

ТАБИИЙ ФАНЛАРНИ О'QITISHDA МАТЕМАТИК СТАТИСТИКАНИ АҲАМИЙАТИ

Maxmudov Inomjon Nemadullayevich.

Sh.Rashidov nomidagi SamDU
akademik litseyi o'qituvchisi.

Maxmudov Faxriddin Nemadullayevich,

Safarova Mavluda Mustafoyevna.

Pastdarg'om tumani XTB o'qituvchilari.

Аннотасија. Ushbu maqolada bugungi kunning dolzarb biologik muammolarini fanlararo bog'lanishi sifatida matematikaning differensial tenglamalar sistemasi yordamida yechim topishini nazariy usuli ishlab chiqilgan. Maqolada bazi bir bakteriyalarning ko'payishi ularning bor bo'lgan miqdoriga proporsional ravishda bo'linish va shu vaqtdan boshlab zahar ishlab chiqarishi hamda ularni o'lishi bakteriyalarning soniga to'g'ri proporsional deb qaralgan. Shuningdek maqolada bakteriyalarning boshlang'ich soni (N) va maksimal qiymatlarini vaqtga bog'lanish grafigi keltirilgan.

Калит со'злар: бактерия, zahar, funksiya, to'g'ri proporsional, differensial tenglama, miqdor, giperbolik kosinus.

Анализ размножения бактерий с использованием дифференциальных уравнений

Аннотация. В данной статье разработан метод нахождения связи актуальных биологических проблем с помощью математических уравнений как меж предметная связь сегодняшнего дня. В статье также рассмотрен вопрос о размножении некоторых бактерий, их пропорциональное по отношению к количеству, выработки яда, которая пропорциональна числу погибших бактерий. В статье зависимость от времени начального и максимального значений бактерий рассмотрено с помощью графика.

Ключевые слова: бактерия, яд, функция, прямо пропорционально, дифференциальное уравнение, величина, гиперболический косинус.

Analysis of proliferation of bacteria using differential equations

Abstract. This article is worked out the theoretical method of finding actual to date biological problem of inter subjective relations through mathematical equations. As well analyze the problem of multiplication of some bacteriums, their proportional division to the quantity of generation of poison which is prorated to the number of dead bacteriums. Also there is a time diagram of unital number (N) and maximal quantity of bacteriums.

Keywords: bacterium, posison, function, directly proportional, differentialequation, quantity, hyperbolic cosine.

Bizga ma'lumki, bakteriologik (biologik) qurol – bu biologik vositalar bilan ta'minlangan maxsus jangovar aslahalar va ularni qo'llash uskunalaridir. Ular dushman tirik kuchlariga, qishloq xo'jalik hayvonlari va o'simliklariga ommaviy ravishda shikast etkazish, ba'zi hollarda esa qurol yarog', harbiy texnika, jihozlar qismlarini yaroqsiz holatga keltirish maqsadida qo'llaniladi. Anaerob va aerob bakteriyalarni ko'payish usullari har xil. Aeroblarni ko'payishi uchun kislorod zarur. Anaeroblarni ko'payishi uchun kislorodsiz muhitni yaratish zarur. Bakteriyalarni ko'payishi odatda $36...40^{\circ}S$ da $rN = 7...7,5$ muhitda amalga oshiriladi[1].

Dolzarb masala.(Bakteriyalarning bo'linishi)

Ba'zi bir bakteriyalar o'zining miqdori (massa, molekulalar soni yoki hajm) ga proporsional ravishda ko'payadi. Bakteriyalar soni (N) yoki ularning og'irligi (P), hajmi (V) ham k -ko'payish koeffitsientiga to'g'ri proporsional bo'lsin. Bakteriyalarning ko'payishiga qarshilik qiluvchi, ularni o'ldiruvchi (qirib tashlovchi) ta'sirlarni ifodalovchi N ga proporsional bo'lgan koeffitsient k_1 bo'lsin. Bakteriyalarning dastlabki soni N , uning eng katta M qiymatgacha o'sishini, so'ngra dastlabki soni N qiymatgacha kamayishni vaqt t ga bog'liq nazariy formula hosil qilinsin. Bakteriyalarni ko'payishpaytidan boshlab, zahar ishlab chiqishi ma'lum

bo'lsa, zahar ishlab chiqarish ham N ga to'g'ri proporsional bo'lib, k_2 bilan belgilansin [2].

Yechish. Zahar miqdori x orqali belgilab, masala shartiga ko'ra quyidagicha differensial tenglamalar sistemasini tuzamiz.

$$\begin{cases} \frac{dN}{dt} = kN - k_1Nx, \\ \frac{dx}{dt} = k_2N. \end{cases} \quad (1)$$

Bu (1) differensial tenglamalar sistemasida $\frac{dN}{dt}$ va $\frac{dx}{dt}$ mos ravishda

bakteriyalarning ko'payish va zahar ishlab chiqarish tezliklari (1) differensial tenglamalar sistemasidagi tenglamalarni mos ravishda bir-biriga bo'lib, quyidagi differensial tenglamani hosil qilamiz:

$$\frac{dN}{dx} = \frac{k}{k_2} - \frac{k_1}{k_2}x \quad (2)$$

hosil bo'lgan (2) tenglamaning ikkala tomonini x bo'yicha integrallab, N -bakteriyalar soni bilan koeffitsient (k, k_1, k_2) larva ishlab chiqilgan zahar miqdori orasidagi bog'lanish kelib chiqadi.

$$N = \frac{k}{k_2}x - \frac{k_1}{2k_2}x^2 + C \quad (3)$$

Agar $x = 0$ da $N = 0$ bo'lsa ideal holda (real hayotda bo'lish mumkin emas) C_1 ham nolga teng bo'ladi. U holda bakteriyalar soni bilan zahar miqdori orasidagi bog'lanish

$$N = bx - ax^2 \quad (4)$$

formula orqali aniqlanadi, bu yerda $\frac{k}{k_2} = b, \frac{k_1}{2k_2} = a$ deb belgilaylik;

$y = N(x)$ –funksiya parabolaning grafigi bo'lib, koordinatalar boshi va $A\left(\frac{b}{a}; 0\right)$ nuqtadan o'tuvchi, simmetriya o'qi OY o'qqa parallel bo'lgan va uchi $O_1\left(\frac{b}{2a}; +\frac{b^2}{4a}\right)$ nuqtadan o'quvchi paraboladan iborat. Demak,

$$N_{max} = M = \frac{b^2}{4a} = \frac{k^2 \cdot 2k_2}{4k_2^2 \cdot k_1} = \frac{k^2}{2k_1k_2} \quad (5)$$

Endi bakteriyalar miqdorini t vaqtga bog'lanishini topaylik. Buning uchun (4) tenglikni $ax^2 - bx + N = 0$ ko'rinishga keltiramiz va uni x ga nisbatan yechamiz:

$$x_{1,2} = \frac{b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2}{4a^2} - \frac{N}{a}} \quad (6)$$

x ning N orqali ifodalash maqsadida bu (6) ifodani (1) tenglamalar sistemasining birinchi tenglamasiga qo'yamiz, u holda

$$\frac{dN}{dt} = kN - \frac{k_1 b}{2a} N \pm k_1 N \sqrt{\frac{b^2}{4a^2} - \frac{N}{a}} \quad (7)$$

(5) va (6) hosil qilingan formulalarni (7) qo'ysak va ba'zi bir soddalashtirishlardan so'ng [3],

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dt} &= kN - \frac{2abkN}{2a} \mp 2a \frac{k}{b} N \sqrt{\frac{b^2}{4a^2} - \frac{N}{a}} \\ \frac{dN}{dt} &= \mp 2kN \sqrt{1 - \frac{N}{M}} \end{aligned} \quad (7')$$

(7') ni hosil qilamiz. Bu esa o'zgaruvchilari ajraladigan differensial tenglama (N va t ga nisbatan) ekanligini ko'rinib turibdi. Agar o'zgaruvchilarni ajratsak, u quyidagi ifoda kelib chiqadi:

$$\frac{dN}{N \sqrt{1 - \frac{N}{M}}} = \pm k dt \quad (8)$$

Bu integralni $\sqrt{1 - \frac{N}{M}} = y$ yang'i almashtirish bilan yechayli.

$N = M(1 - y^2)$ bu ifodani ikkala tomonini differensiallasak $dN = -2My dy$ hosil bo'ladi. Shuning uchun $\pm k dt = -2 \int \frac{dy}{1-y^2} = \ln \left| \frac{1-y}{1+y} \right| + C_1$,

$\pm k dt = \ln \left| \frac{1-y}{1+y} \right| + C_1$, bunda C_1 - ixtiyoriy o'zgarmas. Agar bu tenglamaga

$t = 0$ da $N=M$ boshlang'ich shartni qo'ysak, $C_1 = 0$ xususiy integral hosil bo'ladi:

$$\frac{1-y}{1+y} = e^{\pm kt}$$

oxirgi tenglamadan y ni topsak, giperbolik tangens (thx) hosil qilamiz.

$$y = \frac{e^{\pm \frac{kt}{2}} - e^{\mp \frac{kt}{2}}}{e^{\pm \frac{kt}{2}} + e^{\mp \frac{kt}{2}}} \text{ yoki } y = \pm th \frac{kt}{2}$$

Avvalgi N va M kattaliklarga qaytib, ushbu tenglamani hosil qilamiz:

$$\sqrt{1 - \frac{N}{M}} = \pm th \frac{kt}{2}$$

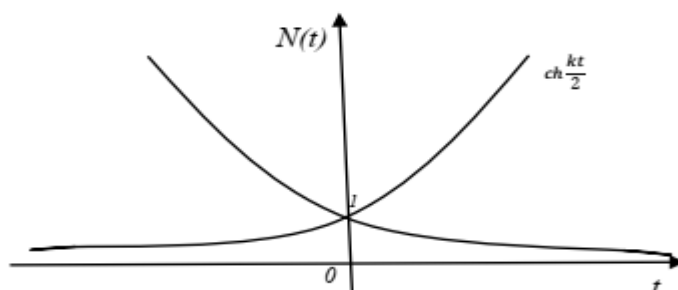
Buning ikkala qismini kvadratga oshirib, N ga nisbatan yechamiz.

$$N = M \left(1 - th^2 \frac{kt}{2} \right) \text{ yoki } N = \frac{M}{ch^2 \frac{kt}{2}} \quad (9)$$

Natijaviy nazariy formulani hosil qilamiz. Xulosa qilib, aytganda Mualliflarning fikricha bakteriyalar (9) formula yordamida ko'payadi va o'ladi.

Agar (9) formulaga $t = 0$ shart qo'yilsa, giperbolik birga teng bo'lib, bakteriyalar soni eng katta qiymatga erishadi, ya'ni $N = M$ bo'ladi. Bu esa masalaning shartidagidek bakteriyalar boshlang'ich qiymatiga erishadi. Demak

bakteriyalar hech qachon yo'qolib ketmas ekan degan xulosaga keldik. Chunki giperbolik kosinusning grafigi Dekart koordinatalar sistemasining I, II choraklarining yuqori qismida joylashadi (1-rasm). Bakteriyalarning yashash vaqti giperbolik kosinus qonuniga mos ravishda o'zgarib, giperbolik kosinusning hech qachon nolga teng bo'lmasligi bilan izohlanadi.



1-rasm. Bakteriyalarning sonining yashash vaqti bilan bog'liqligi.

Adabiyotlar

1. Гродзенский Д.Э. Радиобиология Госатомиздат, -М.: 1979 г.
2. Гутер Р.С., Янпольский А.Р. Дифференциал тенгламалар. - Тошкент: Ўқитувчи, 1988 . 163 – 165 б.
3. А.Ф. Филлипов. Сборник задач по дифференциальным уравнениям.-М.: “Интегралпресс”,1998.