

EHTIMOLLAR NAZARIYASI VA MATEMATIK STATISTIKA” KURSINING MATEMATIK STATISTIKA MODULINI O’QITISH

Toshkent davlat iqtisodiyot universiteti
International business akademik litseyi o’qituvchisi
Abdufayozov Jaxongir Faxriddin o’g’li

Matematik statistikaning birinchi vazifasi – statistik ma’lumotlarni to’plash va (agar ma’lumotlar juda ko’p bo’lsa) gruppalash usullarini ko’rsatish.

Matyematik statistikaning ikkinchi vazifasi – statistik ma’lumotlarni tahlil qilish myetodlarini tadqiqot masalalariga muvofiq holda ishlab chiqish.

Matyematik statistika yuqoridagi vazifalarni bajarish mobaynida shug’ullanadigan ba’zi masalalarni kyeltirib o’tamiz:

- 1) tasodifiy hodisa ro’y byerishi ehtimolining noma’lum qiymatini baholash;
- 2) noma’lum taqsimot funksiyani baholash;
- 3) ko’rinishi ma’lum bo’lgan taqsimot funksiyasining noma’lum paramyetrlerini baholash;
- 4) tasodifiy miqdorning bir yoki bir necha tasodifiy miqdorlarga bog’liqligini va bog’liqlik darajasini aniqlash;
- 5) statistik gipotyezalarni tyekshirish.

Shunday qilib, matyematik statistikaning vazifasi ilmiy va nazariy xulosalar chiqarish maqsadida statistik ma’lumotlarni to’plash va ularni tahlil qilish myetodlarini yaratishdan iboratdir.

Bir jinsli obyyektlar to’plamini bu obyyektlarni xarakterlovchi biror bir sifat yoki son byelgisiga nisbatan o’rganish talab qilinsin. Masalan, agar obyyekt biror xil dyetallar partiyasi bo’lsa, u holda dyetalning sifat byelgisi bo’lib uning standartligi, son byelgisi bo’lib esa dyetalning o’lchami xizmat qilishi mumkin.

Ba’zan tyekshirish yalpi o’tkaziladi, ya’ni to’plamdagi obyyektlarning har birini o’rganilayotgan byelgiga nisbatan tyekshiriladi. Lyekin yalpi tyekshirish amaliyotda nisbatan kam qo’llaniladi. Masalan, to’plam juda ko’p obyyektlarni o’z ichiga olgan bo’lsa, u holda yalpi tyekshirish o’tkazish maqsadga muvofiq emas. Bunday hollarda to’plamdan chyekli sondagi obyyektlar tasodifiy ravishda olinadi va ular o’rganiladi.

Tanlanma to’plam (bundan kyeyin **tanlanma**) dyeb umumiy to’plamdan tasodifiy ravishda ajratib olingan obyyektlar to’plamiga aytiladi.

Bosh to’plam dyeb tanlanma ajratiladigan obyyektlar to’plamiga aytiladi.

To’plam (bosh to’plam yoki tanlanma) hajmi dyeb, bu to’plamdagi obyyektlar soniga aytiladi. Masalan, 500 ta dyetaldan tyekshirish uchun 50 ta dyetal olingan bo’lsa, u holda bosh to’plam hajmi $N = 500$, tanlanma hajmi esa $n = 50$.

Bosh to'plamdan olingan tanlanma bo'yicha bosh to'plam haqida xulosa qilishga asoslangan usulga, **tanlanma usul** dyeb ataladi.

Tanlanmani ajratib olish ikki xil yo'l bilan amalga oshirilishi mumkin: ob'ekt ajratib olinib uning ustida kuzatish o'tkazilgandan so'ng, u bosh to'plamga qaytarilishi yoki qaytarilmasligi mumkin.

Takroriy tanlanma dyeb, shunday tanlanmaga aytiladiki, bunda olingan ob'ekt tajribadan so'ng (kyeyingisini olishdan oldin) bosh to'plamga qaytariladi.

Takroriy bo'lmagan tanlanmada, ajratib olingan ob'ekt kuzatishdan so'ng bosh to'plamga qaytarilmaydi.

Odatda, qaytarilmaydigan tasodifiy tanlashdan foydalaniladi.

Tanlanmadagi ma'lumotlar bo'yicha bosh to'plamning bizni qiziqtirayotgan byelgisi haqida yyetarlicha ishonch bilan fikr yuritish uchun tanlanmaning obyyektlari bosh to'plamni to'g'ri tasvirlashi zarur. Bu talab qisqacha bunday ta'riflanadi: tanlanma **ryepryezyentativ** (vakolatli) bo'lishi kyerak. Odatda, tanlanmaning ryepryezyentativligini ta'minlash uchun bosh to'plam har bir elyemyenting tanlanmaga tushish ehtimoli tyeng dyeb olinadi.

Amaliyotda tanlanma ajratib olishda turli usullardan foydalaniladi.

Bu usullarni 2 tipga ajratish mumkin:

1. Bosh to'plamni qism to'plamlarga ajratmasdan tanlanma olish, bunda: a) qaytarilmaydigan; b) qaytariladigan usullardan foydalaniladi.

2. Bosh to'plamni qism to'plamlarga ajratib so'ngra tanlanma olish, bunda bosh to'plam: a) tipik; b) myexanik; v) syeriyalab qism to'plamlarga ajratiladi, so'ngra tanlanma ajratib olinadi.

Agar bosh to'plamdan obyyektlar bittadan tasodifiy ravishda olinib tanlanma olinsa, bu **oddiy tasodifiy** tanlash dyeyiladi.

Tipik tanlashda bosh to'plamni uning «**tipik**» xususiyatlarini e'tiborga olgan holda qism to'plamlarga ajratiladi, so'ngra uning qism to'plamlaridan tanlanma ajratib olinadi.

Myexanik tanlash bosh to'plamni myexanik ravishda qism to'plamlarga ajratiladi, so'ngra uning qism to'plamlaridan tanlanma ajratib olinadi.

Syeriyali tanlash bosh to'plamni qism to'plamlarga syeriyalab ajratiladi, so'ngra uning qism to'plamlaridan tanlanma ajratib olinadi.

Odatda, tanlanma ajratib olishda yuqoridagi usullardan aralash foydalaniladi, ya'ni ko'rsatilgan usullardan birgalikda foydalaniladi. Masalan, bosh to'plamni ba'zan bir xil hajmli syeriyalarga ajratiladi, kyeyin oddiy tasodifiy tanlash bilan ayrim obyyektlar olinadi.

Bosh to'plamdan tanlanma olingan bo'lsin. Bunda tanlanmaning x_i qiymati $n_i = (1, 2, \dots)$ marta kuzatilgan va $\sum_i n_i = n$ bo'lsin. Kuzatilgan x_i qiymatlar variantalar,

variantalarning ortib yoki kamayib borish tartibida yozilgan kyetma-kyetligi esa **variatsion qator** dyeyiladi.

Kuzatishlar soni- n_i chastotalar, ularning tanlanma hajmi n ga nisbati esa $W_i = \frac{n_i}{n}$ -nisbiy chastotalar dyeyiladi.

Tanlanmaning statistik taqsimoti dyeb, variantalar va ularga mos chastotalar yoki nisbiy chastotalar ro'yxatiga aytiladi.

$$\begin{array}{cccccc} x_i: & x_1 & x_2 & \dots & x_k & \dots \\ n_i: & n_1 & n_2 & \dots & n_k & \dots \end{array} \quad \text{Yoki} \quad \begin{array}{cccccc} x_i: & x_1 & x_2 & \dots & x_k & \dots \\ W_i: & W_1 & W_2 & \dots & W_k & \dots \end{array} \quad (1)$$

Shunday qilib, taqsimot qonuni ehtimollar nazariyasida tasodifiy miqdorning mumkin bo'lgan qiymatlari va ularning ehtimollari orasidagi moslikni, matyematik statistikada esa kuzatilgan variantalar va ularning chastotalari yoki nisbiy chastotalari orasidagi moslikni bildiradi.

Misol.

1. Hajmi 40 bo'lgan tanlanmaning chastotalari taqsimoti:

$$\begin{array}{cccc} x_i: & 2 & 6 & 12 \\ n_i: & 6 & 20 & 14 \end{array}$$

byerilgan. Nisbiy chastotalar taqsimotini yozing.

Yechish. Nisbiy chastotalarni topamiz. Buning uchun chastotalarni tanlanma hajmiga bo'lamiz.

$$W_1 = \frac{6}{40} = 0.15; \quad W_2 = \frac{20}{40} = 0.5; \quad W_3 = \frac{14}{40} = 0.35$$

U holda, nisbiy chastotalar taqsimoti:

$$\begin{array}{cccc} x_i: & 2 & 6 & 12 \\ W_i: & 0.15 & 0.5 & 0.35 \end{array}$$

Empirik taqsimot funksiya. Faraz qilamiz, X -son byelgining statistik taqsimoti ma'lum bo'lsin. Quyidagi byelgilashlar kiritamiz: n_x – X byelgining x dan kichik qiymatlari kuzatilgan kuzatishlar soni; n - umumiy kuzatishlar soni.

Ma'lumki, $X < x$ hodisaning nisbiy chastotasi: $\frac{n_x}{n}$. Agar x o'zgaradigan bo'lsa, u holda, nisbiy chastota ham o'zgaradi. Dyemak, $\frac{n_x}{n}$ nisbiy chastota x ning funksiyasidir.

1-ta'rif. Taqsimotning empirik funksiyasi (tanlanmaning taqsimot funksiyasi) dyeb har bir x qiymat uchun $X < x$ hodisaning nisbiy chastotasini aniqlaydigan $F_n^*(x)$ funksiyaga aytiladi.

Dyemak, ta'rifga ko'ra

$$F_n^*(x) = \frac{n_x}{n} \quad (2)$$

Bu yyerda $n_x - x$ dan kichik variantalar soni, n - tanlanma hajmi.

Misol.

3. Tanlanmaning quyidagi taqsimoti:

x_i :	2	6	10
n_i :	12	18	30

bo'yicha uning empirik funksiyasini tuzing.

Yechish. Tanlanma hajmini topamiz.

$$n = 12 + 18 + 30 = 60$$

$$F_n^*(x) = \begin{cases} 0, & \text{agar } x \leq 2 \text{ bo'lsa,} \\ 0.2, & \text{agar } 2 < x \leq 6 \text{ bo'lsa,} \\ 0.5, & \text{agar } 6 < x \leq 10 \text{ bo'lsa,} \\ 1, & \text{agar } x > 10 \text{ bo'lsa} \end{cases}$$

Bosh to'plamning $F(x)$ - taqsimot funksiyasi nazariy taqsimot funksiyasi dyeb ataladi. Empirik funksiya $F_n^*(x)$ ushbu $X < x$ hodisaning nisbiy chastotasini, nazariy taqsimot funksiya $F(x)$ esa $X < x$ hodisaning ro'y byerish ehtimolini aniqlaydi. $F_n^*(x)$ funksiya uchun $F(x)$ funksiyaning barcha xossalari o'rinli. Ya'ni:

- 1) $F_n^*(x) \in [0,1]$;
- 2) $F_n^*(x)$ -kamaymaydigan funksiya;
- 3) agar x_1 -eng kichik varianta bo'lsa, u holda $x \leq x_1$ qiymatlar uchun $F_n^*(x) = 0$; agar x_k -eng katta varianta bo'lsa, u holda $x > x_k$ qiymatlar uchun $F_n^*(x) = 1$

Shunday qilib, tanlanmaning empirik taqsimot funksiyasi bosh to'plam nazariy taqsimot funksiyasini baholash uchun xizmat qiladi.

Haqiqatan ham, Byernulli tyeoryemasiga asosan,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(|F(x) - F_n^*(x)| < \varepsilon) = 1$$

Dyemak, tanlanmaning empirik taqsimot funksiyasidan bosh to'plam nazariy (intyegral) funksiyasining taxminiy ko'rinishi sifatida foydalanish mumkin.

Ko'rgazmalilik uchun statistik taqsimotning turli grafiklari chiziladi, masalan, poligon va gistogramma.

Chastotalar poligonini yasash uchun Dyekart koordinatalar sistyemasida kyesmalari (x_i, n_i) ($i = 1, 2, \dots$) nuqtalarni tutashtiruvchi siniq chiziq hosil qilish kyerak. **Nisbiy chastotalar poligonini** yasash uchun esa Dyekart koordinatalar sistyemasida kyesmalari (x_i, W_i) ($i = 1, 2, \dots$) nuqtalarni tutashtiruvchi siniq chiziq hosil qilish kyerak bo'ladi. Chastotalar va nisbiy chastotalar poligonini diskryet tasodifiy miqdorlarning grafik usulda byerilishi dyeb ham tushunish mumkin.

Agar kuzatilayotgan byelgi uzluksiz bo'lsa, u holda uni grafik usulda tasvirlash uchun gistogramma yasash maqsadga muvofiqdir, buning uchun byelgining

kuzatiladigan qiymatlarini o'z ichiga olgan intervalni uzunligi o'zgarmas- h bo'lgan bir nechta qismaniy intervalga bo'linadi va har bir i -qismaniy interval uchun n_i -ya'ni i -intervaldagi variantalar chastotalarining yig'indisi topiladi. So'ngra, Dyekart koordinatalar sistyemasida **chastotalar gistogrammasi**, asoslari h uzunlikdagi interval, balandliklari esa $\frac{n_i}{h}$ nisbatlarga (chastota zichligi) tyeng bo'lgan to'g'ri to'rtburchaklardan iborat pog'onaviy figura, yoki **nisbiy chastotalar gistogrammasi** asoslari h uzunlikdagi interval, balandliklari esa $\frac{w_i}{h}$ nisbatga (nisbiy chastota zichligi) tyeng bo'lgan to'g'ri to'rtburchaklardan iborat pog'onaviy figura, yasaladi.