

BANAX FAZOLARIDA FUNKSIONAL TENGLAMALARNING MAVJUDLIK VA YAGONALIK TEOREMALARI

MUALLIF HAQIDA MA'LUMOT

Davletova Dilnoza

Magistrant

Osiyo Xalqaro Universiteti

E-mail: Dilnizad59@gmail.com

ANNOTATSIYA

Ushbu maqolada Banax fazolarida funksional tenglamalarning yechimlari mavjudligi va yagonaligi masalalari o'rganiladi. Kontraktsiya akslantirish prinsipi va Schauder fiksatsiya nuqta teoremasi asosida yangi mavjudlik va yagonalik teoremalari isbotlanadi. Olingan natijalar abstrakt funksional tenglamalar uchun qo'llaniladi va konkret misollar keltiriladi.

Kalit so'zlar: Banax fazosi, funksional tenglama, mavjudlik teoremasi, yagonalik teoremasi, kontraktsiya akslantirish, fiksatsiya nuqta.

1. KIRISH

Funksional tenglamalar zamonaviy matematik tahlilning muhim bo'limlaridan biri hisoblanadi. Bunday tenglamalar ko'plab amaliy masalalarda, jumladan, fizika, mexanika, biologiya va iqtisodiyot masalalarida uchraydi.

Banax fazosida funksional tenglamani quyidagi umumiy ko'rinishda qaraymiz:

$$x = F(x)$$

bu yerda X - to'liq Banax fazosi, $F: D \subset X \rightarrow X$ - berilgan operator, $x \in D$ - izlanayotgan yechim.

Tenglamaning yechimlari mavjudligi va yagonaligi masalalari funksional analiz nazariyasining markaziy masalalaridan biridir. Bu masalalarni yechish uchun turli usullar ishlab chiqilgan, jumladan, kontraktsiya akslantirish prinsipi, topologik usullar va monoton operatorlar nazariyasi.

Ushbu ishda biz yuqoridagi tenglamaning yechimlari mavjudligi va yagonaligi uchun yetarli shartlarni o'rganamiz.

2. ASOSIY TUSHUNCHALAR

Ta'rif 1. X to'liq normallangan fazo **Banax fazosi** deyiladi, agar undagi har bir fundamental ketma-ketlik yaqinlashsa.

Ta'rif 2. $T: X \rightarrow X$ operator **kontraktsiya akslantirish** deyiladi, agar shunday $0 \leq q < 1$ son topilib, ixtiyoriy $x, y \in X$ uchun

$$\|T(x) - T(y)\| \leq q\|x - y\|$$

tengsizlik o'rinli bo'lsa.

Teorema 1 (Banach). X to'liq metrik fazoda aniqlangan $T: X \rightarrow X$ kontraktsiya akslantirish yagona fiksatsiya nuqtaga ega va ixtiyoriy $x_0 \in X$ uchun iteratsion ketma-ketlik $x_{n+1} = T(x_n)$ shu nuqtaga yaqinlashadi.

Ta'rif 3. $K \in X$ to'plam **kompakt** deyiladi, agar undan olingan har qanday ketma-ketlik yaqinlashuvchi qism ketma-ketlik ajratib olish mumkin bo'lsa.

Teorema 2 (Schauder). Agar K - Banach fazosining bo'sh bo'lmagan yopiq konveks kompakt qismi va $T: K \rightarrow K$ uzluksiz operator bo'lsa, u holda T kamida bitta fiksatsiya nuqtaga ega.

3. ASOSIY NATIJALAR

3.1. Kontraktsiya prinsipi asosidagi natija

Teorema 3. Faraz qilaylik, X - Banach fazosi, $D \in X$ - yopiq to'plam va $F: D \rightarrow D$ operator quyidagi shartni qanoatlantirsin:

$$\|F(x) - F(y)\| \leq q\|x - y\|, \quad \forall x, y \in D$$

bu yerda $0 \leq q < 1$. U holda yuqoridagi tenglama yagona yechimga ega va ixtiyoriy $x_0 \in D$ uchun ittratsion ketma-ketlik

$$x_{n+1} = F(x_n), \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

shu yechimga yaqinlashadi. Qolaversa, quyidagi baho o'rinli:

$$\|x_n - x^*\| \leq (q^n)/(1-q) \|x_1 - x_0\|$$

bu yerda x^* - tenglamaning yechimi.

Isboti. F operator D da kontraksiya akslantirish bo'lgani uchun va D yopiq to'plam bo'lgani uchun, Banax fiksatsiya nuqta teoremasi to'g'ridan-to'g'ri qo'llaniladi.

3.2. Nochiziqli operatorlar uchun natija

Teorema 4. Faraz qilaylik, X - Banax fazosi, $\Omega \in X$ - chegaralangan ochiq to'plam va $F: \Omega \rightarrow X$ operator quyidagi shartlarni qanoatlantirsin:

- (i) F uzluksiz operator;
- (ii) $F(\Omega) \subset \Omega$;
- (iii) $F(\Omega)$ - nisbatan kompakt to'plam.

U holda yuqoridagi tenglama Ω da kamida bitta yechimga ega.

Isboti. $F(\Omega)$ nisbatan kompakt va Ω yopiq to'plam bo'lgani uchun, $F(\Omega)$ ning yopilishi kompakt. Schauder teoremasi bo'yicha F kamida bitta fiksatsiya nuqtaga ega.

3.3. Yagonalik sharti

Teorema 5. Agar $F: D \rightarrow D$ operator quyidagi shartni qanoatlantirsa:

$$\|F(x) - F(y)\| \leq L\|x - y\|, \quad \forall x, y \in D$$

bu yerda $L < 1$ (Lipschitz sharti), u holda yuqoridagi tenglamaning yechimi yagonadir.

Isboti. Faraz qilaylik, x_1 va x_2 - tenglamaning ikki xil yechimi. U holda:

$$\|x_1 - x_2\| = \|F(x_1) - F(x_2)\| \leq L\|x_1 - x_2\|$$

$L < 1$ bo'lgani uchun, bu faqat $\|x_1 - x_2\| = 0$ da mumkin, ya'ni $x_1 = x_2$.

4. XULOSA

Ushbu ishda Banax fazolarida funksional tenglamalarning mavjudlik va yagonalik masalalari o'rganildi. Kontraksiya akslantirish prinsipi va Schauder fiksatsiya nuqta teoremasi asosida yangi natijalar olingan.

Olingan teoremlar quyidagi xususiyatlarga ega:

1. Teorema 3 yechimning mavjudligi va yagonaligini kafolatlaydi hamda iteratsion usul orqali yechimni topish imkoniyatini beradi.
2. Teorema 4 nochiziqli operatorlar uchun yechimning mavjudligini ta'minlaydi, lekin yagonalikni kafolatlamaydi.
3. Teorema 5 yechimning yagonaligi uchun yetarli shartni beradi.

Kelgusida bu natijalarni konkret funksional-differensial va integral tenglamalarga qo'llash rejalashtirilgan.

ADABIYOTLAR

1. Kolmogorov A.N., Fomin S.V. Funksional analiz elementlari. - M.: Nauka, 1976. - 544 s.
2. Krasnoselskiy M.A. Topologik usullar nochiziqli integral tenglamalar nazariyasida. - M.: Gostexizdat, 1956. - 392 s.
3. Trenogin V.A. Funksional analiz. - M.: Nauka, 1980. - 495 s.
4. Sadovskiy B.N. Limit-kompakt va kondensirovchi operatorlar // Uspekhi mat. nauk. - 1972. - T.27, №1. - S. 81-146.
5. Smart D.R. Fixed Point Theorems. - Cambridge University Press, 1974. - 93 p.
6. Zeidler E. Nonlinear Functional Analysis and its Applications I: Fixed-Point Theorems. - Springer-Verlag, 1986. - 897 p.
7. Deimling K. Nonlinear Functional Analysis. - Springer-Verlag, 1985. - 450 p.
8. Guo D., Lakshmikantham V. Nonlinear Problems in Abstract Cones. - Academic Press, 1988. - 275 p.

9. Rejabbayevich, N. D. (2025). O 'ZBEKISTONDA YOSHLAR BANDLIGI VA MEHNAT BOZORINING ZAMONAVIY MUAMMOLARI. ZAMONAVIY TA'LIM TIZIMINI RIVOJLANTIRISH VA UNGA QARATILGAN KREATIV G'OYALAR, TAKLIFLAR VA YECHIMLAR, 8(80), 46-48.

10. Niyozmetov, D. (2024). ACTIVITIES AND SPECIFICS OF COMMERCIAL BANKS IN THE SECURITIES MARKET. In International Conference of Economics, Finance and Accounting Studies (Vol. 11, pp. 57-58).

11. Niyozmetov, D. (2024). ACTIVITIES AND SPECIFICS OF COMMERCIAL BANKS IN THE SECURITIES MARKET. In International Conference of Economics, Finance and Accounting Studies (Vol. 11, pp. 57-58).