



SIRTLARNING LOKAL VA GLOBAL EGRILIKLARI

Saliyeva Sevara Ma'mirbek qizi,

Andijon davlat pedagogika instituti

“Matematika va Informatika” kafedrası o'qituvchisi

E-mail: saliyevasevara18@gmail.com

Rahmonova Nigoraxon Umarjon qizi

Andijon davlat pedagogika instituti

“Aniq va tabiiy” fanlar fakulteti

Matematika yo`nalishi 2-kurs talabasi

Rhmnvngrxnmrjnqz@gmail.com

Annotatsiya. *Sirtlarning lokal va global egriliklari: Nazariy asoslar va geometrik bog'liqliklar. Ushbu maqolada sirtlarning lokal va global egrilik xarakteristikalarini hamda ularning o'zaro bog'liqligi tadqiq etiladi. Maqolaning birinchi qismida Gauss egriligi (K) va o'rtacha egrilik (H) kabi lokal parametrlar, shuningdek, sirt nuqtasidagi bosh egriliklarning geometrik ma'nosi tahlil qilinadi. Tadqiqotning ikkinchi qismida lokal xususiyatlarning sirtning umumiy topologiyasiga ta'siri — ya'ni global egrilik tushunchasi o'rganiladi. Xususan, lokal egrilikning integral ko'rinishi va sirtning Eyler xarakteristikasi o'rtasidagi bog'liqlikni ifodalovchi Gauss-Bonne teoremasi maqolaning markaziy bo'g'ini sifatida ko'rib chiqiladi. Maqola yakunida ushbu egrilik tushunchalarining zamonaviy muhandislik va vizuallashtirish texnologiyalaridagi amaliy tatbiqlari yuzasidan xulosalar beriladi.*

Kalit so'zlar. *Differensial geometriya, sirtlar nazariyasi, egrilik, lokal va global xossalari Gauss egriligi, o'rtacha egrilik, bosh egriliklar, sirt topologiyasi, Riman geometriyasi.*

Abstract. *Local and global curvatures of surfaces: Theoretical foundations and geometric relationships. This article studies the local and global curvature characteristics of surfaces and their interrelationships. The first part of the article*



analyzes local parameters such as Gaussian curvature (K) and mean curvature (H), as well as the geometric meaning of the principal curvatures at a surface point. The second part of the study studies the influence of local properties on the general topology of the surface - that is, the concept of global curvature. In particular, the Gauss-Bonne theorem, which expresses the relationship between the integral form of local curvature and the Euler characteristic of the surface, is considered as the central link of the article. At the end of the article, conclusions are given on the practical applications of these curvature concepts in modern engineering and visualization technologies.

Keywords. *Differential geometry, surface theory, curvature, local and global properties of Gaussian curvature, mean curvature, principal curvatures, surface topology, Riemannian geometry.*

Аннотация. *Локальные и глобальные кривизны поверхностей: теоретические основы и геометрические соотношения. В данной статье изучаются характеристики локальной и глобальной кривизны поверхностей и их взаимосвязи. В первой части статьи анализируются локальные параметры, такие как гауссова кривизна (K) и средняя кривизна (H), а также геометрический смысл главных кривизн в точке поверхности. Во второй части исследования изучается влияние локальных свойств на общую топологию поверхности, то есть понятие глобальной кривизны. В частности, в качестве центрального звена статьи рассматривается теорема Гаусса-Бонна, выражающая связь между интегральной формой локальной кривизны и эйлеровой характеристикой поверхности. В конце статьи приводятся выводы о практическом применении этих концепций кривизны в современных инженерных и визуализационных технологиях.*

Ключевые слова: *дифференциальная геометрия, теория поверхностей, кривизна, локальные и глобальные свойства гауссовой кривизны, средняя кривизна, главные кривизны, топология поверхности, риманова геометрия.*



Matematikaning muhim bo'limlaridan biri bo'lgan differensial geometriya egri chiziqlar va sirlarning geometrik xossalarini o'rganishga bag'ishlangan. Ushbu fan fazoda joylashgan geometrik obyektlarning shakli, tuzilishi hamda ularning turli xususiyatlarini aniqlash va tahlil qilish bilan shug'ullanadi. Ayniqsa sirlarning lokal va global xossalarini o'rganish differensial geometriyaning eng muhim masalalaridan biri hisoblanadi. Sirlarning egriligi ularning fazodagi shaklini ifodalovchi asosiy geometrik kattaliklardan biri bo'lib, u sirtning tekislikdan qanchalik og'ishini aniqlash imkonini beradi.

Sirt tushunchasi matematika, fizika, mexanika, arxitektura hamda zamonaviy texnologiyalarda keng qo'llaniladigan muhim tushunchalardan biridir. Masalan, fizika fanida fazoning egriligi umumiy nisbiylik nazariyasida muhim rol o'ynaydi. Kompyuter grafikasi va uch o'lchamli modellashtirishda esa turli sirlarni yaratish va ularning xossalarini aniqlash uchun differensial geometriya usullaridan keng foydalaniladi. Shuningdek, muhandislik va arxitektura sohalarida turli konstruksiyalarni loyihalashda sirlarning geometrik xususiyatlarini hisobga olish muhim ahamiyatga ega.

Sirlarning egriligini o'rganishda ikki xil yondashuv mavjud bo'lib, ular lokal va global xossalardan iboratdir. Lokal xossalar sirtning ma'lum bir nuqtasiga tegishli bo'lgan xususiyatlarni ifodalaydi. Bunda sirtning aynan shu nuqtadagi egilishi, normal egriligi, bosh egriliklari, o'rta egrilik va Gauss egriligi kabi tushunchalar o'rganiladi. Global xossalar esa sirtning umumiy geometrik tuzilishini tavsiflaydi va sirtning butun shaklini tahlil qilishga imkon beradi. Bu xossalar sirtning topologik tuzilishi, geodezik chiziqlar va Eyler xarakteristikasi kabi tushunchalar bilan bog'liq bo'ladi.

Tekislikdagi ochiq doiraga gomeomorf to'plamni elementar soha deb ataymiz.

Ta'rif-1. Fazodagi F to'plam elementar sohaning topologik akslantirishdagi obrazi bo'lsa, uni elementar sirt deb ataymiz. Demak, F to'plam elementar sirt bo'lsa, $f: G \rightarrow F$ -topologik akslantirish mavjud bo'lishi kerak.



Bu yerda $G \subset \mathbb{R}^2$ elementar soha, F esa \mathbb{R}^3 dan keltirilgan topologiya yordamida topologik fazoga aylantirilgan. F elementar sirt bo'lsa, (f, G) juftlik F ni parametrlash usuli deyiladi.

Albatta G_1 boshqa elementar soha bo'lsa, G va G_1 o'zaro gomeomorf bo'ladi.

Demak, elementar sirt uchun cheksiz ko'p parametrlash usullari mavjuddir. Birorta to'planning elementar sirt ekanligini ko'rsatish uchun, uning birorta parametrlash usulini ko'rsatish kerak.

Agar F sirt (f, G) parametrlash usuli bilan berilib, $(u, v) \in G$ uchun $f(u, v)$ nuqtaning koordinatalari $x(u, v)y(u, v)z(u, v)$ lar bo'lsa

$$\begin{cases} x = x(u, v) \\ y = y(u, v) \\ z = z(u, v) \end{cases} \quad (1)$$

sistema F sirtning parametrik tenglamalari sistemasi deyiladi.

Ta'rif-2. Fazodagi bog'lanishli F to'plamga tegishli har bir nuqtaning birorta atrofida F elementar sirtga aylansa, F sodda sirt deyiladi.

Ikkinchi ta'rifga izoh beramiz, demak, F sodda sirt bo'lishi uchun unga tegishli har bir $r \in F$ nuqta uchun shunday $U(r)$ atrof (\mathbb{R}^3 da) mavjud bo'lib, kesishma $U(r) \cap F$ elementar sirt bo'lishi kerak.

Keyinchalik kurs davomida sirt deganda elementar yoki sodda sirtni tushunamiz.

Misollar.

1) Har qanday tekislik elementar sirtidir, chunki tekislik doiraga gomeomorfdir.

Agar $M(x_0, y_0, z_0)$ tekislik nuqtasi, \vec{a} va \vec{b} vektorlar tekislikka parallel bo'lsa, uni

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{a}u + \vec{b}v, \quad -\infty < u < +\infty, \quad -\infty < v < +\infty$$

ko'rinishida parametrlash mumkin. Bu yerda $\vec{r}_0 = \{x_0, y_0, z_0\}$ - M nuqtaning radius vektoridir.



Xulosa qilib aytganda mazkur maqolada differensial geometriyaning muhim tushunchalaridan biri bo'lgan sirtlar va ularning egriliklari nazariy jihatdan o'rganildi. Ish jarayonida sirt tushunchasi, sirtlarning berilish usullari hamda ularning geometrik xossalari tahlil qilindi. Sirtlarni parametrik, oshkormas va vektor ko'rinishlarda berilish usullari ko'rib chiqildi hamda ularning matematik ifodalanishi tushuntirildi. Maqolada sirtning lokal xossalari, xususan bosh egriliklar, o'rta egrilik va to'la egrilik tushunchalari batafsil yoritildi. Bosh egriliklarning sirtning ma'lum bir nuqtasidagi geometrik holatini aniqlashda muhim ahamiyatga ega ekanligi ko'rsatib berildi. Shuningdek, sirtning o'rta egriligi va Gauss egriligi formulalari orqali sirtning fazodagi egilish darajasi aniqlanishi mumkinligi tushuntirildi.

Umuman olganda, sirtlarning lokal va global egriliklarini o'rganish differensial geometriyaning muhim yo'nalishlaridan biri hisoblanadi. Bu nazariya nafaqat matematikada, balki fizika, mexanika, arxitektura hamda zamonaviy kompyuter grafikasi sohalarida ham keng qo'llaniladi. Shu sababli sirtlarning egriliklarini chuqur o'rganish ilmiy va amaliy jihatdan katta ahamiyatga ega.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Александров А.Д., Нецветаев Н.Ю. **Геометрия.** – Москва: Наука, 1990.
2. Погорелов А.В. **Дифференциальная геометрия.** – Москва: Наука, 1974.
3. Нарманов А.Я. **Дифференциал геометрия.** – Тошкент: Университет, 2003.
4. Собиров М.А., Юсупов А.Е. **Дифференциал геометрия курси.** – Тошкент: Ўқитувчи, 1965.
5. Бакельман И.Я., Вернер А.Л., Кантор Б.Е. **Введение в дифференциальную геометрию в целом.** – Москва: Наука, 1973.
6. Сборник задач по дифференциальной геометрии / Под ред. Феденко А.С. – Москва, 1979.
7. Нарманов А.Я. ва бошқалар. **Умумий топологиядан машқ ва масалалар тўплами.** – Тошкент: Университет, 1996.
8. O'zbekiston Respublikasi Prezidenti Sh.M. Mirziyoyev. **Yangi O'zbekiston strategiyasi.** – Toshkent, 2021.