



**DIFFERENSIAL GEOMETRIYANING EGRI CHIZIQLAR
NAZARIYASIDAGI QO‘LLANILISHI**

Saliyeva Sevara Ma'murbek qizi

Andijon davlat pedagogika instituti

“Matematika va Informatika” kafedrası

o'qituvchisi

E-mail: saliyevasevara18@gmail.com

Turg'unova Jumagul Xabibullo qizi

Matematika yo'nalishi talabasi,

Andijon davlat pedagogika instituti

E-mail: turgunovajumagul1@gmail.com

Annotatsiya: Ushbu maqolada differensial geometriyaning muhim yo'nalishlaridan biri bo'lgan egri chiziqlar nazariyasi yoritilgan. Unda egri chiziqlarning parametrik ifodalanishi, urinma vektor, normal va binormal vektorlar, Frenet uchligi hamda egrilik tushunchalari tahlil qilingan. Shuningdek, egri chiziqlarning tabiiy parametrizatsiyasi va geodezik chiziqlarning ahamiyati ko'rib chiqilgan. Differensial geometriyaning fizika, muhandislik, robototexnika va kompyuter grafikasi kabi sohalardagi amaliy qo'llanilishiga alohida e'tibor qaratilgan.

Kalit so'zlar: differensial geometriya, egri chiziq, parametrik tenglama, urinma vektor, normal vektor, binormal vektor, Frenet uchligi, egrilik, geodezik chiziq,

Аннотация: В данной статье рассматривается теория кривых, одна из важных областей дифференциальной геометрии. Анализируются понятия параметрического представления кривых, вектора деформации, нормальных и бинормальных векторов, тройки Френе и кривизны. Также рассматривается естественная параметризация кривых и важность геодезических. Особое внимание уделяется практическому применению



дифференциальной геометрии в таких областях, как физика, инженерия, робототехника и компьютерная графика.

Ключевые слова: дифференциальная геометрия, кривая, параметрическое уравнение, вектор деформации, нормальный вектор, бинормальный вектор, тройка Френе, кривизна, геодезическая.

Abstract: This article discusses the theory of curves, one of the important areas of differential geometry. It analyzes the concepts of parametric representation of curves, strain vector, normal and binormal vectors, Frenet triple, and curvature. It also considers the natural parameterization of curves and the importance of geodesics. Special attention is paid to the practical application of differential geometry in such fields as physics, engineering, robotics, and computer graphics.

Keywords: differential geometry, curve, parametric equation, strain vector, normal vector, binormal vector, Frenet triple, curvature, geodesic,

Differensial geometriya — bu egri chiziqlar va sirtlarning geometrik xossalarini differensial hisoblash usullari yordamida o‘rganadigan matematika bo‘limidir. Ushbu fan Matematik analiz, Chiziqli algebra va Topologiya bilan chambarchas bog‘liq. Egri chiziqlar nazariyasi differensial geometriyaning eng muhim qismlaridan biri bo‘lib, u fazodagi yoki tekislikdagi chiziqlarning lokal va global xossalarini o‘rganadi. Bu nazariya fizika, mexanika, muhandislik va kompyuter grafikasi kabi ko‘plab sohalarda keng qo‘llaniladi. Egri chiziq — bu fazoda harakatlanuvchi nuqtaning izi sifatida qaraladi. Matematik jihatdan egri chiziq parametrik tenglama orqali ifodalanadi: $r(t) = (x(t), y(t), z(t))$. Bu yerda — parametr bo‘lib, u odatda vaqt yoki yoy uzunligi bilan bog‘liq bo‘ladi.

Egri chiziqlarni parametrik berish differensial geometriyada juda muhim, chunki bu usul yordamida quyidagilar aniqlanadi:

- a) urinma vektor
- b) tezlik va tezlanish
- c) egrilik va burilish



Urinma vektor va normal tekislik. Egri chiziqning berilgan nuqtasidagi yoʻnalishini aniqlovchi asosiy tushuncha — bu urinma vektordir: $r'(t)$. Bu vektor egri chiziqqa tegishli boʻlgan eng muhim lokal xususiyatni ifodalaydi. Urinma vektor asosida quyidagi tushunchalar aniqlanadi:

- a) birlik urinma vektor
- b) normal vektor
- c) binormal vektor

Bu uchta vektor birgalikda Frenet–Serret formulalari orqali bogʻlanadi va egri chiziqning fazodagi harakatini toʻliq tavsiflaydi.

Egrilik va uning fizik maʼnosi. Egri chiziqning eng muhim xossalaridan biri — bu egrilikdir. Egrilik chiziqning qanchalik “egilganini” ifodalaydi: $k = \frac{|r'(t) \cdot r''(t)|}{|r'(t)|^3}$. Bu formula orqali egrilik quyidagicha talqin qilinadi: agar egrilik katta boʻlsa, chiziq keskin buriladi, agar egrilik kichik boʻlsa, chiziq deyarli toʻgʻri boʻladi.

Fizikada egrilik markazga intilma tezlanish bilan bogʻliq boʻlib, u harakat trayektoriyasini tahlil qilishda ishlatiladi.

Frenet uchligi va uning qoʻllanilishi. Egri chiziqning har bir nuqtasida uchta oʻzaro perpendikulyar vektor mavjud: urinma vektor (T), normal vektor (N), binormal vektor (B). Bu vektorlar egri chiziqning lokal koordinata sistemasini tashkil qiladi. Frenet uchligi quyidagi sohalarda qoʻllaniladi:

- a) fazoviy harakatlarni modellashtirish
- b) robototexnika (trayektoriya qurish)
- c) aerodinamika (samolyot yoʻnalishi)

Egri chiziqlarning tabiiy parametrizatsiyasi. Egri chiziqni yoy uzunligi orqali parametrik berish eng qulay usullardan biridir: $s = \int |r'(t)| dt$. Bu parametrizatsiya quyidagi afzalliklarga ega:

- a) formulalar soddalashadi
- b) egrilik aniqroq ifodalanadi
- c) fizik talqin osonlashadi



Differensial geometriyaning amaliy qo'llanilishi. Differensial geometriya egri chiziqlar nazariyasi orqali ko'plab real masalalarni hal qiladi:

1. **Fizikada-**zarrachalar harakat trayektoriyasi, orbital harakatlar (planetalar), to'lqinlar tarqalishi.

2. **Muhandislikda-**yo'llar va temir yo'llar loyihalash, avtomobil va samolyot yo'nalishlarini optimallashtirish, mexanik tizimlarni modellashtirish.

3. **Kompyuter grafikasi-** 3D modellar yaratish, animatsiya va vizual effektlar, egri chiziqlar orqali silliq shakllar qurish.

Egri chiziqlarning global xossalari. Differensial geometriya nafaqat lokal, balki global xossalarni ham o'rganadi: yopiq egri chiziqlar, o'z-o'zini kesuvchi chiziqlar, geodezik chiziqlar. Bu tushunchalar Geometriya va Fizika bilan bevosita bog'liq.

Geodezik chiziqlar va ularning ahamiyati. Geodezik chiziqlar — bu sirt ustidagi eng qisqa yo'llardir. Masalan: Yer sharidagi eng qisqa masofa — katta doira yoylari. Bu tushuncha navigatsiya, GPS tizimlari va kosmik texnologiyalarda keng qo'llaniladi. Differensial geometriya egri chiziqlar nazariyasi orqali fazodagi chiziqlarning chuqur matematik tahlilini beradi. Egri chiziqlarning parametrik ifodasi, egrilik, Frenet uchligi kabi tushunchalar nafaqat nazariy, balki amaliy jihatdan ham katta ahamiyatga ega.

Xulosa qilib aytganda, differensial geometriya egri chiziqlar va sirtlarning chuqur matematik tahlilini beruvchi muhim fan sohasi hisoblanadi. Egri chiziqlarning parametrik ifodasi, egrilik, Frenet uchligi va geodezik chiziqlar kabi tushunchalar nafaqat nazariy jihatdan, balki amaliy sohalarda ham katta ahamiyat kasb etadi. Ushbu nazariya yordamida fizik jarayonlar tushuntiriladi, muhandislik masalalari yechiladi hamda zamonaviy texnologiyalar rivojlanishiga xizmat qilinadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

O'rinboyev T. Differensial geometriya asoslari. – Toshkent: O'qituvchi, 2005.

2. Axmedov A. Differensial geometriya va tensor analiz elementlari. – Toshkent: Fan, 2010.



3. Rashidov H. Geometriya va uning tatbiqlari. – Toshkent: Fan va texnologiya, 2014.
4. Ostonov Q. Sirtlar nazariyasi va differensial geometriya. – Samarqand: SamDU nashriyoti, 2018.
5. Niyozov N. Analitik va differensial geometriya. – Toshkent: Universitet, 2016.