

**MATEMATIK MODELLASHTIRISHDA FURYE, DALAMBER VA
XARAKTERISTIK USULLAR*****Sharofutdinov Iqboljon Usmonjon o'g'li****Farg'ona davlat universiteti katta o'qituvchisi, p.f.f.d.(PhD)**E-mail:Iqbol0766@gmail.com****Xudoyberdiyev Nozimbek Zarifjon o'g'li****Farg'ona davlat universiteti talabasi**E-mail:nozimbekxudoyberdiyev55@gmail.com***Annotatsiya**

Ushbu maqolada matematik fizika tenglamalarini yechishda qo'llaniladigan Furye usuli, Dalmber usuli va xarakteristik usullarning nazariy asoslari hamda amaliy imkoniyatlari yoritilgan. Issiqlik o'tkazuvchanlik va to'lqin tenglamalari misolida ushbu usullarning samaradorligi tahlil qilingan. Shuningdek, avtomodellik tushunchasining matematik mazmuni va uning fizik jarayonlarni modellashtirishdagi roli ochib berilgan. Mazkur yondashuvlar murakkab jarayonlarni soddalashtirish va umumiy qonuniyatlarni aniqlash imkonini berishi asoslab beriladi. Maqola matematik fizika va amaliy matematika yo'nalishida tahsil olayotgan talabalar hamda tadqiqotchilar uchun mo'ljallangan.

Kalit so'zlar: matematik fizika tenglamalari, Furye usuli, Dalmber usuli, xarakteristik usullar, avtomodellik, to'lqin tenglamasi, issiqlik tenglamasi.

Аннотация

В статье рассматриваются теоретические основы и прикладные возможности методов Фурье, Даламбера и характеристик при решении уравнений математической физики. На примере уравнений теплопроводности и волнового уравнения показана эффективность данных методов. Особое внимание уделено понятию автомодельности и его роли в анализе и обобщении физических процессов. Показано, что автомодельные решения позволяют существенно упростить исследование сложных явлений. Работа предназначена для студентов и исследователей в области математической физики и прикладной математики.

Ключевые слова: уравнения математической физики, метод Фурье, метод Даламбера, характеристические методы, автомодельность, волновое уравнение, теплопроводность.

Annotation

This paper examines the theoretical foundations and practical applications of the Fourier method, Dalmber's method, and characteristic methods in solving equations of mathematical physics. The effectiveness of these methods is demonstrated using

heat conduction and wave equations. Special attention is given to the concept of self-similarity and its role in modeling and analyzing physical processes. It is shown that self-similar solutions enable the simplification of complex equations and the identification of universal laws. The study is intended for students and researchers in mathematical physics and applied mathematics.

Keywords: equations of mathematical physics, Fourier method, D'Alembert's method, characteristic methods, self-similarity, wave equation, heat equation.

Zamonaviy matematika, fizika va muhandislik fanlarining rivojlanishi murakkab tabiiy va texnik jarayonlarni chuqur tahlil qilishni talab etadi. Bunday jarayonlar ko'pincha matematik fizika tenglamalari orqali ifodalanadi. Issiqlik almashinuvi, to'lqinlarning tarqalishi, elastik muhitdagi tebranishlar, suyuqlik va gazlar harakati kabi hodisalar qisman hosilali differensial tenglamalar yordamida modellashtiriladi. Ushbu tenglamalarni yechish uchun esa maxsus analitik va yarim analitik usullar ishlab chiqilgan bo'lib, ular orasida Furie usuli, D'Alembert usuli va xarakteristik usullar alohida o'rin tutadi. Shuningdek, avtomodellik tushunchasi bunday tenglamalar yechimlarining umumiy xususiyatlarini aniqlashda muhim nazariy ahamiyatga ega.

Matematik fizika tenglamalari ko'p hollarda murakkab bo'lib, ularni to'g'ridan-to'g'ri yechish imkoniyati mavjud emas. Shu sababli tarixan turli yechish usullari shakllangan. Furie usuli, D'Alembert usuli va xarakteristik usullar ana shunday samarali metodlar sirasiga kiradi. Bu usullar yordamida tenglamalarni soddalashtirish, chegaraviy va boshlang'ich shartlarni hisobga olgan holda aniq yoki yaqin yechimlarni topish mumkin bo'ladi. Ushbu usullar nafaqat nazariy jihatdan, balki amaliy masalalarni hal etishda ham keng qo'llaniladi.

Furie usuli matematik tahlilda eng muhim usullardan biri bo'lib, u murakkab funksiyalarni trigonometrik qatorlar yoki integral o'zgartirishlar orqali ifodalashga asoslanadi. Ushbu usul ayniqsa issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasi, diffuziya jarayonlari va tebranish masalalarini yechishda katta ahamiyatga ega. Furie qatorlari yordamida chegaraviy masalalar ketma-ketlikka ajratiladi va ularning yechimi sodda ko'rinishda olinadi. Natijada murakkab fizik jarayonlar matematik jihatdan tushunarli va tahlil qilinadigan shaklga keltiriladi.

Furie usuli asosan **chegaraviy masalalarni** yechishda qo'llaniladi. Ushbu usulning mohiyati funksiyani **trigonometrik qatorlar** yordamida yoyishga asoslangan. Furie qatorlari yordamida murakkab funksiyalar oddiy sinus va kosinuslar yig'indisi ko'rinishida ifodalanadi.

Agar funksiya ma'lum oraliqda aniqlangan bo'lsa, uni quyidagi ko'rinishda yozish mumkin:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$$

Bu yerda a_n va b_n – Furiye koeffitsiyentlari.

Issiqlik tenglamasi:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

chegaraviy shartlar berilgan holatda Furiye usuli yordamida fazoviy va vaqtga bog‘liq qismlarga ajratilib, masala alohida oddiy differensial tenglamalarga keltiriladi. Natijada haroratning vaqt bo‘yicha qanday o‘zgarishi aniqlanadi.

Dalamber usuli esa asosan bir o‘lchamli to‘lqin tenglamalarini yechishda qo‘llaniladi. Ushbu usul fransuz matematigi Jan le Rond Dalamber tomonidan taklif qilingan bo‘lib, to‘lqinlarning tarqalish mexanizmini aniq matematik ifodalash imkonini beradi. Dalamber formulasiga ko‘ra, to‘lqin tenglamasining yechimi ikki qarama-qarshi yo‘nalishda harakatlanuvchi to‘lqinlar yig‘indisi sifatida qaraladi. Bu esa mexanik tebranishlar, akustik to‘lqinlar va elektromagnit hodisalarni o‘rganishda muhim ahamiyat kasb etadi.

Dalamber usuli bir o‘lchamli **to‘lqin tenglamasi** uchun samarali hisoblanadi. Ushbu usul tenglamani yangi o‘zgaruvchilar orqali soddalashtirishga asoslanadi. To‘lqin tenglamasi:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

Dalamber almashtirishlari orqali yechim quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi:

$$u(x, t) = f(x - ct) + g(x + ct)$$

Bu yerda f va g – boshlang‘ich shartlardan aniqlanadigan funksiyalar.

Misol: Arqonning tebranishi masalasida Dalamber formulasi yordamida to‘lqinlarning chap va o‘ng tomonga tarqalishi aniq tasvirlanadi. Bu esa fizik jarayonni aniq tushunishga imkon beradi.

Xarakteristik usullar esa giperbolik turdagi differensial tenglamalarni yechishda qo‘llaniladigan samarali metodlardan biridir. Ushbu usul tenglamaning xarakteristik chiziqlarini aniqlashga asoslanadi. Xarakteristik chiziqlar bo‘ylab tenglama oddiy differensial tenglamaga aylantiriladi va natijada masalani yechish ancha soddalashadi. Xarakteristik usullar suyuqliklar dinamikasi, gazlar harakati, transport jarayonlari va to‘lqinlar nazariyasida keng qo‘llaniladi. Bu usul fizik jarayonlarning fazo va vaqt bo‘yicha rivojlanishini aniq tasvirlash imkonini beradi.

Xarakteristik usullar birinchi tartibli xususiy hosilali differensial tenglamalarni yechishda qo'llaniladi. Ushbu usulda tenglama **xarakteristik chiziqlar** bo'yicha oddiy differensial tenglamaga aylantiriladi.

Agar tenglama:

$$a(x, y) \frac{\partial u}{\partial x} + b(x, y) \frac{\partial u}{\partial y} = c(x, y, u)$$

ko'rinishda bo'lsa, u holda xarakteristik tenglamalar:

$$\frac{\partial x}{a} = \frac{\partial y}{b} = \frac{\partial u}{c}$$

ko'rinishida yoziladi.

Misol: Transport tenglamalarida (masalan, gaz yoki suyuqlik oqimi) xarakteristik usul yordamida muhitda moddaning tarqalish yo'nalishi aniqlanadi.

Avtomodellik tushunchasi esa matematik fizika tenglamalari yechimlarining o'ziga xos xususiyatini ifodalaydi. Avtomodelli yechimlar shunday yechimlarki, ular ma'lum masshtab o'zgarishlariga nisbatan o'z shaklini saqlab qoladi. Boshqacha aytganda, bunday yechimlarda fazo va vaqt o'zgaruvchilari maxsus kombinatsiya orqali birlashtiriladi. Avtomodellik ko'plab fizik jarayonlarda, jumladan portlashlar nazariyasi, issiqlik tarqalishi, diffuziya va turbulent oqimlarda uchraydi. Ushbu tushuncha murakkab jarayonlarni umumiy qonuniyatlar asosida tahlil qilish imkonini beradi.

Avtomodellik – bu tizimning yechimlari **o'lchamlarni moslashtirish** orqali o'z shaklini saqlab qolish xususiyatidir. Bunday yechimlar ko'pincha fizik jarayonlarning asosiy qonuniyatlarini aks ettiradi. Avtomodelli yechimlar ko'pincha quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$u(x, t) = t^\alpha F\left(\frac{x}{t^\beta}\right)$$

Bu yerda α va β – moslashuv ko'rsatkichlari.

Amaliy ahamiyati: Avtomodellik issiqlik tarqalishi, portlash jarayonlari va suyuqliklar mexikasida keng qo'llaniladi. U murakkab tenglamalarni soddalashtirib, umumiy qonuniyatlarni aniqlash imkonini beradi.

Furye, Dalamber va xarakteristik usullarni o'rganish avtomodellik tushunchasi bilan chambarchas bog'liq. Chunki ko'plab avtomodelli yechimlar aynan ushbu usullar yordamida aniqlanadi yoki tahlil qilinadi. Masalan, Furye o'zgartirishlari avtomodelli yechimlarni aniqlashda qulay vosita bo'lib xizmat qiladi. Xarakteristik usullar esa avtomodelli o'zgaruvchilarni tanlashda muhim rol o'ynaydi. Bu holat mazkur mavzuning nazariy va amaliy ahamiyatini yanada oshiradi.

Ushbu mavzuning dolzarbligi shundaki, Furye, Dalamber va xarakteristik usullar hozirgi zamon ilm-fanida, xususan, muhandislik hisoblari, axborot

texnologiyalari, fizik modellashtirish va texnik tizimlarni loyihalashda keng qo'llanilmoqda. Issiqlik almashinuvi jarayonlarini hisoblash, to'liq signal va tebranishlarni tahlil qilish, aerodinamika va gidrodinamika masalalarini yechishda ushbu usullarsiz samarali natijalarga erishish qiyin. Avtomodellik esa hisoblash jarayonlarini soddalashtirib, umumiy yechimlarni olish imkonini beradi.

Ta'lim jarayonida ushbu mavzuni o'rganish talabalarda matematik tafakkurni rivojlantirish, murakkab masalalarni tizimli tahlil qilish va nazariy bilimlarni amaliy vaziyatlarda qo'llash ko'nikmalarini shakllantiradi. Furiye, Dalamber va xarakteristik usullarni chuqur o'zlashtirish matematik fizika, differensial tenglamalar va amaliy matematika fanlarining asosiy tushunchalarini mustahkamlashga xizmat qiladi. Avtomodellik tushunchasi esa talabalarda umimlashtirish va abstrakt fikrlash qobiliyatini rivojlantiradi.

Xulosa: Furiye, Dalamber usullari va xarakteristik usullar hamda avtomodellik tushunchasi matematik fizika tenglamalarini o'rganishda muhim nazariy va amaliy ahamiyatga ega. Ushbu mavzu orqali murakkab fizik jarayonlarning matematik mohiyati ochib beriladi, ularni yechishning samarali usullari o'rganiladi va real muammolarni hal qilishda qo'llash imkoniyatlari kengayadi. Shu sababli mazkur mavzu zamonaviy ilm-fan va ta'lim tizimida dolzarb va muhim yo'nalishlardan biri hisoblanadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Haberman R. *Applied Partial Differential Equations with Fourier Series and Boundary Value Problems*. – Boston: Pearson, 2013.
2. Tikhonov A.N., Samarskii A.A. *Equations of Mathematical Physics*. – New York: Dover, 1990.
3. Logan J.D. *Applied Mathematics*. – Hoboken: Wiley, 2013.
4. Ince E.L. *Ordinary Differential Equations*. – New York: Dover, 1956.
5. Kamke E. *Differentialgleichungen: Lösungen und Lösungsmethoden*. – Leipzig: Chelsea, 1959.
6. Farlow S.J. *Partial Differential Equations for Scientists and Engineers*. – New York: Dover, 1993.
7. Ibragimov N.H. *Differentsial tenglamalar va ularning ilovalari*. – Toshkent: Fan, 2010.
8. Karimov B.A. *Matematik fizika tenglamalari va ularni yechish usullari*. – Toshkent: O'zbekiston Milliy Universiteti nashriyoti, 2015.
9. Lurie A.I. *Analiz va differensial tenglamalar*. – Moskva: Nauka, 2002.
10. Smirnov V.I. *Cours de mathematiques superieures: Cauchy problem and characteristics*. – Moscow: Fizmatlit, 2005.