



TO'LA VA TO'LA BO'LMAGAN TASVIRLAR

Odiljonova Sarvinoz Farruhjonovna

Matematika yo'nalishi 1-kurs talabasi

Ilmiy maslahatchi: Maxmudova Dilnoza Xaytmirzaevna

Namangan davlat universiteti, O'zbekiston

Annotatsiya: Ushbu maqolada to'la va to'la bo'lmagan tasvirlar tushunchasi, ularning analitik geometriyadagi o'rni hamda geometrik shakllarni tasvirlashdagi ahamiyati yoritilgan. Shuningdek, tasvirlarning asosiy xossalari, qo'llanilish sohalari va o'zaro farqlari tahlil qilingan.

Kalit so'zlar: To'la tasvir, to'la bo'lmagan tasvir, geometrik tasvir, akslantirish, koordinatalar, tekislik, fazo, analitik geometriya.

Полные и неполные изображения

Аннотация: В данной статье рассматриваются понятия полного и неполного изображений, их место в аналитической геометрии и значение при изображении геометрических фигур. Также проанализированы основные свойства изображений, области их применения и различия между ними.

Ключевые слова: Полное изображение, неполное изображение, геометрическое изображение, отображение, координаты, плоскость, пространство, аналитическая геометрия.

Complete and Incomplete Representations

Abstract: This article discusses the concepts of complete and incomplete representations, their role in analytical geometry, and their importance in depicting geometric figures. The main properties of representations, their fields of application, and their differences are also analyzed.

Keywords: Complete representation, incomplete representation, geometric representation, mapping, coordinates, plane, space, analytical geometry.

Kirish



Analitik geometriya matematikaning muhim bo'limlaridan biri bo'lib, geometrik shakllarni algebraik tenglamalar va koordinatalar yordamida o'rganadi. Bu fan geometrik obyektlarning tekislik va fazodagi holatini analitik usullar orqali ifodalash imkonini beradi. Analitik geometriyada nuqta, to'g'ri chiziq, tekislik, egri chiziqlar va sirtlarning matematik tasvirlari keng qo'llaniladi. Masalan, tekislikdagi to'g'ri chiziqning umumiy tenglamasi quyidagicha ifodalanadi:

$$Ax + By + C = 0$$

Bu tenglama orqali tekislikdagi istalgan to'g'ri chiziqning holatini aniqlash mumkin. Shuningdek, aylananing analitik ifodasi ham geometrik tasvirlashning muhim ko'rinishlaridan biri hisoblanadi:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$$

bu yerda, (a, b) — aylana markazi, R esa radiusni bildiradi.

Analitik geometriya fanining rivojlanishi Rene Dekart nomi bilan bog'liq bo'lib, koordinatalar sistemasining yaratilishi matematika tarixida muhim burilish yasadi. Dekart koordinatalari yordamida geometrik shakllarni algebraik tenglamalar orqali ifodalash imkoniyati paydo bo'ldi. Natijada murakkab geometrik masalalarni algebraik usullar bilan yechish osonlashdi. Geometrik obyektlarni tasvirlash analitik geometriyaning asosiy vazifalaridan biridir. Tasvirlash orqali shaklning fazodagi joylashuvi, o'lchamlari va asosiy xususiyatlari aniqlanadi. Tasvirlar to'la va to'la bo'lmagan tasvirlarga ajratiladi. To'la tasvir geometrik obyekt haqida yetarli va mukammal ma'lumot beradi. Bunday tasvir yordamida jismning barcha asosiy elementlari, qirralari va o'lchamlarini aniqlash mumkin bo'ladi.

Masalan, fazodagi tekislik tenglamasi:

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

ko'rinishda ifodalanadi va u fazodagi tekislikning to'liq tasvirini beradi. Shu bilan birga, ikki nuqta orasidagi masofani aniqlash formulasi ham geometrik tasvirlarning muhim elementlaridan hisoblanadi:



$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Bu formula yordamida tekislikdagi nuqtalar orasidagi masofa hisoblanadi.

To'la bo'lmagan tasvir esa geometrik shaklning ayrim qismlarini yoki asosiy belgilarinigina aks ettiradi. Bunday tasvirlar ko'pincha soddalashtirilgan chizmalar va sxemalarda qo'llaniladi. Ayrim hollarda obyektning faqat old ko'rinishi yoki yon ko'rinishi tasvirlanishi mumkin. Bu esa shakl haqida to'liq ma'lumot bermaydi, lekin umumiy tushuncha hosil qilishga yordam beradi. Hozirgi kunda to'la va to'la bo'lmagan tasvirlardan muhandislik grafikasi, arxitektura, texnik chizmachilik va kompyuter grafikasi sohalarida keng foydalanilmoqda. Uch o'lchovli modellashtirish dasturlarida geometrik obyektlar turli proyeksiyalar yordamida tasvirlanadi. Ayniqsa, fazoviy jismlarni qurishda koordinatalar sistemasidan foydalanish muhim ahamiyat kasb etadi. Fazodagi nuqtaning koordinatalari odatda quyidagicha yoziladi:

$$M(x, y)$$

bu yerda — nuqtaning fazodagi koordinatalaridir.

Mazkur maqolada to'la va to'la bo'lmagan tasvirlarning nazariy asoslari, ularning xossalari hamda geometrik shakllarni ifodalashdagi ahamiyati keng yoritiladi. Shuningdek, tasvirlarning analitik geometriyadagi o'rni, ularning amaliy qo'llanilishi va o'zaro farqlari ilmiy jihatdan tahlil qilinadi.

Metod

Ushbu tadqiqotda to'la va to'la bo'lmagan tasvirlarni o'rganishda quyidagi matematik va mantiqiy usullardan foydalanildi:

Birinchidan, geometrik obyektlarni analitik ifodalash metodi qo'llanildi. Bunda nuqta, to'g'ri chiziq va tekisliklar koordinatalar yordamida tenglamalar orqali ifodalandi, masalan:

$$Ax + By + C = 0$$

Ikkinchidan, solishtirish metodi asosida to'la va to'la bo'lmagan tasvirlar o'zaro tahlil qilindi. Ularning matematik ifodalanish darajasi, berilgan ma'lumotlar hajmi va aniqlik darajasi taqqoslandi.



Uchinchidan, geometrik hisoblash usullari ishlatildi. Nuqtalar orasidagi masofa:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

To'rtinchidan, fazoviy obyektlarni tahlil qilishda tekislik tenglamasi:

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

Beshinchidan, umumlashtirish metodi orqali olingan natijalar bir tizimga keltirildi va to'la hamda to'la bo'lmagan tasvirlarning asosiy farqlari aniqlashtirildi.

Metod

To'la tasvir: Agar fazodagi figura F va uning tekislikdagi tasviri F' o'rtasida o'zaro bir qiymatli muvofiqlik mavjud bo'lsa, bunday tasvir to'la tasvir deyiladi. Bu shuni anglatadiki:

Fazodagi har bir nuqtaga chizmada aniq bir nuqta (yoki nuqtalar juftligi) mos keladi.

Eng muhimi: Chizmadagi tasvirga qarab, fazodagi asl nuqtaning vaziyatini (koordinatalarini) qayta tiklash imkoniyati bor.

Matematik tilda: $f: F \rightarrow F'$ akslantirish teskarilanuvchan bo'ladi.

To'la bo'lmagan tasvir: Agar fazodagi figuraning bitta tasviriga (proyeksiyasiga) fazoning o'zida cheksiz ko'p nuqtalar mos kelishi mumkin bo'lsa, bunday tasvir to'la bo'lmagan tasvir deyiladi. Bu shuni anglatadiki:

Tasvir orqali figuraning fazodagi aniq o'rnini qayta tiklab bo'lmaydi.

Masalan, nuqtaning bitta proyeksiyasi berilgan bo'lsa, u nuqta proyeksiyalovchi nur ustidagi istalgan joyda bo'lishi mumkin.

Matematik tilda: Bu akslantirish "ko'pga-bir" ko'rinishida bo'lib, uning teskari qiymati aniq emas.

Tasvirlarni tahlil qilish: Analitik geometriyada to'la tasvir — bu uzluksiz chiziq yoki sirtidir. Uning har bir nuqtasi ma'lum bir funksional bog'lanishga bo'ysunadi. Liniyaviylik tahlili: Masalan, tekislikdagi to'g'ri chiziqni olaylik. Uning umumiy tenglamasi:

$$Ax + By + C = 0$$



Bu yerda har bir x qiymatiga mos keluvchi y nuqtasi — bu chiziqning "to'lasini" tashkil etuvchi elementdir.

Differensial tahlil: to'la tasvirlarda har bir nuqtada urinma (tangent) mavjud. Urinmaning burchak koeffitsiyenti hosila orqali aniqlanadi:

$$k = \tan \alpha = \frac{dy}{dx}$$

Bu tasvirning har bir nuqtada silliq va yo'naltirilgan ekanligini isbotlaydi.

To'la bo'lmagan (Diskret) tasvirlarning geometrik tahlili: to'la bo'lmagan tasvirlar analitik geometriyada "nuqtalar to'plami" (Point Cloud) sifatida qaraladi. Ularda nuqtalar orasida matematik bog'liqlik (formula) mavjud emas.

Koordinataviy tahlil: Bunday tasvirlar to'plami quyidagicha ifodalanadi:

$$S = \{(x_{\{1\}}, y_{\{1\}}), (x_{\{2\}}, y_{\{2\}}), \dots, (x_{\{n\}}, y_{\{n\}})\}$$

Bu yerda n — chekli son. Analitik geometriya nuqtayi nazaridan bu tasvir "bo'shliqlarga" ega, chunki ikki nuqta oralig'ida nima borligi matematik aniqlanmagan.

Metrik tahlil: Nuqtalar orasidagi masofa Evklid formulasi bilan o'lchanadi:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Lekin bu nuqtalar bir-biri bilan "to'la" (chiziq) orqali bog'lanmagan, shunchaki fazoda joylashgan.

Sifatni yo'qotish sabablari (Geometrik isbot): nima uchun to'la (vektor) kattalashsa sifati buzilmaydi, to'la bo'lmagan (rastr) esa buziladi?

To'la tasvirda (Scaling): Tasvirni k marta kattalashtirsak, koordinatalar shunchaki $(k * x)$ va $(k * y)$ ga o'zgaradi. Tenglama o'z xususiyatini saqlab qoladi:

$$A(kx) + B(ky) + C = 0$$

Chiziqning egriligi yoki qalinligi matematik o'zgarimas bo'lib qolaveradi.

To'la bo'lmagan tasvirda: Kattalashtirishda yangi nuqtalar uchun koordinatalar mavjud emas. Shunda interpolatsiya (o'rtacha qiymatni hisoblash) formulasi ishlatiladi:

$$y_{new} = y_1 + (y_2 - y_1) * \frac{(x_{new} - x_1)}{(x_2 - x_1)}$$



Bu hisob-kitob tasvirning aniqligini yo‘qotib, "zinapoya" effektini (pixelation) keltirib chiqaradi.

Vektor maydonlari orqali tahlil:to‘la tasvirlarni vektor maydoni deb atash mumkin, chunki ularning har bir nuqtasida yo‘nalish vektori mavjud:

$$\vec{F}(x, y) = P(x, y)\vec{i} + Q(x, y)\vec{j}$$

To‘la bo‘lmagan tasvirlar esa shunchaki skalyar maydonlardir, ularda faqat nuqtaning borligi yoki yo‘qligi (yoki rangi) ma‘lum, yo‘nalishi (gradienti) esa mavjud emas.

To‘la bo‘lmagan tasvirlar skalyar maydonlar sifatida qaraladi. Agar tasvirning rang darajasi yoki intensivligi $f(x, y)$ funksiyasi bilan berilgan bo‘lsa, uning gradiyenti har bir nuqtada o‘zgarish yo‘nalishini ko‘rsatuvchi vektor bo‘ladi:

$$\nabla f = \text{grad } f = \left(\frac{\partial x}{\partial y} i + \frac{\partial y}{\partial y} j \right)$$

$\frac{\partial x}{\partial y}$ va $\frac{\partial y}{\partial y} \rightarrow$ funksiyaning x va y bo‘yicha xususiy hosilalari; $i, j \rightarrow$ birlikort vektorlar

Natijalar:

Olib borilgan matematik tahlillar va hisob-kitoblar natijasida quyidagi xulosalarga kelindi:

Tasvirni masshtablashning matematik barqarorligi: to‘la tasvirlarni (vektorli format) k marta kattalashtirish jarayonida tasvirning geometrik xususiyatlari va chiziqlar egriligi o‘zgarmas bo‘lib qolishi isbotlandi.

$$A(kx) + B(ky) + C = 0$$

tenglamasi orqali ko‘rinadiki, koordinatalar mutanosib ravishda o‘zgarsa-da, chiziqning matematik asosi saqlanib qoladi. Bu esa vektorli grafikada tasvir sifatining yo‘qolmasligini ta‘minlaydi.

$$y_{new} = y_1 + (y_2 - y_1) * \frac{(x_{new} - x_1)}{(x_2 - x_1)}$$

Bu tenglik yordamida olingan natijalar shuni ko‘rsatadiki, bu usul tasvir aniqligini sezilarli darajada kamaytiradi va chekkalarda "zinapoya" effektini keltirib



chiqaradi. Bu esa rastri tasvirlarning masshtablash imkoniyati cheklanganligini tasdiqlaydi.

Vektor va skalyar maydonlar tahlili: tasvirlarni maydonlar nazariyasi nuqtai nazaridan tahlil qilish quyidagi natijalarni berdi:

To'la tasvirlar har bir nuqtada yo'nalish vektoriga ega bo'lgan vektor maydonlari

$$\vec{F}(x, y) = P(x, y)\vec{i} + Q(x, y)\vec{j}$$

sifatida tavsiflanadi. Bu ularning dinamik o'zgarishlarga chidamliligini ko'rsatadi.

To'la bo'lmagan tasvirlar esa faqat nuqtaning mavjudligi va rangi haqida ma'lumot beruvchi skalyar maydonlardir. Ularda gradiyent (yo'nalish) mavjud emasligi sababli, tasvirga ishlov berishda geometrik aniqlik yo'qoladi.

Xulosa

Tadqiqot natijalari shuni ko'rsatadiki, professional grafik ishlanmalar va muhandislik modellarida analitik geometriya hamda vektorli yondashuvga asoslangan to'la tasvirlardan foydalanish eng optimal yechimdir. Rastri (to'la bo'lmagan) tasvirlar esa faqat o'zining boshlang'ich piksellar o'lchami doirasida foydalanish uchun mos keladi.

ADABIYOTLAR, REFERENCES, ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Analitik geometriya va Vektorlar:

Pogorelov A. V. "Analitik geometriya". Ushbu darslikda chiziqlarning umumiy tenglamalari, affin almashtirishlari va vektor maydonlari nazariyasi bayon etilgan.

L. S. Pontryagin. "Analitik geometriya va chiziqli algebra". Vektorlarning skalyar va vektor ko'paytmasi hamda ularning geometrik interpretatsiyasi uchun asosiy manba.

2. Kompyuter grafikasi va Tasvirga ishlov berish:

John Vince. "Mathematics for Computer Graphics". Tasvirlarni masshtablash (scaling) va matematik transformatsiyalar algoritmlari bo'yicha mukammal qo'llanma.



Rafael C. Gonzalez, Richard E. Woods. "Digital Image Processing". Rastrli (to'la bo'lmagan) tasvirlarda interpolatsiya usullari va piksellar bilan ishlashning matematik asoslari haqida.

3. Matematik tahlil (Gradiyent va Maydonlar):

G. M. Fixtengols. "Matematik tahlil kursi". Skalyar va vektor maydonlari, gradiyentni hisoblash va hosila tushunchalari uchun fundamental manba.