



**PARABOLA VA TO'G'RI CHIZIQ ORASIDAGI ENG QISQA  
MASOFANI ANIQLASH**

***Rohataliyeva Ruxsora Husniddin qizi***

*Namangan davlat pedagogika instituti Amaliy matematika yo'nalishi 2-  
bosqich talabasi*

[rohataliyeveruxsora@gmail.com](mailto:rohataliyeveruxsora@gmail.com)

**ANNOTATSIYA:** *Ushbu maqolada parabola va to'g'ri chiziq orasidagi eng qisqa masofani toppish muammosi umumiy holda ko'rib chiqilgan. Bugungi kunda maktab matematika o'qituvchilarida "bu eng qisqa masofa funksiya grafigiga o'tkazilgan urinma berilgan to'g'ri chiziqqa parallel bo'lganda hosil bo'ladi" degan qarash mavjud. Bu qarashni to'g'ri yoki noto'g'ri ekanligi ushbu maqolada ko'rib chiqiladi.*

**Kalit so'zlar:** *parabola, to'g'ri chiziq, eng qisqa masofa, urinma, hosila.*

**DETERMINING THE SHORTEST DISTANCE BETWEEN A  
PARABOLA AND A STRAIGHT LINE**

***Rohataliyeva Ruxsora Husniddin qizi***

*Student of the 2nd stage, Applied Mathematics direction, Namangan State  
Pedagogical Institute*

[rohataliyeveruxsora@gmail.com](mailto:rohataliyeveruxsora@gmail.com)

**ABSTRACT:** *This article examines the problem of finding the shortest distance between a parabola and a straight line in the general case. Today, among school mathematics teachers, there is a prevailing view that "this shortest distance is formed when a tangent is drawn to the graph of the function parallel to the given straight line." The article investigates whether this view is correct or incorrect.*

**Keywords:** *parabola, straight line, shortest distance, tangent, derivative.*

**KIRISH**

Umumiy holda tekislikda biror bir funksiya va to'g'ri chiziq orasidagi eng qisqa masofa topish masalasi dolzarb hisoblanadi. Ma'lumki, agar to'g'ri chiziq va funksiya grafigi kesishsa, bu masofa 0 ga teng bo'ladi. Ushbu maqolada biz bu eng qisqa masofani ikki nuqta orasidagi masofani minimal bo'lgan vaziyatni hosila yordamida topamiz.

### ADABIYOTLAR TAHLILI VA METODOLOGIYA

Biz  $y = ax^2 + bx + c$  parabola va  $y = kx + l$  to'g'ri chiziq orasidagi eng kichik masofani aniqlaymiz. Buning uchun paraboladan  $M_1(x_1, y_1)$  nuqtani, to'g'ri chiziqdan esa  $M(x_2, y_2)$  nuqtani tanlab olamiz. Ma'lumki,  $M_1M_2$  masofa quyidagi formula orqali topiladi:

$$M_1M_2 = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}. \quad (1)$$

$y_1 = ax_1^2 + bx_1 + c$  va  $y_2 = kx_2 + l$  bo'ladi. Bularni (1) formulaga olib borsak:

$$\rho(x_1, x_2) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (ax_1^2 + bx_1 + c - kx_2 - l)^2}.$$

funksiyaga kelimiz.  $\rho(x_1, x_2)$  funksiya eng kichik qiymatni qabul qilishi uchun quyidagi

$$d(x_1, x_2) = (x_1 - x_2)^2 + (ax_1^2 + bx_1 + c - kx_2 - l)^2 \quad (2)$$

Endi shu ikki o'zgaruvchili funksiyasining eng kichik qiymatini topamiz. Bu metod haqida matematik analizga oid [1] darslikda batafsil tanishimiz mumkin. Bir o'zgaruvchili bo'lgan hollarda eng kichik qiymatni topish bo'yicha [2] maqolaa ma'lumotlar keltirilgan. Bizning holatda yuqoridagi funksiyadan ikkala o'zgaruvchisi bo'yicha xususiy hosilalarni olamiz:

$$\begin{aligned} & (d(x_1, x_2))'_{x_1} \\ &= 2(x_1 - x_2) \\ &+ 2(2ax_1 + b)(ax_1^2 + bx_1 + c - kx_2 - l), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & (d(x_1, x_2))'_{x_2} \\ &= -2(x_1 - x_2) \\ &- 2k(ax_1^2 + bx_1 + c - kx_2 - l). \end{aligned} \quad (4)$$

ushbu ifodaga belgilash kiritib olamiz:

$$ax_1^2 + bx_1 + c - kx_2 - l = T. \quad (5)$$

Endi xususiy hosilalarni 0 ga tenglab, quyidagi tenglamalar sistemasiga kelamiz:

$$\begin{cases} 2(x_1 - x_2) + 2(2ax_1 + b)T = 0 \\ -2(x_1 - x_2) - 2kT = 0 \end{cases} \quad (6)$$

$$\quad (7)$$

Ikkala tenglikdan  $x_1 - x_2$  ifodani topib tenglab,  $x_1$  va  $x_2$  ning qiymatlarini topib olamiz:

$$(x_1 - x_2) = -(2ax_1 + b)T, \quad (x_1 - x_2) = -kT \Rightarrow -(2ax_1 + b)T = kT$$

$$1)T = 0; \text{ (bu xususiy holat ya'ni } y_1 = y_2 \text{ bo'ladi)}$$

$$2) x_1 = \frac{k-b}{2a};$$

$$x_{2.1} = (2aT + 1)\left(\frac{k-b}{2a}\right) + Tb \quad (6) \text{ ga ko'ra}$$

Soddalashtiramiz:

$$x_{2.1} = T(k-b) + \frac{k-b}{2a} + Tb = Tk + \frac{k-b}{2a} = (ax_1^2 + bx_1 + c - kx_{2.1} -$$

$$l)k + \frac{k-b}{2a} = ak\left(\frac{k-b}{2a}\right)^2 + bk\left(\frac{k-b}{2a}\right) + ck - k^2x_{2.1} - lk + \frac{k-b}{2a} \Rightarrow$$

$$x_{2.1} = \frac{1}{1+k^2} \left( ak\left(\frac{k-b}{2a}\right)^2 + bk\left(\frac{k-b}{2a}\right) + ck - lk + \frac{k-b}{2a} \right)$$

$$x_{2.1} = \frac{1}{1+k^2} \left( \frac{k-b}{2a} + \frac{k(k-b)^2}{2a} + \frac{bk^2 - b^2k}{2a} + ck - lk \right)$$

$$3) x_{2.2} = \left(\frac{k-b}{2a}\right) + Tk \quad (7) \text{ ga ko'ra}$$

Soddalashtiramiz:

$$x_{2.2} = \left(\frac{k-b}{2a}\right) + (ax_1^2 + bx_1 + c - kx_{2.2} - l)k = \left(\frac{k-b}{2a}\right) + ak\left(\frac{k-b}{2a}\right)^2 +$$

$$bk\left(\frac{k-b}{2a}\right) + ck - k^2x_{2.2} - lk \Rightarrow$$

$$x_{2.2} = \frac{1}{1+k^2} \left( \frac{k-b}{2a} + ak\left(\frac{k-b}{2a}\right)^2 + bk\left(\frac{k-b}{2a}\right) + ck - lk \right) \text{ demak } (x_{2.1} = x_{2.2} =$$

$x_2)$

Bundan ko'rishimiz mumkinki, ikkala xususiy hosilalarda ham  $x_1$  va  $x_2$  qiymatlari teng ekan.



Endi navbat bilan  $M_1M_2$  masofa qiymati qaysi holatda minimal bo'lishini topamiz.

Avval xususiy holatni ko'ramiz:

$T = 0$  ekanidan  $y_1 = y_2$  tenglikni ko'rish mumkin, demak biz izlayotgan  $M_1M_2$  masofa quyidagi ko'rinishga keladi:

$$M_1M_2 = \sqrt{(x_1 - x_2)^2}$$

va quyidagi funksiya hosil bo'ladi:

$$d(x_1, x_2) = (x_1 - x_2)$$

Bu ikki o'zgaruvchili funksiya hosila olgandan so'ng 0 ga tenglab, minimal qiymatini topamiz:

$$(d(x_1, x_2))'_{x_1} = 1;$$

$$(d(x_1, x_2))'_{x_2} = -1; \quad \text{demak hosilalari 0 ga teng emas, bundan kelib}$$

chiqadiki, har doim

$y_1 \neq y_2$ . Agar bunday holat kuzatilsa, parabola va to'g'ri chiziq kesishib qoladi va ular orasidagi eng kichik masofa 0 ga teng bo'ladi.

Masalan,  $y = x^2 + 3$  parabola va  $y = 3$  to'g'ri chiziq berilgan bo'lsin. (Grafik)

Ular orasidagi eng qisqa masofa 0 ga tengligini ular umumiy nuqtaga ega ekanligidan ko'rishimiz ham mumkin.

Endi navbatdagi yechimni tekshiramiz:

$$x_1 = \frac{k-b}{2a} \quad x_2 = \frac{1}{1+k^2} \left( \frac{k-b}{2a} + \frac{k(k-b)^2}{2a} + \frac{bk^2 - b^2k}{2a} + ck - lk \right)$$

Bu ifodalarni (2) tenglik o'rniga qo'yamiz:





$$d(x_1, x_2) = \left( \left( \frac{k-b}{2a} \right) - \frac{1}{1+k^2} \left( \frac{k-b}{2a} + \frac{k(k-b)^2}{2a} + \frac{bk^2 - b^2k}{2a} + ck - lk \right) \right)^2 + \left( a \left( \frac{k-b}{2a} \right)^2 + b \left( \frac{k-b}{2a} \right) + c - \frac{k}{1+k^2} \left( \frac{k-b}{2a} + \frac{k(k-b)^2}{2a} + \frac{bk^2 - b^2k}{2a} + ck - lk \right) - l \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Bularni formula ko‘rinishida yozamiz:

$$M_1 M_2 =$$

$$= \left( \left( \frac{k-b}{2a} \right) - \frac{1}{1+k^2} \left( \frac{k-b}{2a} + \frac{k(k-b)^2}{2a} + \frac{bk^2 - b^2k}{2a} + ck - lk \right) \right)^2 + \left( a \left( \frac{k-b}{2a} \right)^2 + b \left( \frac{k-b}{2a} \right) + c - \frac{k}{1+k^2} \left( \frac{k-b}{2a} + \frac{k(k-b)^2}{2a} + \frac{bk^2 - b^2k}{2a} + ck - lk \right) \right)^2$$

Biz izlayotgan  $y = ax^2 + bx + c$  parabola va  $y = kx + l$  to‘g‘ri chiziq orasidagi eng kichik masofa

yuqoridagi formula asosida topilar ekan.

### NATIJALAR

Endi “  $y = ax^2 + bx + c$  parabola va  $y = kx + l$  to‘g‘ri chiziq orasidagi eng qisqa masofani topish uchun, paraboladagi  $M_1(x_1, y_1)$  nuqtadan o‘tuvchi va yuqoridagi to‘g‘ri chiziqqa parallel to‘g‘ri chiziq parabolaga urinma bo‘ladi va shu ikki parallel to‘g‘ri chiziq orasidagi eng qisqa masofa topiladi ” degan fikrning to‘g‘ri yoki noto‘g‘ri ekanligini tekshiramiz.

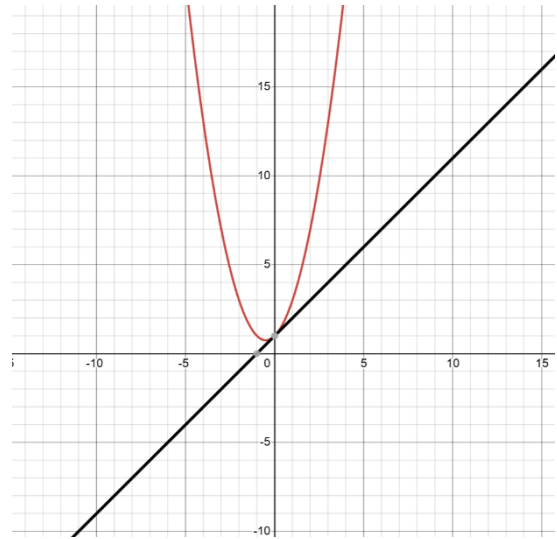


$y = ax^2 + bx + c$  parabolaga  
 $M_1(x_1, y_1)$  nuqtasidan o'tkazilgan  $y = kx + l$   
to'g'ri chiziqqa parallel to'g'ri chiziq  
tenglamasini topaylik:

$$y'(x_1) = k \quad \text{ekanidan} \quad 2ax_1 + b = k$$
$$x_1 = \frac{k-b}{2a};$$

$$y_1 = a\left(\frac{k-b}{2a}\right)^2 + \frac{b(k-b)}{2a} + c \quad \text{kelib}$$

chiqadi.



$y = kx + p$  urinma  $M_1(x_1, y_1)$  nuqatadan o'tishi ma'lum ekanidan,  $p$  sonni  
topib olamiz:

$$y_1 = kx_1 + p,$$

$$a\left(\frac{k-b}{2a}\right)^2 + \frac{b(k-b)}{2a} + c = k\left(\frac{k-b}{2a}\right) + p \Rightarrow$$

$$p = a\left(\frac{k-b}{2a}\right)^2 + \frac{2bk - b^2 - k^2}{2a} + c$$

Urinma tenglamasi quyidagicha ekan:

$$y = kx + a\left(\frac{k-b}{2a}\right)^2 + \frac{2bk - b^2 - k^2}{2a} + c$$

Endi urinma va to'g'ri chiziq orasidagi masofa  $d$  ni topamiz:

$$d = \frac{\left| a\left(\frac{k-b}{2a}\right)^2 + \frac{2bk - b^2 - k^2}{2a} + c - l \right|}{\sqrt{2}k}$$

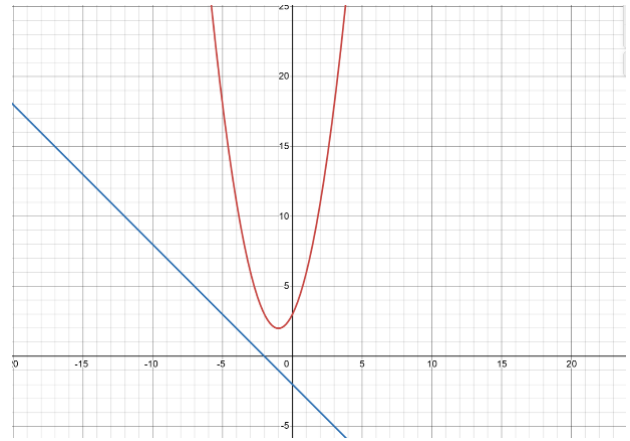
$M_1M_2$  va  $d$  masofalarni taqqoslashimiz uchun bir misolni tahlil qilamiz.

Misol.  $y = x^2 + 2x + 3$  parabola va  $y = -x - 2$  to'g'ri chiziq orasidagi  
eng qisqa masofani toping.

Demak,  $a = 1, b = 2, c = 3, k = -1, l = -2$  ekanligidan yuqoridagi  $M_1M_2$  va  $d$  ni masofalarni topish formulasiga qo'yib, qiymatlarni taqqoslaymiz.

Bunda,  $M_1M_2 = \frac{\sqrt{101}}{16}; d = \frac{11}{4\sqrt{2}}$  bo'lar ekan, bundan ko'rishimiz mumkinki,

$$M_1M_2 < d.$$



Demak,  $y = ax^2 + bx + c$  parabola va  $y = kx + l$  to'g'ri chiziq orasidagi eng kichik masofa so'ralganda, " $M_1M_2$  nuqtadan parabolaga o'tkazilgan urinma to'g'ri chiziqqa parallel bo'ladi va bu chiziqlar orasidagi masofa eng kichik bo'ladi" degan fikrni qo'llashimiz xato ekan. Eng kichik masofa :

$$M_1M_2 =$$

$$= \left( \left( \frac{k-b}{2a} \right) - \frac{1}{1+k^2} \left( \frac{k-b}{2a} + \frac{k(k-b)^2}{2a} + \frac{bk^2 - b^2k}{2a} + ck - lk \right) \right)^2 +$$

$$+ \left( a \left( \frac{k-b}{2a} \right)^2 + b \left( \frac{k-b}{2a} \right) + c - \frac{k}{1+k^2} \left( \frac{k-b}{2a} + \frac{k(k-b)^2}{2a} + \frac{bk^2 - b^2k}{2a} + ck - lk \right) \right)^2$$

ga teng bo'lar ekan.

### MUHOKAMA

Biz bu misollarda faqatgina parabola uchungina funksiya grafigi va to'g'ri chiziq orasidagi eng qisqa masofa topish muammosini ko'rib chiqdik. Ayrim hollarda maqoladagi dastlabki faraz to'g'ri bo'lib chiqishi mumkin. Ammo umumiy holda, ko'rish mumkinki, bu farazni qoida sifatida ishlatish mumkin emas.

### XULOSA

Ushbu maqolada funksiya grafigi va to'g'ri chiziq orasidai eng qisqa masofani topish usuli parabola misolida keltirildi. Bunda ikki nuqta orasidagi masofani topishda hosil bo'ladigan ikki o'zgaruvchili funksiyaning eng minimal qiymatini topish usulidan foydalanildi. Maqola natijasiga ko'ra "funksiya grafigi va to'g'ri chiziq orasidagi eng qisqa masofa funksiya grafigining berilgan to'g'ri chiziqqa parallel urinmasi orqali topiladi" degan farazning xato ekanligi ko'rsatildi.



Keyingi tadqiqotlarda bu eng qisqa masofa topishning boshqa metodlari ko'rib chiqilishi mumkin.

### **ADABIYOTLAR RO'YXATI**

1. Xudayberganov G. va boshqalar. (2010) *Matematik analizdan ma'ruzalar II*. Voris-nashriyot.
2. O'ktamaliyev I. (2025) Funksiya hosilasi yordamida ba'zi bir optimallashtirish masalalari. *Образование наука и инновационные идеи в мире*, 62(3), 300-308.
3. Hakimov, R. M. (2019). IMPROVEMENT OF ONE RESULT FOR THE POTTS MODEL ON THE CALEY TREE. *Scientific and Technical Journal of Namangan Institute of Engineering and Technology*, 1(6), 3-8.
4. Umirzaqova, K. O. (2020). PERIODIC GIBBS MEASURES FOR HARD-CORE MODEL. *Scientific Bulletin of Namangan State University*, 2(3), 67-73.
5. O'G, O. K. I. Q., O'G'Li, J. A. H., & O'G, H. T. X. D. (2024). FUNKSIONAL QATORNI HADLAB INTEGRALLASH VA DIFFERENSIALLASHDAN FOYDALANIB BA'ZI BIR SONLI QATORLAR YIG'INDISINI TOPISH METODLARI. *Science and innovation*, 3(Special Issue 57), 411-416.
6. O'G, O. K. I. Q., Qizi, N. M. S. N., & Qizi, A. M. O. A. (2024). TEYLOR QATORI YORDAMIDA BA'ZI BIR SONLI QATORLARNING YIG'INDISINI TOPISH USULLARI. *Science and innovation*, 3(Special Issue 57), 275-277.
7. Xo'jamqulov, R. (2024). Matematika fanini o'rganishda Maple platformasidan foydalanish imkoniyatlari va amaliy jihatlari. *Universal xalqaro ilmiy jurnal*, 1(12), 335-338.
8. Уктамалиев, И. К. (2022). О числе счётных моделей аддитивной теории натуральных чисел.
9. Уктамалиев, И. К. (2022). О предгеометриях конечно порожденных коммутативных полугрупп. In *МАЛЬЦЕВСКИЕ ЧТЕНИЯ* (pp. 166-166).