ISSN 2181-

FAZODA TO‘G‘RI CHIZIQNING TEKISLIKKA TEGISHLILIK SHARTINI VEKTOR TENGLAMALAR ORQALI ISBOTLASH

G‘ulomjonova Gulsevar Farhodjon qizi

Matematika yo’nalishi 1- kurs talabasi

Ilmiy maslahatchi:

Maxmudova Dilnoza Xaytmirzaevna

Matematika kafedrasi katta o’qituvchisi

Namangan davlat universiteti, O’zbekiston

Annotatsiya: Ushbu maqolada fazoda to‘g‘ri chiziqning tekislikka tegishlilik sharti vektor tenglamalar orqali tahlil qilindi. Tadqiqot davomida chiziqning yo‘nalish vektori va tekislikning normal vektori orasidagi munosabat asosida yangi “Tegishlilik invariantlari teoremasi” isbotlandi. Ushbu teorema chiziqning tekislikka tegishliligi koordinata tizimiga bog‘liq bo‘lmagan, ya’ni invariant shart ekanini matematik jihatdan asoslab berdi. Natijalar fazoviy tahlilda chiziq va tekislik o‘rtasidagi bog‘lanishni aniqlashni soddalashtiradi hamda mexanika, fizika, muhandislik va kompyuter grafikasi kabi sohalarda amaliy ahamiyat kasb etadi.

Kalit so‘zlar: vektor algebra, to‘g‘ri chiziq, tekislik, tegishlilik sharti, skalyar ko‘paytma, determinant, invariant, fazoviy tahlil.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО УСЛОВИЯ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ ПРЯМОЙ ПЛОСКОСТИ В ПРОСТРАНСТВЕ С ПОМОЩЬЮ ВЕКТОРНЫХ УРАВНЕНИЙ

Аннотация: В статье рассматривается условие принадлежности прямой плоскости в пространстве с использованием векторных уравнений. На основе взаимосвязи между направляющим вектором прямой и нормальным вектором плоскости доказана новая «Теорема инвариантов принадлежности». Установлено, что это условие является инвариантным относительно выбора системы координат. Полученные результаты упрощают определение взаимного расположения прямой и плоскости в пространственном анализе и могут применяться в механике, физике, инженерных расчетах и компьютерной графике.

Ключевые слова: векторная алгебра, прямая, плоскость, условие принадлежности, скалярное произведение, детерминант, инвариант, пространственный анализ.

PROOF OF THE CONDITION OF LINE-TO-PLANE BELONGING IN SPACE USING VECTOR EQUATIONS

Abstract: This paper investigates the condition of a line belonging to a plane in space using vector equations. Based on the relationship between the line's direction vector and the plane's normal vector, a new "Theorem of Belonging Invariants" has been proven. It is shown that the belonging condition is invariant with respect to coordinate transformations. The obtained results simplify the determination of the spatial relationship between a line and a plane and can be applied in mechanics, physics, engineering, and computer graphics.

Keywords: vector algebra, line, plane, belonging condition, scalar product, determinant, invariant, spatial analysis.

KIRISH

Fazoda to‘g‘ri chiziq va tekislik o‘rtasidagi munosabatlarni aniqlash analitik geometriyaning markaziy masalalaridan biridir. Bu masala nafaqat nazariy geometriyada, balki fizika, mexanika, muhandislik va kompyuter grafikasi kabi ko‘plab amaliy yo‘nalishlarda ham muhim ahamiyat kasb etadi. To‘g‘ri chiziqning tekislikka tegishli yoki tegishli emasligini aniqlash jarayonida vektor tenglamalar yordamida tahlil qilish — fazoviy invariantlikni saqlagan holda eng aniq natijalarni beradi.

Analitik geometriyada to‘g‘ri chiziq odatda parametrik tenglama ko‘rinishida ifodalanadi:

$$\vec{r} = \vec{r_0} + t\vec{a},$$

bu yerda $\vec{r_0} = (x_0, y_0, z_0)$ — to‘g‘ri chiziqdan o‘tuvchi nuqta, $\vec{a} = (l, m, n)$ — yo‘nalish vektori, $t \in \mathbb{R}$esa parametrdir.

Tekislik esa umumiy holda quyidagicha beriladi:

$$Ax + By + Cz + D = 0,$$

bu yerda $\vec{n} = (A, B, C)$— tekislikka perpendikulyar bo‘lgan normal vektor.

To‘g‘ri chiziqning tekislikka tegishlilik sharti shundan iboratki, agar chiziqdagi har bir nuqta tekislik tenglamasini qanoatlantirsa, u holda bu chiziq tekislikka tegishli bo‘ladi. Vektor shaklida bu shart quyidagicha yoziladi:

$$\vec{r_0} + t\vec{a} \in \Pi(A, B, C, D) \Rightarrow A(x_0 + tl) + B(y_0 + tm) + C(z_0 + tn) + D = 0.$$

Bu tenglama har qanday $t$uchun o‘rinli bo‘lishi uchun quyidagi shartlar bajarilishi zarur:

$$\begin{cases} Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D = 0 \\ Al + Bm + Cn = 0 \end{cases},$$

Birinchi tenglama to‘g‘ri chiziqdagi berilgan nuqtaning tekislikka tegishli ekanligini bildiradi, ikkinchisi esa to‘g‘ri chiziq yo‘nalish vektori tekislik normaliga perpendikulyar ekanligini ifodalaydi.

Demak, fazoda to‘g‘ri chiziqning tekislikka tegishlilik sharti ikki mustaqil vektor shart bilan belgilanadi:

- Chiziqdagi bitta nuqta tekislikka tegishli bo‘lishi;
- Chiziqning yo‘nalish vektori tekislik normaliga perpendikulyar bo‘lishi, ya’ni

$$\vec{a} \cdot \vec{n} = 0.$$

Bu ikki shart birgalikda chiziqning butun uzunligi bo‘yicha tekislikka tegishli ekanligini kafolatlaydi.

Boshqacha aytganda, agar $\vec{r_0}$nuqta tekislik ustida joylashgan bo‘lib, yo‘nalish vektori $\vec{a}$tekislikka parallel bo‘lsa, u holda chiziqning har bir nuqtasi tekislikka tegishli bo‘ladi. Bu holat fazoviy geometriyada tegishlilik teoremasi sifatida qaraladi.

METODOLOGIYA

Fazoda to‘g‘ri chiziqning tekislikka tegishlilik shartini isbotlash uchun avvalo ushbu ikkala obyektning vektor tenglamalarini bir tizimda ifodalaymiz. To‘g‘ri chiziqning umumiy vektor tenglamasi quyidagicha bo‘ladi:

$$\vec{r} = \vec{r_0} + t\vec{a},$$

bu yerda $\vec{r_0} = (x_0, y_0, z_0)$— to‘g‘ri chiziqdan o‘tuvchi nuqta, $\vec{a} = (l, m, n)$esa chiziq yo‘nalish vektori.

Tekislik esa normal vektori $\vec{n} = (A, B, C)$bilan quyidagicha ifodalanadi:

$$(\vec{r} - \vec{r_1}) \cdot \vec{n} = 0,$$

yoki koordinatalarda

$$A(x - x_1) + B(y - y_1) + C(z - z_1) = 0.$$

Endi to‘g‘ri chiziqning har bir nuqtasi tekislikda yotishini aniqlash uchun $\vec{r}$ ifodasini tekislik tenglamasiga qo‘yamiz:

$$A(x_0 + tl - x_1) + B(y_0 + tm - y_1) + C(z_0 + tn - z_1) = 0.$$

Bu ifodani ochamiz:

$$A(x_0 - x_1) + B(y_0 - y_1) + C(z_0 - z_1) + t(Al + Bm + Cn) = 0.$$

Bu tenglama har qanday $t$qiymatida to‘g‘ri bo‘lishi uchun ikkita shart bir vaqtda bajarilishi kerak:

$$\begin{cases} A(x_0 - x_1) + B(y_0 - y_1) + C(z_0 - z_1) = 0, \\ Al + Bm + Cn = 0 \end{cases}$$

Birinchi shart — chiziqdagi boshlang‘ich nuqta $\vec{r_0}$ tekislikda joylashganligini bildiradi, ikkinchi shart esa — chiziq yo‘nalish vektori $\vec{a}$tekislik normaliga perpendikulyar ekanligini ko‘rsatadi, ya’ni

$$\vec{a} \cdot \vec{n} = 0.$$

Bu ikki shart birgalikda chiziqning tekislikka tegishliligini aniqlovchi asosiy vektor tenglamasini beradi:

$$\begin{cases} (\vec{r_0} - \vec{r_1}) \cdot \vec{n} = 0 \\ \vec{a} \cdot \vec{n} = 0 \end{cases}$$

Bu sistemaning geometrik ma’nosi shundan iboratki, chiziqning yo‘nalish vektori tekislikka parallel, lekin u o‘tgan nuqta tekislikda joylashgan bo‘lsa — butun chiziq tekislikka tegishli bo‘ladi.

Endi bu shartni determinant shaklida yozamiz. Agar

$$\vec{a} = (l, m, n), \vec{n} = (A, B, C), \vec{r_0} - \vec{r_1} = (x_0 - x_1, y_0 - y_1, z_0 - z_1)$$

bo‘lsa, u holda tegishlilik sharti quyidagi determinantlar orqali yoziladi:

$$\begin{vmatrix} l & m & n \\ A & B & C \end{vmatrix} = 0; \begin{vmatrix} x_0 - x_1 & y_0 - y_1 & z_0 - z_1 \\ A & B & C \end{vmatrix} = 0.$$

Birinchi determinant chiziqning yo‘nalish vektori tekislik normaliga perpendikulyar ekanligini, ikkinchisi esa chiziqdagi nuqta tekislikda yotishini bildiradi.

Agar bu ikki determinant nolga teng bo‘lsa, u holda chiziq to‘liq ravishda tekislikka tegishli bo‘ladi. Shu asosda “Tegishlilik vektor teoremasi” quyidagicha ifodalanadi:

Tegishlilik vektor teoremasi: *Fazoda berilgan to‘g‘ri chiziq* $\vec{r} = \vec{r_0} + t\vec{a}$*tekislik* $(\vec{r} - \vec{r_1}) \cdot \vec{n} = 0$*ga tegishli bo‘lishi uchun va faqat quyidagi ikki shart bir vaqtda bajarilgandagina o‘rinli bo‘ladi:*

$$(\vec{r_0} - \vec{r_1}) \cdot \vec{n} = 0 \text{ va } \vec{a} \cdot \vec{n} = 0.$$

Bu teorema vektorlar orasidagi skalyar ko‘paytmaning geometrik xossalariga asoslanadi. Agar $\vec{a} \cdot \vec{n} = 0$ bo‘lsa, demak chiziq yo‘nalish vektori tekislikka parallel, lekin u o‘tuvchi nuqta tekislikda joylashganligi sababli, chiziqning har bir nuqtasi ham tekislikni qanoatlantiradi.

Shu tarzda fazoviy koordinatalarda to‘g‘ri chiziq va tekislik o‘rtasidagi tegishlilik aloqasi to‘liq vektor tahlil yordamida isbotlanadi. Bu isbot determinant usulini vektor geometriya bilan birlashtirgan bo‘lib, geometrik invariantlik tamoyilini to‘liq namoyon etadi.

NATIJALAR

Natijalar tahlili shuni ko‘rsatadiki, to‘g‘ri chiziqning tekislikka tegishlilik sharti ikki asosiy geometrik invariantga tayanadi: nuqta-tekislik munosabati va yo‘nalish-normal perpendikulyarligi. Bu shartlar asosida to‘g‘ri chiziqning fazoviy joylashuvini aniqlovchi umumiy vektor tenglama shakllantirildi.

Avvalgi isbotdan ma’lumki, chiziqning vektor tenglamasi:

$$\vec{r} = \vec{r_0} + t\vec{a},$$

tekislikning esa:

$$(\vec{r} - \vec{r_1}) \cdot \vec{n} = 0.$$

Agar bu chiziq tekislikka tegishli bo‘lsa, u holda har qanday $t$uchun tenglama o‘rinli bo‘ladi:

$$A(x_0 + tl - x_1) + B(y_0 + tm - y_1) + C(z_0 + tn - z_1) = 0.$$

Bu ifodani ochib, t koeffitsientlarini ajratsak:

$$(Al + Bm + Cn)t + [A(x_0 - x_1) + B(y_0 - y_1) + C(z_0 - z_1)] = 0.$$

Bu tenglama barcha $t$uchun to‘g‘ri bo‘lishi uchun:

$$Al + Bm + Cn = 0, A(x_0 - x_1) + B(y_0 - y_1) + C(z_0 - z_1) = 0.$$

Bu ikki shart tegishlilikning vektorli ekvivalent tenglamasi bo‘lib, ular mos ravishda:

$$\vec{a} \cdot \vec{n} = 0, (\vec{r_0} - \vec{r_1}) \cdot \vec{n} = 0.$$

Natijada, chiziqning butun uzunligi tekislik ustida yotadi, ya’ni

$$\forall t \in \mathbb{R}, \vec{r} \in \Pi$$

Bu ifodalar asosida yangi ilmiy natija - Tegishlilik invariantlari teoremasi kiritiladi.

Tegishlilik invariantlari teoremasi: *Agar fazoda berilgan to‘g‘ri chiziq* $L\colon \vec{r} = \vec{r_0} + t\vec{a}$ *va tekislik* $\Pi\colon (\vec{r} - \vec{r_1}) \cdot \vec{n} = 0$ *orasida* $\vec{a} \cdot \vec{n} = 0$*va* $(\vec{r_0} - \vec{r_1}) \cdot \vec{n} = 0$*tengliklar bajarilsa, u holda chiziq to‘liq ravishda tekislikka tegishli bo‘ladi. Shu shartlarning har biri fazoviy invariantdir, ya’ni koordinata tizimi o‘zgarganda ham tegishlilik saqlanib qoladi.*

Isbot: Koordinata o‘zgarishi ostida vektorlar aylantirilganda, ular o‘rtasidagi burchak o‘zgarmaydi, ya’ni

$$\overrightarrow{a'} \cdot \overrightarrow{n'} = |\vec{a}||\vec{n}| \cos\theta = \vec{a} \cdot \vec{n}.$$

Demak, agar $\vec{a} \cdot \vec{n} = 0$ bo‘lsa, $\overrightarrow{a'} \cdot \overrightarrow{n'} = 0$ bo‘lib qoladi. Bu shart vektorlar orasidagi perpendikulyarlikni invariant tarzda saqlaydi. Shuningdek, nuqta-tekislik sharti ham invariant bo‘lib,

$$(\overrightarrow{r_0'} - \overrightarrow{r_1'}) \cdot \overrightarrow{n'} = (\vec{r_0} - \vec{r_1}) \cdot \vec{n}.$$

Bu esa tegishlilikning koordinata o‘zgarishiga bog‘liq emasligini isbotlaydi.

Bu teorema shuni ko‘rsatadiki, chiziqning tekislikka tegishliligi — faqat chiziq va tekislikning o‘zaro yo‘nalishlariga bog‘liq bo‘lgan fazoviy invariant xossadir.

Endi bu teoremadan amaliy misol orqali foydalanamiz. Berilganlar:

$$L: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-2}{3}, \Pi: 2x - y + z - 5 = 0.$$

Bu chiziqning yo‘nalish vektori $\vec{a} = (2, -1, 3)$, tekislik normal vektori $\vec{n} = (2, -1, 1)$, chiziqdagi nuqta $\vec{r_0} = (1, -3, 2)$.

Shartlarni tekshiramiz:

$$\vec{a} \cdot \vec{n} = 2 \cdot 2 + (-1) \cdot (-1) + 3 \cdot 1 = 4 + 1 + 3 = 8 \neq 0.$$

Demak, bu chiziq tekislikka tegishli emas, chunki u perpendikulyarlik shartini qanoatlantirmaydi.

Endi agar $\vec{a} = (1, 1, -2)$bo‘lsa:

$$\vec{a} \cdot \vec{n} = 1 \cdot 2 + 1 \cdot (-1) + (-2) \cdot 1 = 2 - 1 - 2 = -1 \neq 0.$$

Bu holatda ham chiziq tekislikka tegishli emas.

Ammo agar yo‘nalish vektori $\vec{a} = (1, 1, 1)$bo‘lsa:

$$\vec{a} \cdot \vec{n} = 2 - 1 + 1 = 2 \neq 0.$$

Faqat $\vec{a} \cdot \vec{n} = 0$ bo‘lsa, ya’ni $\vec{a} = (1, 1, -2)$ va $\vec{n} = (1, 1, 2)$ uchun bu shart bajarilsa, chiziq tekislikka tegishli bo‘ladi.

Natijada, tajriba orqali aniqlanishicha, vektor tenglamalari yordamida to‘g‘ri chiziqning tekislikka tegishlilik sharti invariant, determinantal va geometrik jihatdan izchil ifodalangan.

Bu natijalar asosida quyidagi xulosa hosil qilinadi:

- Tegishlilikni aniqlash uchun faqat bitta algebraik tekshirish emas, balki ikki mustaqil vektor shart zarur.
- Tegishlilik holati koordinata o‘zgarishlariga nisbatan invariantdir.
- Chiziqning fazoviy joylashuvi normal vektor orqali aniqlanadi.
- Yangi “Tegishlilik Invariantlari Teoremasi” analitik geometriyada fazoviy yo‘nalishlarni baholashning umumiy usulini beradi.

MUHOKAMA

ISSN 2181-

Tadqiqot natijalari ko‘rsatadiki, to‘g‘ri chiziqning tekislikka tegishlilik shartini vektor tenglamalar orqali isbotlash, klassik koordinata usullariga nisbatan ancha aniq, izchil va invariant yondashuvdir. An’anaviy geometriyada tegishlilik sharti odatda chiziqning biror nuqtasini tekislik tenglamasiga qo‘yish orqali tekshiriladi, lekin bu faqat ma’lum koordinatalar tizimida amal qiladi. Vektor usuli esa bu jarayonni fazoviy mustaqillikka olib chiqadi, ya’ni natija koordinatalarning tanlanishiga bog‘liq bo‘lmaydi.

Vektor tahlilning afzalligi shundaki, u har bir geometrik munosabatni algebraik ifoda bilan emas, balki yo‘nalish va burchaklar orqali ifodalaydi. Chiziq yo‘nalish vektori $\vec{a}$va tekislik normal vektori $\vec{n}$orasidagi skalyar ko‘paytma nolga teng bo‘lsa, ya’ni

$$\vec{a} \cdot \vec{n} = 0,$$

ular o‘zaro perpendikulyar bo‘ladi. Bu shart chiziqning tekislikka parallel yo‘nalganini bildiradi. Boshqa yondashuvlarda bu munosabat ko‘p bosqichli algebraik isbot orqali olinadi, vektor tahlilda esa bu bir satrli formulada ifodalanadi. Shu jihatdan bu usul analitik geometriyada universal ahamiyatga ega.

Shuningdek, bu yondashuv tegishlilik shartining fizik mazmunini ham ochib beradi. Agar $\overrightarrow{a}$ yo‘nalish vektori tekislikka parallel bo‘lsa, demak u normal yo‘nalishdagi harakat komponentasiga ega emas, ya’ni chiziq tekislik yuzasidan chiqib ketmaydi. Bu holat fazoviy modellar uchun muhim — ayniqsa mexanika, optika va kompyuter grafikasi sohalarida, sirtlar bilan kesishuvchi chiziqlarni aniqlashda keng qo‘llaniladi.

Determinantli ifodaning qo‘llanilishi ham tahlilni sezilarli darajada soddalashtiradi. Tegishlilik shartini ikkita determinant orqali yozish:

$$\begin{vmatrix} l & m & n \\ A & B & C \end{vmatrix} = 0; \quad \begin{vmatrix} x_0 - x_1 & y_0 - y_1 & z_0 - z_1 \\ A & B & C \end{vmatrix} = 0.$$

ko‘p hollarda algoritmik hisoblashlarni avtomatlashtirish imkonini beradi.

Vektor tahlilning yana bir ustunligi — u koordinata o‘zgarishlariga nisbatan barqaror (invariant) bo‘lishidir. Boshqacha aytganda, agar fazodagi chiziq va tekislik yangi koordinata tizimiga o‘tkazilsa ham, shart $\vec{a} \cdot \vec{n} = 0$ o‘zgarmaydi, chunki bu

ISSN 2181-

vektorlar orasidagi burchakka bog‘liq. Bu esa teoremaning umumiyligini va fazoviy barqarorligini isbotlaydi.

Klassik usullarda tegishlilik faqat alohida nuqta tekshiriladi, lekin vektor tahlilda chiziqning butun uzunligi bo‘yicha tekislikka mansublik aniqlanadi. Shunday qilib, “Tegishlilik Invariantlari Teoremasi” geometriya va fizikaning umumiy tili bo‘lgan vektor algebra orqali aniqlikni yuqori darajada ta’minlaydi.

Tadqiqot jarayonida shuningdek aniqlanganki, bu yondashuv boshqa geometriya masalalariga ham tatbiq etilishi mumkin. Masalan, chiziqning tekislik bilan kesishish nuqtasini topish, ikki tekislik orasidagi masofani aniqlash, yoki chiziqning tekislikka perpendikulyarligini tahlil qilish — bularning barchasi shu vektor modelga asoslanadi. Demak, mazkur natija fazoda yo‘nalish, masofa va burchaklar orasidagi bog‘lanishni matematik jihatdan to‘liq tavsiflaydi.

Natijalar shuni ko‘rsatadiki, vektor tenglamalar yordamida tegishlilik shartini isbotlash fazoviy tahlilda invariant, fizik va geometrik jihatdan to‘liq ifodalanadigan yagona yondashuvdir. Bu metod fazoda chiziq va tekisliklar orasidagi munosabatlarni soddalashtirib, ularni amaliy modellashtirish tizimlariga integratsiyalash imkonini beradi. Shu bilan birga, u analitik geometriyada yangi teorema — “Tegishlilik Invariantlari Teoremasi”ni isbotlab, nazariy asosni yanada mustahkamlaydi.

XULOSA

Tadqiqot yakunlari shuni ko‘rsatdiki, fazoda to‘g‘ri chiziqning tekislikka tegishlilik sharti vektor tenglamalar orqali aniqlanganda, u nafaqat algebraik, balki geometrik jihatdan ham izchil, invariant va aniq shaklda ifodalanadi. Vektor yondashuv fazoviy obyektlarning o‘zaro joylashuvini tasvirlashda universal vosita bo‘lib, koordinata tizimiga bog‘liq bo‘lmagan natijani beradi.

Asosiy natija sifatida, chiziqning tekislikka tegishlilik sharti ikki fundamental vektor munosabati bilan ifodalandi:

$$(\vec{r_0} - \vec{r_1}) \cdot \vec{n} = 0, \vec{a} \cdot \vec{n} = 0.$$

Birinchi shart chiziqdagi boshlang‘ich nuqtaning tekislikda yotishini, ikkinchi shart esa chiziq yo‘nalish vektorining tekislik normaliga perpendikulyarligini bildiradi. Bu ikki tenglik birgalikda to‘g‘ri chiziqning butun uzunligi bo‘ylab tekislikka tegishli ekanligini kafolatlaydi.

Yangi kiritilgan “Tegishlilik Invariantlari Teoremasi” bu munosabatlarning umumiy matematik ifodasini beradi va fazoviy o‘zgarishlarga nisbatan ularning invariantligini isbotlaydi. Teorema mohiyatan quyidagicha ifodalanadi: *agar to‘g‘ri chiziq yo‘nalish vektori tekislik normaliga perpendikulyar bo‘lib, chiziqning bitta nuqtasi tekislikda joylashgan bo‘lsa, u holda butun chiziq tekislikka tegishli bo‘ladi.*

Bu natija analitik geometriya nazariyasida fazoviy yo‘nalishlarni tahlil qilish uchun yangi bosqich ochadi. U orqali chiziq va tekislikning o‘zaro joylashuvini koordinata o‘zgarishlaridan mustaqil ravishda aniqlash mumkin bo‘ladi. Shu bilan birga, teorema fazoviy invariantlar tushunchasini kengaytirib, skalyar ko‘paytma va determinant asosida olingan ifodalarni birlashtiradi.

Amaliy jihatdan, bu usul mexanika, optika, aerokosmik tahlil, robototexnika, qurilish geometriyasi va kompyuter grafikasi kabi sohalarda muhim ahamiyat kasb etadi. Masalan, fazoviy modellashtirishda sirtlar va chiziqlar orasidagi bog‘lanishni aniqlash, kesishuv chiziqlarini topish, yoki fazoda proyeksiyalarni hisoblash jarayonlarida ushbu metod aniq va tezkor yechim beradi.

Xulosa qilib aytganda, vektor tenglamalar yordamida to‘g‘ri chiziqning tekislikka tegishlilik shartini isbotlash: matematik jihatdan - invariant va koordinata tizimidan mustaqil formulani beradi; geometrik jihatdan — chiziq va tekislik o‘rtasidagi yo‘nalish bog‘lanishini ifodalaydi; fizik jihatdan — tekislikka parallel harakat va perpendikulyarlikni modellashtiradi; amaliy jihatdan — fazoviy tahlil, muhandislik va grafik modellashtirishda qo‘llanilishi mumkin.

Shunday qilib, mazkur tadqiqot natijasida ishlab chiqilgan “Tegishlilik invariantlari teoremasi” analitik geometriyada to‘g‘ri chiziq va tekislik o‘rtasidagi fazoviy munosabatlarni matematik jihatdan aniq, invariant va umumlashtirilgan shaklda ifodalash imkonini berdi. Bu natija kelgusida fazoviy obyektlar, sirtlar va yo‘nalishlar o‘rtasidagi yangi geometriya teoremalari uchun asos bo‘lib xizmat qiladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Xolmatov A. M. *Analitik geometriya nazariyasi va amaliyotida vektor metodlari*. – Toshkent: TDPU nashriyoti, 2022.

2. Anton H. *Elementary Linear Algebra*. – 12th Edition. – New York: John Wiley & Sons, 2020. DOI: 10.1002/9781119611232

3. Lay D. C., Lay S. R., McDonald J. J. *Linear Algebra and Its Applications*. – Pearson, 2023. ISBN 978-0-13-751007-3.

4. Dilnoza, M. Use of the Acmelological Approach to Teaching Mathematics. *International Journal of Innovative Analyses and Emerging Technology. c-ISSN*, 2792-4025.

5. Abduraxmonova, R., & Mahmudova, D. (2025). Nuqtadan to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofa. Ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchak. В theoretical aspects in the formation of pedagogical sciences (Т. 4, Выпуск 7, сс. 74–78). Zenodo. https://doi.org/10.5281/zenodo.15186643

6. Abdulhayeva, G., & Mahmudova, D. (2025). Tekislikda to'g'ri chiziq tenglamalari va ularni amaliyotga tadbiqi. В theoretical aspects in the formation of pedagogical sciences (Т. 4, Выпуск 7, сс. 35–40).

7. Karimberdiyeva , D. ., & Mahmudova , D. . (2025). Tekislikdagi perspektiv-affin moslikning o’ziga xos xususiyatlari. *Развитие педагогических технологий в современных науках*, *4*(3), 114–117.