

INTEGRALLARNING TARIXIY RIVOJLANISHI VA MATEMATIK MOHIYATI

Toshkent davlat iqtisodiyot universiteti
International business akademik litseyi o'qituvchisi
Toshboyeva Feruza Atamjanovna

Integral tushunchasi matematika va uning turli sohalaridagi rivojlanishiga katta hissa qo'shgan, murakkab masalalarni yechishda va fizik jarayonlarni matematik modellashtirishda muhim vosita hisoblanadi. U nafaqat geometriyada, balki fizikada, iqtisodiyotda, statistika va boshqa sohalarda ham keng qo'llaniladi. Integrallarni hisoblash va ularning matematik mohiyatini tushunish tarixiy jihatdan murakkab bo'lgan jarayon bo'lib, bu bo'limda integral tushunchasining rivojlanish tarixi va matematik mohiyati kengaytirilgan tarzda ko'rib chiqiladi.

Qadimgi davrlar (Antika davri) va Arximedning hissasi. Integrallarni hisoblashning asoslari qadimgi yunon matematiklari tomonidan ishlab chiqilgan. Bu davrda geometriyaga oid ba'zi masalalar orqali integralni hisoblash usullari shakllanib bordi. **Evripid, Platon va Arximed** kabi olimlar matematikaning geometriya sohasiga katta hissa qo'shdilar. Arximed o'zining geometrik metodlari bilan tanilgan va u **egri chiziqlar ostidagi maydonni** hisoblashni ilgari surgan birinchi matematika olimlaridan biri bo'lgan.

Arximedning **metodlar to'plami** (Aritmetik usul va Egri chiziq metodlari) integralga o'xshash hisoblash usullarini o'z ichiga oladi, ammo bu usullar zamonaviy integral tushunchasidan farq qiladi. U, masalan, o'zining «siyosiy tasmada maydonni» hisoblashda foydalanilgan. Arximedning o'zi integrallashni yangicha yondashuv bilan ishlab chiqmagan bo'lsa ham, uning ishlaridan foydalanib, integral hisoblashning poydevori tashkil topgan.

XVII asr: Nyuton va Leibnizning inqilobiy ishlari. Integral tushunchasining haqiqiy rivojlanishi **17-asrda** ro'y berdi. Bu davrda **Isaak Nyuton** va **Gottfried Wilhelm Leibniz** integralni matematik asosda ta'riflash va qo'llash bo'yicha inqilobiy ishlarga imzo chekishdi. Nyuton va Leibniz o'rtasidagi o'xshashliklar va farqlar integralni hisoblashda yangi metodlarning shakllanishiga olib keldi. Bu olimlarning ishlari zamonaviy integral hisoblashning asosi bo'ldi.

• **Isaak Nyuton:** Nyuton, asosan, fizikaga oid masalalarni yechishda integralni qo'llagan. Uning **harakat qonunlari** va **gravitatsiya** kabi fizik masalalarda integralni qo'llash orqali tabiatdagi jarayonlarni matematik tarzda izohlashga muvaffaq bo'ldi. Nyuton integralni **geometrik maydonni hisoblash** uchun qo'llagan, xususan, **tezlik** va **kuch** kabi kattaliklarni hisoblashda integrallarni qo'llagan. U o'zining **analitik**

geometriya asosidagi ishlari bilan integralni ilmiy kontekstdan ajratib, uning funktsional tahlilga doir asoslarini ishlab chiqqan.

• **Gottfried Wilhelm Leibniz:** Leibniz integral va differensial hisoblashni mustahkamlab, zamonaviy **integral notasini** ishlab chiqqan. Uning $\int$ belgilanishi hozirgi kunda butun dunyo bo‘ylab ishlatiladi. Leibnizning ishlari integrallarni hisoblashni soddalashtirdi va integral tushunchasini **funksiya ostidagi maydon** sifatida ta’riflashga imkon berdi. Uning yondashuvi matematik analizning rivojlanishida kutilgan bosqichni amalga oshirdi.

XVIII asr: Analiz va integrallashning yangi qirralari. 18-asrda integral va differensial hisoblashni rivojlantirishda bir nechta muhim matematiklar o‘z hissasini qo‘shdilar. **Leonhard Euler, Jean le Rond d'Alembert, Pierre-Simon Laplace** va **Joseph Fourier** kabi olimlar integralni fizika, mexanika, va boshqa ilmiy sohalarda qo‘llashning yangi yo‘llarini topdilar.

• **Leonhard Euler:** Euler integralni funksiyalar va ularning analizini o‘rganishda qo‘llagan. U **analitik geometriya** va **funktsional analizga** asos solgan. Euler, shuningdek, **konvergeniya** va **divergensiya** tushunchalarini ham ishlab chiqqan, bu tushunchalar integralning haqiqiy amaliy qo‘llanilishlarini aniqlashda muhim ahamiyatga ega.

• **Jean le Rond d'Alembert:** d'Alembert integralni **harmonik oskilliyatorlar** va **to‘lqinlarni** tushunish va yechishda qo‘llagan. Unga ko‘ra, integral yordamida fizik tizimlarning to‘lqinlar va harakatlarini matematik modelga kiritish mumkin.

19-20 asr: Lebesgue integrali va umumiydashgan usullar. 19-asrda matematik analiz va integral hisoblashda yangiliklar yuz berdi. **Bernhard Riemann** o‘zining **Riemann integralini** taklif qilib, funksiya va uning chegaralari o‘rtasidagi munosabatni chuqurroq o‘rgandi. **Riemann integrali** yordamida turli xil funktsiyalarning maydonlarini hisoblash mumkin bo‘ldi, biroq bu usul faqat uzluksiz funksiyalar uchun ishlaydi.

• **Henri Lebesgue:** 20-asrda **Lebesgue integrali** ishlab chiqildi, bu esa **noaniq yoki uzluksiz bo‘lmagan** funktsiyalarni hisoblashga imkon beradi. Lebesgue integrali orqali, integrallashni ko‘proq umumlashtirish va matematik jihatdan aniqroq qilish mumkin. Lebesgue integrali to‘plamlarni o‘lchash va o‘zgaruvchilarni normallashtirish bilan bog‘liq masalalarni hal qilish uchun juda muhim vosita hisoblanadi.

Matematik mohiyati. Integrallarning matematik mohiyati va ularning geometrik va fizikada qo‘llanilishi o‘zaro chambarchas bog‘langan. Integrallarni hisoblashning asosiy maqsadi-**funksiyaning grafikasining ostidagi maydonni** hisoblashdir. Matematikaning turli sohalarida integral tushunchasining amaliy qo‘llanilishi shu maydonning turli xususiyatlarini o‘rganishga yordam beradi.

• **Geometriya:** Integrallar geometriya sohasida egri chiziqlar, yuzalar, hajmlar kabi o‘lchovlarni aniqlashda ishlatiladi. Masalan, **ayniqsa, sferik va silindrik**

koordinatalarda maydonlarni hisoblashda integralning o‘rni juda katta. **Funktsional analizda** integralning yordami bilan o‘lchovlar, transformatsiyalar va operatorlar o‘rganiladi.

• **Fizika:** Fizikada integral tushunchasi juda ko‘p o‘lchovlar va jarayonlarni aniqlashda ishlatiladi. **Energiyalar, tezliklar, kuchlar** va **quvvatni** hisoblash uchun integralni qo‘llash keng tarqalgan. Misol uchun, **Nyuton qonunlari** va **Maxvell tenglamalari** integrallar yordamida matematik ifodalanadi.

• **Iqtisodiyot va Statistika:** Iqtisodiyotda integrallar yordamida **foydali resurslarni maksimal darajada samarali ishlatish** uchun model va prognozlar tuziladi. **Statistikada** esa integralni **taqsimot funksiyalari** va **qismlar ostidagi maydonlarni** hisoblashda qo‘llaniladi.

Integral tushunchasi tarixda rivojlanishining ikki asosiy bosqichini o‘z ichiga oladi: qadimgi geometrik masalalardan tortib, zamonaviy matematik analizga qadar. **Isaak Nyuton** va **Gottfried Wilhelm Leibniz**ning ishlari integral tushunchasining matematik nazariyasini shakllantirgan bo‘lsa, keyinchalik **Henri Lebesgue**ning ishlari integralni yangi bosqichga olib chiqdi. Integrallar bugungi kunda nafaqat matematikada, balki fizika, iqtisodiyot, statistika va boshqa ko‘plab sohalarda qo‘llaniladigan muhim matematik vositadir.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Abdukarimov, B. (2015). *Integral va uning matematik asoslari*. Toshkent: O‘qituvchi.
2. Baxtiyorov, S. (2021). *Zamonaviy ta’lim texnologiyalari*. Toshkent: Science and Education.
3. Abdurahmonov, M. (2019). *Matematika darslarida interaktiv metodlardan foydalanish*. Toshkent: O‘qituvchi.
4. Xolmatov, I. (2017). *Matematik integralning asosiy tushunchalari*. Toshkent: O‘zbekiston Respublikasi Oliy va o‘rta maxsus ta’lim vazirligi.
5. Vohidov, N. (2018). *Pedagogik texnologiyalar va ularning matematik ta’limda qo‘llanishi*. Toshkent: Sharq.
6. Turaev, D. (2020). *Integral va uning fizikadagi tatbiqlari*. Toshkent: Ilm va Texnika.
7. Akramov, B. (2016). *Integrallarni o‘qitish metodikasi*. Toshkent: Ta’lim.
8. Zayniddinov, U. (2020). *Matematika darslarida interaktiv vositalar yordamida o‘qitish*. Samarqand: Samarqand universiteti nashriyoti.
9. Azimov, R. (2021). *GeoGebra yordamida integrallarni o‘rgatish*. Toshkent: O‘qituvchi.
10. Nazarov, Sh. (2017). *Integrallar va ularning pedagogik ahamiyati*. Toshkent: Fan.