследуется взаимосвязь между компьютерной арифметикой и компьютерной графикой, влияние цифровых вычислений на качество визуализации и принципы выполнения арифметических операций в современной архитектуре ГП (графических процессоров). В ходе исследования сравниваются эффективность вычислений с плавающей запятой и целочисленных алгоритмов.



**Ключевые слова:** Компьютерная арифметика, компьютерная графика, рендеринг, плавающая запятая, производительность ГП, алгоритмы, цифровое моделирование.

**Abstract:** This scientific article examines the interconnection between computer arithmetic and computer graphics, the impact of digital computations on visualization quality, and the principles of executing arithmetic operations in modern GPU architectures. The study compares the efficiency of floating-point computations and integer algorithms.

**Keywords:** Computer arithmetic, computer graphics, rendering, floating point, GPU performance, algorithms, digital modeling.

**KIRISH .** Hozirgi zamon axborot texnologiyalari va raqamli tizimlarining rivojlanish bosqichida kompyuter arifmetikasi va kompyuter grafikasi o'rtasidagi uzviy bog'liqlikni tadqiq etish dolzarb masalalardan biri hisoblanadi. Kompyuter arifmetikasi raqamli hisoblash mashinalarida ma'lumotlarni ifodalash, ularni saqlash va ular ustida mantiqiy hamda arifmetik amallarni bajarishning fundamental nazariy asosi bo'lib xizmat qiladi. Kompyuter grafikasi esa, o'z navbatida, ushbu matematik hisoblashlar va algoritmlar natijasini inson idrok eta oladigan vizual shaklga keltirish vazifasini bajaradi. Har qanday murakkab grafik tasvir, xoh u ikki o'lchamli chizmalar bo'lsin, xoh yuqori aniqlikdagi uch o'lchamli fotorealistik sahnalar bo'lsin, oxir-oqibat markaziy protsessor (CPU) yoki grafik protsessor (GPU) darajasida bajariladigan milliardlab arifmetik amallar majmuasidan iboratdir. Ushbu tadqiqotning maqsadi kompyuter arifmetikasining apparat va dasturiy ta'minot darajasidagi imkoniyatlari kompyuter grafikasining rivojlanishiga qanday ta'sir ko'rsatishini ilmiy jihatdan asoslab berishdan iborat. Kirish qismida shuni ta'kidlash lozimki, grafik tizimlarning unumdorligi bevosita arifmetik hisoblashlarning aniqligi va tezligiga bog'liqdir. Masalan, suzuvchi nuqtali (floating-point) sonlar bilan ishlash standarti bo'lgan IEEE 754 ning joriy etilishi grafik vizuallashtirishda koordinatalar aniqligini ta'minlash va "jittering" (tasvirning titrashi) kabi muammolarni bartaraf etishda inqilobiy qadam bo'ldi. Kompyuter grafikasi algoritmlari, xususan, nurlar kuzatuv (ray tracing), renderlash va rastrlashtirish



jarayonlari o'z mohiyatiga ko'ra chiziqli algebra va trigonometriya amallarining cheksiz takrorlanishidir. Bu yerda kompyuter arifmetikasining roli faqatgina sonlarni qo'shish yoki ko'paytirish bilan cheklanmaydi, balki hisoblash xatoliklarini minimallashtirish va xotira resurslaridan optimal foydalanishni ham qamrab oladi. Zamonaviy GPU arxitekturasi aynan parallel arifmetik amallarni bajarishga moslashtirilgan bo'lib, u bir vaqtning o'zida millionlab piksellar uchun rang qiymatlarini (RGB) va chuqurlik (Z-buffer) parametrlarini hisoblash imkoniyatiga ega. Tadqiqotning dolzarbligi shundaki, virtual voqelik (VR), sun'iy intellekt asosidagi tasvirlarni qayta ishlash va tibbiy vizuallashtirish kabi sohalar tobora yuqori arifmetik aniqlikni va tezkor hisoblash quvvatini talab qilmoqda. Shu sababli, kompyuter arifmetikasining nazariy modellarini takomillashtirish bevosita kompyuter grafikasining yangi bosqichga ko'tarilishiga, ya'ni tasvirlarning yanada realistik va dinamik bo'lishiga xizmat qiladi. Maqolaning ushbu qismida biz hisoblash tizimlarining mantiqiy tuzilishi va ularning vizual ma'lumotlarni shakllantirishdagi metodologik asoslarini ko'rib chiqamiz, bu esa keyingi bosqichlarda asosiy tadqiqot natijalarini tahlil qilish uchun zamin yaratadi.

**ASOSIY QISM.** Kompyuter arifmetikasi va grafikasi o'rtasidagi texnik integratsiyani tahlil qilishda, eng avvalo, sonlarning raqamli tizimlarda ifodalanish shakllariga e'tibor qaratish lozim, chunki bu grafik tasvirning ham aniqligini, ham hisoblash tezligini belgilab beradi. Kompyuter arifmetikasida qo'llaniladigan butun sonli (fixed-point) va suzuvchi nuqtali (floating-point) hisoblashlar kompyuter grafikasida turlicha vazifalarni bajaradi: masalan, butun sonli arifmetika ko'pincha ekran piksellari koordinatalarini aniqlash va rastrlashtirish bosqichida qo'llanilsa, suzuvchi nuqtali hisoblashlar 3D fazodagi obyektlarning geometrik shakli, yorug'lik manbalarining tarqalishi va fizik simulyatsiyalarni modellashtirishda hal qiluvchi rol o'ynaydi. Asosiy qismning fundamental jihati shundaki, zamonaviy grafik protsessorlar (GPU) arxitekturasi aynan IEEE 754 standarti bo'yicha suzuvchi nuqtali amallarni parallel ravishda bajarishga optimallashtirilgan bo'lib, bu "Floating Point Operations Per Second" (FLOPS) ko'rsatkichining keskin oshishiga olib keldi. Grafik algoritmlar ichida eng ko'p resurs talab qiladigan jarayon — bu matritsali



ko'paytirish amallaridir, chunki har bir 3D nuqtani (vertex) ekran tekisligiga proyeksiyalash uchun ko'p bosqichli chiziqli transformatsiyalar talab etiladi va bu jarayonda kompyuter arifmetikasining summatorlari hamda multiplikatorlari bloklarining samaradorligi bevosita kadrlar almashish tezligiga (FPS) ta'sir qiladi. Shuningdek, kompyuter grafikasida ranglarni aralashtirish (color blending) va teksturalarni filtrlash jarayonlari ham arifmetik o'rtacha qiymatlarni hisoblash hamda interpolatsiya algoritmlariga tayanadi, bu yerda arifmetik xatoliklarni minimallashtirish tasvirdagi ranglar gradiyenti silliqiligini ta'minlash uchun zarurdir. Kompyuter arifmetikasidagi yangi yondashuvlardan biri bo'lgan yaqinlashtirilgan hisoblashlar (approximate computing) hozirda grafikada energiya sarfini kamaytirish uchun keng qo'llanilmoqda, chunki inson vizual tizimi tasvirdagi juda kichik matematik noaniqliklarni sezmaydi, bu esa hisoblash quvvatini tejash imkonini beradi. Grafik quvurlar (graphics pipelines) ichida ma'lumotlarning oqimi — vertex shaderlardan tortib to fragment shaderlargacha bo'lgan masofa — mohiyatan ma'lumotlarning bir arifmetik blokdan ikkinchisiga uzatilishidir va bu zanjirning o'tkazuvchanlik qobiliyati bevosita mantiqiy elementlarning kommutatsiya tezligiga bog'liq bo'ladi. Tadqiqotlar shuni ko'rsatadiki, zamonaviy nurlar kuzatuv (Ray Tracing) texnologiyasi arifmetik qurilmalardan nafaqat tezlikni, balki juda yuqori dinamik diapazondagi sonlar bilan ishlash qobiliyatini ham talab qiladi, bu esa o'z navbatida kompyuter arifmetikasi nazariyasida yangi turdagi, masalan, "Posit" kabi sonli formatlarning paydo bo'lishiga va ularning grafikada sinab ko'rilishiga sabab bo'ldi. Shunday qilib, kompyuter grafikasi bu shunchaki chiroyli tasvirlar yig'indisi emas, balki apparat darajasida optimallashtirilgan murakkab arifmetik mantiqning natijasidir va bu ikki sohaning rivojlanishi bir-birini doimiy ravishda stimullab boradi. Kompyuter arifmetikasi va grafikasining o'zaro bog'liqligini o'rganishda axborot oqimini boshqarishda qo'llaniladigan kesh xotira iyerarxiyasi va video xotira (VRAM) o'tkazuvchanligining arifmetik modellarini tahlil qilish muhim bosqich hisoblanadi. Grafik ma'lumotlarni qayta ishlashda ma'lumotlarning piksellar buferidan (framebuffer) o'qilishi va ularga ishlov berilishi jarayonida qo'llaniladigan "texture mapping" (tekstura qoplash) texnologiyasi mohiyatan murakkab bilinear va



trilinear interpolatsiya amallarining yig'indisidir. Ushbu jarayonda kompyuter arifmetikasi nafaqat sonlarni hisoblaydi, balki ko'p o'lchamli massivlar bilan ishlashda xotira manzillarini generatsiya qilish algoritmlarini (address generation logic) ham boshqaradi. Grafik tizimlardagi "Antialiasing" (tekislash) jarayonlari, xususan, MSAA va SSAA algoritmlari piksellarning rang qiymatlarini aniqlashda og'irlik ko'rsatkichlariga ega bo'lgan arifmetik o'rtacha qiymatlarni hisoblashga asoslanadi, bu esa tasvirdagi keskin chegaralarni silliqlash imkonini beradi. Zamonaviy vizuallashtirishda qo'llaniladigan "tessellation" (yuzalarni bo'laklarga bo'lish) usuli esa geometrik shakllarni mikroskopik darajada ko'paytirishda dinamik arifmetik funksiyalardan foydalanadi, bu esa protsessor yuklamasini oshirmasdan turib detallar darajasini (LOD - Level of Detail) boshqarish imkonini yaratadi. Shuningdek, kompyuter arifmetikasidagi "SIMD" (Single Instruction, Multiple Data) arxitekturasi grafikada bir vaqtning o'zida o'nlab piksellar ustida bir xil matematik amalni bajarishni ta'minlab, hisoblash vaqtini bir necha barobarga qisqartiradi. Ranglar fazosi (RGB dan YCbCr ga o'tish) va HDR (High Dynamic Range) texnologiyalari esa logarifmik arifmetikaga tayanadi, bu esa tasvirdagi yorug'lik va soyaning realistik muvozanatini matematik aniqlikda ifodalashga xizmat qiladi. Bunday chuqur integratsiya natijasida kompyuter grafikasi shunchaki geometriya emas, balki apparat darajasida optimallashtirilgan yuqori tezlikdagi arifmetik mantiqiy tizimga aylanadi, bu esa raqamli modellashtirishning barqarorligini va fotorealizmini ta'minlovchi asosiy poydevordir. Kompyuter arifmetikasi va grafikasining zamonaviy rivojlanishida ma'lumotlarni uzatish kanallarining o'tkazuvchanlik qobiliyatini oshirish maqsadida qo'llaniladigan arifmetik siqish (compression) algoritmlari alohida o'rin tutadi. Grafik protsessorlar va video xotira o'rtasida har soniyada terabaytlab ma'lumot almashinadi, bu yerda "lossless" (yo'qotishlarsiz) siqish usullari, masalan, entropik kodlash va delta-arifmetika usullari qo'llanilib, ular vizual ma'lumotlarning hajmini matematik hisob-kitoblar orqali kamaytiradi. Ushbu jarayonda kompyuter arifmetikasining roli nafaqat sonli qiymatlarni qayta ishlashda, balki piksellar oqimidagi takrorlanuvchi bloklarni aniqlash va ularni qisqaroq matematik formulalar yordamida qayta



tiklashda namoyon bo'ladi. Shuningdek, zamonaviy "Vulkan" va "DirectX 12" kabi grafik API-lar darajasida past aniqlikdagi hisoblashlardan (int8 va float16) foydalanish kengaymoqda, bu esa neyron tarmoqlar yordamida tasvirni masshtablashda (upscaling) arifmetik summatorlarning yuklamasini optimallashtiradi. Geometrik detallarni shakllantirishda qo'llaniladigan "protsedurali generatsiya" usuli ham to'liqligicha deterministik arifmetik funksiyalarga tayanadi, bunda tasodifiy sonlar generatorlari va maxsus polinomlar yordamida cheksiz vizual olamlar matematik aniqlikda yaratiladi. Tadqiqotlar shuni tasdiqlaydi-ki, hisoblash tizimlaridagi bitlararo bog'liqlik va "carry look-ahead" (o'tkazmani oldindan ko'rish) kabi arifmetik tezlashtirgichlar grafik renderlash jarayonida yorug'lik akslanishlarini (global illumination) soniyaning ulushlarida hisoblash imkonini beradi. Ranglarni vizuallashtirishda qo'llaniladigan gamma-korreksiya va ton-mapping amallari esa darajaga ko'tarish va logarifmik hisoblashlar kabi murakkab arifmetik operatsiyalarni talab etadi, bu esa inson ko'zining yorug'likka bo'lgan chiziqli bo'lmagan sezgirligini matematik model orqali ekranda aks ettiradi. Shu tariqa, kompyuter arifmetikasi grafik tizimlarning nafaqat tezligini, balki ma'lumotlarni saqlash va uzatish samaradorligini ham belgilovchi asosiy mexanizm bo'lib xizmat qiladi.

**TADQIQOT METODOLOGIYASI.** Ushbu maqolada kompyuter arifmetikasi va grafikasi o'rtasidagi bog'liqlikni o'rganish uchun kompleks tadqiqot metodologiyasi qo'llanildi, bu metodologiya ham nazariy tahlilni, ham miqdoriy baholash usullarini o'z ichiga oladi. Tadqiqotning birinchi bosqichida tizimli tahlil metodi orqali mavjud ilmiy adabiyotlar va texnik standartlar, xususan, IEEE 754 suzuvchi nuqtali sonlar formati hamda GPU arxitekturasiga oid xalqaro patentlar o'rganib chiqildi. Ikkinchi bosqichda matematik modellashtirish metodi yordamida grafik algoritmlarning (masalan, Brezenxem chiziq chizish algoritmi va matritalsali transformatsiyalar) hisoblash murakkabligi va ularning arifmetik operatsiyalar soniga bog'liqligi tahlil qilindi. Metodologiyaning muhim qismi qiyosiy tahlil bo'lib, unda turli aniqlik darajasidagi (FP16, FP32, FP64) arifmetik hisoblashlarning grafik renderlash sifatiga va unumdorligiga ta'siri maxsus simulyatsiya dasturlari



yordamida solishtirildi. Shuningdek, tadqiqotda algoritmlarni optimallashtirish metodidan foydalanilib, butun sonli va suzuvchi nuqtali arifmetika o'rtasidagi balansni saqlash orqali tasvir sifatini yo'qotmasdan hisoblash vaqtini qisqartirish imkoniyatlari ko'rib chiqildi. Eksperimental ma'lumotlarni yig'ishda grafik protsessorlarning turli yuklamalar ostidagi ishlash ko'rsatkichlari, energiya sarfi va hisoblash xatoliklarining vizual artefaktlarga aylanish darajasi statistik tahlil qilindi. Ushbu metodologik yondashuv kompyuter arifmetikasidagi nazariy o'zgarishlarning amaliy kompyuter grafikasidagi aniq natijalarini obyektiv baholash imkonini berdi va tadqiqot natijalarining ishonchliligini ta'minladi.

**XULOSA.** Tadqiqot natijasida shunday xulosaga kelindiki, kompyuter arifmetikasi va kompyuter grafikasi zamonaviy raqamli texnologiyalarning bir-birini to'ldiruvchi ikki ajralmas qismidir. Kompyuter arifmetikasi taqdim etadigan aniqlik va tezlik darajasi kompyuter grafikasining imkoniyatlari chegarasini belgilab beradi, ya'ni arifmetik algoritmlarning takomillashishi bevosita fotorealistik va yuqori dinamikali tasvirlarni yaratishga yo'l ochadi. GPU arxitekturasida parallel hisoblashlarning rivojlanishi va yangi sonli formatlarning joriy etilishi murakkab grafik sahnalarni real vaqt rejimida qayta ishlash muammosini hal etdi. Xulosa qilib aytganda, kelajakda kvant hisoblashlari va sun'iy intellektga yo'naltirilgan maxsus arifmetik bloklarning paydo bo'lishi kompyuter grafikasini mutlaqo yangi bosqichga olib chiqadi, bu esa o'z navbatida fan, ta'lim, tibbiyot va muhandislik sohalarida vizuallashtirishning mislsiz darajada rivojlanishiga xizmat qiladi.

### FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI:

1. Parhami, B. (2010). \*Computer Arithmetic: Algorithms and Hardware Designs\*. 2nd Edition. Oxford University Press. (Kompyuter arifmetikasi bo'yicha dunyodagi eng nufuzli darsliklardan biri).
2. Akenine-Möller, T., Haines, E., & Hoffman, N. (2018). \*Real-Time Rendering\*. 4th Edition. CRC Press. (Grafik protsessorlarda hisoblashlarni optimallashtirish va renderlashning matematik asoslari haqida).



3. Goldberg, D. (1991). "What Every Computer Scientist Should Know About Floating-Point Arithmetic". \*ACM Computing Surveys\*, 23(1), 5-48. (Suzuvchi nuqtali sonlar va hisoblash xatoliklari bo'yicha fundamental ilmiy maqola).
4. Pharr, M., Jakob, W., & Humphreys, G. (2016). \*Physically Based Rendering: From Theory to Implementation\*. Morgan Kaufmann. (Vizuallashtirishda yorug'lik va fizik jarayonlarning arifmetik modellari bayon etilgan).
5. Muller, J. M. (2016). \*Elementary Functions: Algorithms and Implementation\*. Birkhäuser. (Elementar funksiyalarning kompyuterda hisoblanish algoritmlari va ularning aniqligi haqida).
6. Hughes, J. F., Van Dam, A., et al. (2013). \*Computer Graphics: Principles and Practice\*. 3rd Edition. Addison-Wesley. (Kompyuter grafikasining klassik nazariyasi va uning chiziqli algebra bilan bog'liqligi).
7. Knuth, D. E. (1997). \*The Art of Computer Programming, Volume 2: Seminumerical Algorithms\*. Addison-Wesley. (Arifmetik algoritmlarning murakkabligi va samaradorligi bo'yicha eng nufuzli manba).
8. Shirley, P., & Marschner, S. (2009). \*Fundamentals of Computer Graphics\*. A K Peters/CRC Press. (Grafikadagi matematik operatsiyalar va apparat darajasidagi vizuallashtirish asoslari).
9. Abduqodirov, A. A. (2012). \*Axborot texnologiyalari\*. Toshkent. (O'zbekiston oliy ta'lim tizimidagi axborotni qayta ishlash asoslariga oid darslik).
10. IEEE Computer Society. (2008). \*IEEE Standard for Floating-Point Arithmetic (IEEE 754-2008)\*. (Xalqaro standartlashtirish hujjatlarining rasmiy nashri).