ISSN 2181-

BIRINCHI TARTIBLI DIFFERENSIAL TENGLAMALAR HAQIDA TUSHUNCHALAR VA UNING YECHIMI

TOSHKENT DAVLAT IQTISODIYOT UNIVERSITETI
INTERNATIONAL BUSINESS
AKADEMIK LITSEYI O'QITUVCHISI
TOSHBOEVA FERUZA ATAMJANOVNA

Ta'rif. Erkli o'zgaruvchi va noma'lum funksiya hamda uning hosilalari yoki differensiallarini bog'lovchi munosabat ***differensial tenglamalar*** deyiladi.

Differensial tenglamani simbolik ravishda quyidagicha yozishimiz mumkin:

$$\boldsymbol{F(x, y, y', y'', y''', \dots, y^{(n)}) = 0.}$$

Ta'rif. Differensial tenglamaga kirgan xosilalarning eng yuqori tartibida tenglamaning tartibi deyiladi.

Masalan, ushbu $y'' - y' \cos x - x^2 y = 0$ differensial tenglama, ikkinchi tartibli oddiy differensial tenglama

$$x(1-y^2)dx + y(1+x^2)dy = 0$$

differensial tenglama esa birinchi tartibli oddiy differensial tenglama.

$$x\frac{dz}{dx} = y\frac{dz}{dy}$$

differensial tenlama birinchi tartibli xususiy xosilali differensial tenglamadir.

Yuqoridagi dastlabki ikkita tenglamada y - nomalum funksiya, x – esa erkli o'zgaruvchi, uchinchi tenglamada esa nomalum funksiya z ikkita x va y o'zgaruvchiga bog'liq.

Ta'rif. Differensial tenglamaning yechimi yoki integrali deb tenglama qo'yganda uni ayniyatga aylantiradigan xar qanday differensiallanuvchi $y = \varphi(x)$ funksiyaga aytiladi.

Ta'rif. Differensial tenglamaning umumiy yechimidan ixtiyoriy o'zgarmasning mumkin bo'lgan qiymalarida xosil qilinadigan yechimlar ***xususiy yechimlar*** deyiladi.

ISSN 2181-

Umumiy yechimni oshkormas xolda aniqlaydigan $\varphi(x, y, \overline{C}) = 0$ munosabat ***umumiy integral*** deyiladi.

Xususiy integrali deb, umumiy integraldan ixtiyoriy o‘zgarmasning mumkin bo‘lgan qiymatida xosil bo‘ladigan yechimga aytiladi.

Umumiy yechim (umumiy integral) geometrik jihatdan bitta C parametrga bog’liq integral egri chiziqlar oilasi ko‘rinishida tasvirlanadi. Xususiy yechim (xususiy integral) bu oilaning integral chiziqlaridan biridir.

Differensial tenglamalarning yechimlarini topishning yagona usuli mavjud emas, shuning uchun differensial tenglamalarning ayrim turlarini qarab chiqishga o‘tamiz, ularning umumiy yechimlarini topish integrallarni xisoblashning odatdagi oddiy usullariga keltiriladi.

Birinchi tartibli differensial tenglama

$$F(x, y, y') = 0$$

ko‘rinishda bo‘ladi .Agar bu tenglamani y' ga nisbatan yechish mumkin bo‘lsa, uni

$$y' = f(x, y)$$

ko ‘rinishda yozish mumkin.

Bu holda biz differensial tenglama hosilaga nisbatan yechilgan deymiz.Bunda tenglama uchun quyidagi teorima o‘rinli bo‘lib, bu teorema differensial tenglama echimining mavjudligi va yagonaligi haqidagi teorema deyiladi.

$x = x_0$ y bo‘lganda funksiya berilgan y_0 songa teng bo‘lishi kerak degan shart ***boshlang‘ich shart*** deyiladi. Bu shart ko‘pincha $y|_{x=x_0} = y_0$ ko‘rinishida yoziladi

Ta’rif. Birinchi tartibli differensial tenglamaning ***umumiy yechimi*** deb bitta ixtiyoriy C o‘zgarmas miqdorga bog‘liq bo‘lgan hamda quyidagi shartlarni qanoatlantiruvchi $y = \varphi(x, C)$ funksiyaga aylanadi :

Biz differensial tenglamaning umumiy yecchimini izlashda ko‘pincha y ga nisbatan yechilmagan $\Phi(x, y, C) = 0$ ko‘rinishdagi munosabatga kelib qolamiz.Bu munosabatni y ga nisbatan yechsak, umumiy yechim hosil qilamiz ammo

y ning $\Phi(x, y, C) = 0$ munosabatdan foydalanib elementar funksiyalar bilan ifoda etish hamma vaqt mumkin bo‘lavermaydi ;

bunday hollarda umumiy yechim oshkormas ko‘rinishida qoladi .

$\Phi(x, y, C) = 0$ ko‘rinishdagi tenglik differensial tenglamaning ***umumiy integrali*** deyiladi .

Birinchi tartibli differensial tenglamalar turlari va ularni yechish usullari

O‘zgaruvchilari ajraladigan differensial tenglamalar

Differensial tenglamaning eng soda turi o‘zgaruvchilari ajraladigan tenglamadir:

$M(x)dx + N(y)dy = 0$

uning o‘ziga xos tomoni shundaki , dx ning oldidagi ko‘paytuvchi faqat x ga bog’liq bo‘lishi mumkin bo‘lgan funksiya, dy ning oldidagi ko‘paytuvchi esa faqat y ga bog’liq bo‘lishi mumkin funksiyadir. Bu tenglamaning umumiy integrali uni xadlab integrallash orqali xosil qilinadi:

$$\int M(x)dx + \int N(y)dy = C \qquad (1)$$

Ixtiyoriy o‘zgarmasni berilgan tenglama uchun qulay bo‘lgan istalgan ko‘rinishda olish mumkin.

1-misol. O‘zgaruvchilari ajralgan quyidagi tenglamani yeching:

$$\sqrt{y^2+1}dx = xydy$$

Yechish. Uni integrallab, umumiy integralni topamiz:

$$\frac{ydy}{\sqrt{y^2+1}} = \frac{dx}{x}$$

Ikkala tomonni integrallaymiz,bu yerda $\sqrt{y^2+1} \neq 0$ holat uchun

$$\int \frac{ydy}{\sqrt{y^2+1}} = \int \frac{dx}{x}$$

va yechimga ega bo‘lamiz

$ln|x| = \sqrt{y^2+1}$+C

Bu yerda x=0 maxsus yechim bo‘ladi.

ISSN 2181-

Ushbu

$$\boldsymbol{M_1(x)N_1(y)dx + M_2(x)N_2(y)dy = 0} \qquad (2)$$

Ko‘rinishdagi differensial tenglama o‘zgaruvchilari ajraladigan tenglama deyiladi.

(2) tenglamani $N_1(y), M_2(x) \neq 0$ ifodaga bo‘lib, uni o‘zgaruvchilari ajralgan (1) ko‘rinishdagi tenglamaga keltirish mumkin:

$$\frac{M_1(x)}{M_2(x)}dx + \frac{N_2(y)}{N_1(y)}dy = 0$$

Buni integrallab, umumiy integralni xosil qilamiz:

$$\int \frac{M_1(x)}{M_2(x)}dx + \int \frac{N_2(y)}{N_1(y)}dy = C$$

2-misol. Ushbu $2x^2yy' + y^2 = 2$ differensial tenglamaning umumiy yechimini toping.

Yechish: $2x^2y\frac{dy}{dx} + y^2 = 2$ O‘zgaruvchilarga ajratib olamiz

$$\frac{2ydy}{y^2 - 2} = -\frac{dx}{x^2}$$

tenglamaning ikki tomonini integrallaymiz

$$\int \frac{2ydy}{y^2 - 2} = \int -\frac{dx}{x^2}$$

va yechimga ega bo‘lamiz $y^2 - 2 \neq 0$ holat uchun

$$ln|y^2 - 2| = \frac{1}{2} + C$$

$$y^2 - 2 = Ce^{\frac{1}{x}}$$