

4-O'LCHAMLI FAZODA NUQTALARNING KOLLINEARLIGINI TEKSHIRISH

No'monova Kamolaxon Abdug'opir qizi

Matematika yo'nalishi talabasi,

Andijon davlat pedagogika instituti

E-mail: nomonovakamola07@gmail.com

Annotatsiya: To'rt o'lchovli fazoda nuqtalarning geometrik xossalarini o'rganish zamonaviy matematika va fizikaning muhim sohalaridan biridir. To'rt o'lchovli fazoda kollinearlikni tekshirishning 3 xil usulini ko'rsatib o'tdim: vektorlar nisbati, determinant, skalar ko'paytma usullari. Har bir usulning hisoblash murakkabligi, sonli barqarorligi va amaliy qo'llanish sohaları aniqlandi. Determinant usuli eng universal va ishonchli usul sifatida tavsiya etilgan. Ushbu maqolada 4-o'lchovli fazoda berilgan nuqtalarning bir to'g'ri chiziqda yotishini tekshirishning turli usullari ko'rib chiqiladi.

Kalit so'zlar: abstrakt matematik fazo, kollinearlik, skalyar ko'effitsient, determinant usuli, vektorlar nisbati usuli, skalyar ko'paytma usuli, minor

ПРОВЕРКА КОЛЛИНЕАРНОСТИ ТОЧЕК В 4-МЕРНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Аннотация: Изучение геометрических свойств точек в четырехмерном пространстве — одна из важнейших областей современной математики и физики. Я показал 3 различных метода проверки коллинеарности в четырехмерном пространстве: векторное отношение, определитель, методы скалярного умножения. Были определены области вычислительной сложности, численной стабильности и практического применения каждого метода. Метод определителя рекомендуется как наиболее универсальный и надежный. В этой статье рассматриваются различные методы проверки того, лежат ли данные точки на одной прямой в 4-мерном пространстве.

Ключевые слова: абстрактное математическое пространство, коллинеарность, скалярный коэффициент, метод определителя, метод векторного отношения, метод скалярного произведения, малый.

CHECKING FOR COLLINEARITY OF POINTS IN 4-DIMENSIONAL SPACE

Annotation: The study of geometric properties of points in four-dimensional space is one of the most important areas of modern mathematics and physics. I showed 3 different ways to test for collinearity in four-dimensional space: vector ratios, determinant, and scalar multiplication methods. Areas of computational complexity,

numerical stability, and practical application of each method have been identified. The determinant method is recommended as the most universal and reliable method. This article discusses various methods for checking whether points given in 4-dimensional space lie on a single straight line.

Keywords: abstract mathematical space, collinearity, scalar coefficient, determinant method, vector ratio method, scalar product method, minor

Asosiy Tushunchalar

4-o'lchovli fazo

4-o'lchovli fazo har bir nuqta to'rtta koordinata bilan ifodalanadigan abstrakt matematik fazodir:

$$P = (x_1, x_2, x_3, x_4)$$

Kollinearlik

n-o'lchovli fazoda nuqtalar bir to'g'ri chiziqda yotadi (kollinear), agar ularning barchasi bir chiziqni ifodalovchi parametrik tenglamani qanoatlantirsa.

1. Tekshirish usullari

Vektorlar nisbati usuli

Matematik asos:

Ikki vektor $v = (v_1, v_2, v_3, v_4)$ va $u = (u_1, u_2, u_3, u_4)$ kollinear bo'lishi uchun:

$$\frac{u_1}{v_1} = \frac{u_2}{v_2} = \frac{u_3}{v_3} = \frac{u_4}{v_4} = t$$

bo'lishi kerak, bu yerda t – skalyar koeffitsient.

Algoritmi:

1. Agar nuqtalar soni $i \leq 2$ bo'lsa, ular har doim bir chiziqda
2. $v = P_2 - P_1$ vektorini hisoblang
3. Har bir qo'shimcha P_i nuqta uchun ($i \geq 3$):
 - $u = P_i - P_1$ vektorini hisoblang
 - v va u vektorlarning barcha komponentlari nisbati tengligini tekshiramiz
 - Agar barcha nisbatlar teng bo'lmasa, nuqtalar bir chiziqda emas.

Afzalliklari:

- Sodda va tushunarli
- Kam hisoblash talab qiladi

Kamchiliklari:

- Nolga bo'lish muammosi
- Sonli noaniqliklar

Determinant usuli

Matematik Asos:

Ikki vektor kollinear bo'lishi uchun ularning barcha 2×2 minor determinantlari nolga teng bo'lishi kerak.

4-o'lchovli fazoda 6 ta 2×2 minor mavjud:

$$D_{12} = \begin{vmatrix} v_1 & v_2 \\ u_1 & u_2 \end{vmatrix} = v_1 u_2 - v_2 u_1$$

$$D_{13} = \begin{vmatrix} v_1 & v_3 \\ u_1 & u_3 \end{vmatrix} = v_1 u_3 - v_3 u_1$$

$$D_{14} = \begin{vmatrix} v_1 & v_4 \\ u_1 & u_4 \end{vmatrix} = v_1 u_4 - v_4 u_1$$

$$D_{23} = \begin{vmatrix} v_2 & v_3 \\ u_2 & u_3 \end{vmatrix} = v_2 u_3 - v_3 u_2$$

$$D_{24} = \begin{vmatrix} v_2 & v_4 \\ u_2 & u_4 \end{vmatrix} = v_2 u_4 - v_4 u_2$$

$$D_{34} = \begin{vmatrix} v_3 & v_4 \\ u_3 & u_4 \end{vmatrix} = v_3 u_4 - v_4 u_3$$

Algoritm:

1. Agar nuqtalar soni ikkidan kichik yoki teng bo'lsa, True qaytar
2. $v = P_2 - P_1$ hisoblanadi
3. Har bir P_i uchun ($i \geq 3$):
 - $u = P_i - P_1$ hisoblanadi
 - Barcha 6 ta determinantni hisoblanadi
 - Agar biron biri nolga teng bo'lmasa, False qaytar

4. True qaytar

Afzalliklari:

- Sonli jihatdan barqaror
- Nolga bo'lish muammosi yo'q

Skalyar ko'paytma usuli

Matematik asos:

Ikki vektor kollinear bo'lishi uchun ularning vektor ko'paytmasi (4-o'lchovdagi umumlashtirilgan) nolga teng bo'lishi kerak.

Algoritm:

1. $v = P_2 - P_1$ hisobla
2. Har bir P_i uchun ($i \geq 3$):
 - $u = P_i - P_1$ hisobla
 - Quyidagi miqdorlarni hisobla:

$$K_1 = v_2 u_3 - v_3 u_2$$

$$K_2 = v_3 u_4 - v_4 u_3$$

$$K_3 = v_4 u_1 - v_1 u_4$$

$$K_4 = v_1 u_2 - v_2 u_1$$

- Agar barcha $K_i \approx 0$ bo'lmasa, False qaytar
3. True qaytar

2.

Qiyosiy tahlil

Usul hisoblash murakkabligi sonli barqarorlik kod soddaligi

Vektor nisbati $O(n)$ o'rtacha juda oddiy

Determinant $O(n)$ yuqori oddiy

Skalar ko'paytma $O(n)$ yuqori o'rtacha

3. Amaliy misollar

1. Bir chiziqda yotgan nuqtalar

$$A = (1, 2, 3, 4)$$

$$B = (2, 4, 6, 8) \quad v = (1, 2, 3, 4)$$

$$C = (3, 6, 9, 12) \quad u = (2, 4, 6, 8) = 2v$$

$$D = (0, 0, 0, 0) \quad u = (-1, -2, -3, -4) = -v$$

Tekshirish:

$$\cdot v = (1, 2, 3, 4)$$

$$\cdot u_1 = (2, 4, 6, 8) \rightarrow 2/1 = 4/2 = 6/3 = 8/4 = 2 \checkmark$$

$$\cdot u_2 = (-1, -2, -3, -4) \rightarrow -1/1 = -2/2 = -3/3 = -4/4 = -1 \checkmark$$

2. Bir chiziqda yotmagan nuqtalar

$$A = (1, 0, 0, 0)$$

$$B = (2, 0, 0, 0) \quad v = (1, 0, 0, 0)$$

$$C = (2, 1, 0, 0) \quad u = (1, 1, 0, 0)$$

Tekshirish:

$$\cdot v = (1, 0, 0, 0)$$

$$\cdot u = (1, 1, 0, 0)$$

$$\cdot 1/1 = 1, \text{ lekin } 1/0 \text{ aniqlanmagan} \rightarrow \text{kollinear emas}$$

4. Maxsus hollar

1. Nol vektor holati

Agar $P_1 = P_2$ bo'lsa, $v = (0, 0, 0, 0)$ bo'ladi. Bu holda:

· Agar barcha nuqtalar bir xil bo'lsa, ular bir chiziqda hisoblanadi

· Aks holda, bir chiziqda emas

2. Bir komponent nol holati

Agar vektorning biror komponenti nol bo'lsa, mos u komponenti ham nol bo'lishi kerak.

5. Ilovalar

1. Kompyuter grafika

4-o'lchovli fazodagi nuqtalar 3D grafika va animatsiyalarda homojen koordinatalar sifatida qo'llaniladi.

2. Fizika

Maxsus nisbiylik nazariyasida fazo-vaqt 4-o'lchovli manifold hisoblanadi.

3. Ma'lumotlar tahlili

Yuqori o'lchovli ma'lumotlarda chiziqli bog'liqlikni aniqlash.

4-O'lchovli fazoda nuqtalarning kollinearligini tekshirish quyidagi usullar bilan amalga oshiriladi:

1. Vektor nisbati usuli - oddiy dasturlar uchun
2. Determinant usuli - aniq hisoblash talab qilinganda
3. Skalar ko'paytma usuli - geometrik tushuncha aniq bo'lganda.

Amaliyotda vaziyatga qarab eng mos usulni tanlash maqsadga muvofiq. Determinant usuli ko'p hollarda eng ishonchli va universal usul hisoblanadi.

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yhati:

1. Strang, G. "Linear Algebra and Its Applications"
2. Schneider, P. J. "Geometric Tools for Computer Graphics"
3. Dunn, F. "3D Math Primer for Graphics and Game Development"