

MOSLANGAN MANBALI NOCHIZIQLI DEFOKUSLANGAN SHREDINGER TENGLAMASI UCHUN DUBROVIN TENGLAMALAR SISTEMASI

Muminov Ulug'bek

SamDU Differensial teglamalar kafedrası dotsenti (PhD),

Abduxamitova Guloyim

SamDU Differensial teglamalar kafedrası magistranti

Annotatsiya: Ushbu maqolada teskari spektral masalalar usulidan foydalangan holda cheksiz zonali davriy funksiyalar sinfida moslangan manbali nochiziqli Shredinger tenglamasini integrallashda qo'llaniladigan, moslangan manbali nochiziqli Shredinger tenglamasi uchun Dubrovin differensial tenglamalar sistemasi keltirib chiqarilgan.

Kalit so'zlar: Nochiziqli Shredinger tenglamasi, Dirak operatori, teskari spektral

masala, spektral berilganlar, Dubrovin tenglamalar sistemasi.

Ushbu ishda quyidagi

$$\left\{ \begin{array}{l} p_t = -q_{xx} + 2q(p^2 + q^2) + \alpha(t)(p^2(x_0, t) + q^2(x_0, t))p_x + \\ \quad + (\beta(t) + \gamma(t)(p^2(x_1, t) + q^2(x_1, t)))q - \\ \quad - \int_{-\infty}^{\infty} \delta(\lambda, t) s_1(\pi, \lambda, t) [\psi_1^+(x, \lambda, t) \psi_2^-(x, \lambda, t) + \psi_1^-(x, \lambda, t) \psi_2^+(x, \lambda, t)] d\lambda \\ q_t = p_{xx} - 2p(p^2 + q^2) + \alpha(t)(p^2(x_0, t) + q^2(x_0, t))q_x - \\ \quad - (\beta(t) + \gamma(t)(p^2(x_1, t) + q^2(x_1, t)))p + \\ \quad + \int_{-\infty}^{\infty} \delta(\lambda, t) s_1(\pi, \lambda, t) [\psi_1^+(x, \lambda, t) \psi_1^-(x, \lambda, t) - \psi_2^+(x, \lambda, t) \psi_2^-(x, \lambda, t)] d\lambda \end{array} \right. \quad (1)$$

ko'rinishdagi yuklangan hadli nochiziqli defokuslangan Shredinger tenglamasini

$$p(x, t)|_{t=0} = p_0(x), q(x, t)|_{t=0} = q_0(x), x_0, x_1, x \in R, t > 0, c = const \quad (2)$$

boshlang'ich shartlarini qanoatlantiruvchi $p(x, t), q(x, t)$ yechimini davriy cheksiz zonali funksiyalar sinfida topish masalasini qaraymiz. Bu yerda $p(x, t)$ va $q(x, t)$ lar ushbu

$$\begin{array}{l} p(x, t) \in C_x^2(t > 0) \cap C_t^1(t > 0) \cap C(t \geq 0), \\ q(x, t) \in C_x^2(t > 0) \cap C_t^1(t > 0) \cap C(t \geq 0) \end{array} \quad (3)$$

silliqlik shartlarini qanoatlantiruvchi x o'zgaruvchi bo'yicha π - davrli

funksiyalar.

(1) - (3) Koshi masalasining yechimini, quyidagi

$$L(\tau, t)y \equiv \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \frac{dy}{dx} + \begin{pmatrix} p(x+\tau, t) & q(x+\tau, t) \\ q(x+\tau, t) & -p(x+\tau, t) \end{pmatrix} y = \lambda y, \quad \tau \in R, t > 0, y = \begin{pmatrix} y_1(x) \\ y_2(x) \end{pmatrix}, \quad (4)$$

Dirak operatoriga qo'yilgan teskari spektral masala usulidan foydalanib topamiz. (4) tenglamalar sistemasiga qo'yilgan davriy va yarimdavriy $y(0, \lambda, \tau, t) = \pm y(\pi, \lambda, \tau, t)$ chegaraviy masalaning xos qiymatlarini $\lambda_n(\tau, t), n \in Z$ orqali, (4) tenglamaga qo'yilgan $y_1(0, \lambda, \tau, t) = 0, y_1(\pi, \lambda, \tau, t) = 0$ Dirixle chegaraviy masalaning xos qiymatlarini $\xi_n(\tau, t), n \in Z$ orqali, belgilaymiz. (1) tenglamadagi $\alpha(t), \beta(t), \gamma(t)$ lar berilgan uzluksiz chegaralangan funksiyalar, $\delta(\lambda, t)$ berilgan uzluksiz funksiya bo'lib

$\delta(\lambda, t) = O\left(\frac{1}{\lambda}\right), \lambda \rightarrow +\infty$ asimptotikani qanoatlantiradi.

$$\psi^\pm(x, \lambda, t) = (\psi_1^\pm(x, \lambda, t), \psi_2^\pm(x, \lambda, t))$$

Funksiyalar esa $(\psi^\pm(x, \lambda, t) = 1$ shart bilan normallangan), (4) Dirak tenglamalar sistemasining Floke yechimlari.

1-teorema. Aytaylik $\psi^\pm(x, \lambda, t), p(x, t), q(x, t), x \in R, t > 0$ funksiyalar (1) - (3) Koshi masalasining yechimlari bo'lsin. U holda (4) Dirak operatorining

$\{\lambda_n(\tau, t), \xi_n(\tau, t), \sigma_n(\tau, t) = \pm 1, n \in Z\}$ spektral berilganlari quyidagi Dubrovin differensial tenglamalar sistemasining analogini qanoatlantiradi:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \xi_n(\tau, t)}{\partial t} = 2(-1)^n \sigma_n(\tau, t) h_n(\xi) & \left\{ (p(\tau, t) + \xi_n(\tau, t))^2 + q_\tau(\tau, t) + q^2(\tau, t) \right. \\ & + \xi_n^2(\tau, t) - \alpha(t)(p(0, t) + \xi_n(\tau, t))[p^2(x_0, t) + q^2(x_0, t)] \\ & \left. + \frac{1}{2}[\beta(t) + \gamma(t)(p^2(x_1, t) + q^2(x_1, t))] \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\beta(\lambda, t) s_1(\pi, \lambda, t)}{\xi_n(\tau, t) - \lambda} d\lambda \right\}, \quad (5) \end{aligned}$$

$$\xi_n(\tau, t)|_{t=0} = \xi_n^0, \quad \sigma_n(\tau, t)|_{t=0} = \sigma_n^0, \quad n \in \mathbb{Z} \quad (6)$$

$$h_n(\xi) = \sqrt{(\xi_n - \lambda_{2n-1})(\lambda_{2n} - \xi_n)} \sqrt{\prod_{\substack{k=-\infty \\ k \neq n}}^{\infty} \frac{(\lambda_{2k-1} - \xi_n)(\lambda_{2k} - \xi_n)}{(\xi_k - \xi_n)^2}}$$

Bu yerda $\sigma_n(\tau, t) = \pm 1$ ishoralar $\xi_n(\tau, t)$ spektral parametr o'z lakunasi $[\lambda_{2n-1}, \lambda_{2n}]$ ning chetiga kelganda qarama-qarshisiga o'zgaradi.

Adabiyotlar ro'yxati:

1. Хасанов А.Б., Хасанов М.М. Интегрирование нелинейного уравнения Шредингера с дополнительным членом в классе периодических функций. -

ТМФ., 2019., т.199,№1,с.60-68.

2. Дубровин Б.А. Периодическая задача для уравнения Кортевега-де Фриза в классе конечнозонных потенциалов. - Функц. анализ и его прил. – Москва, 1975.т.9.вып.3. с.41-51.

3. Домрин А.В. О вещественно – аналогических решениях нелинейного уравнения Шрёдингера. - Тр. ММО, 2014, т.75, вып.2, 205-218.

4. Муминов У.Б., Хасанов А.Б. Задача Коши для дефокусирующего нелинейного уравнения Шредингера с нагруженным членом. - Математические Труды. 2022, т. 25, №1, с. 102-133.

5. Муминов У.Б., Интегрирование дефокусирующего нелинейного уравнения Шредингера с нагруженными и источником в классе периодических бесконечнозонных функций. Бюллетень Института математики 2022, Vol. 5, №5, стр. 176-183.