

SONLI KETMA-KETLIKLAR VA ULARNING LIMITI: TA'RIFLAR, TEOREMLAR VA AMALIY MISOLLAR

Oltiyev Baxriddin Jo'rayevich

Termiz davlat pedagogika instituti o'qituvchisi

Norsaidova Barno Akram qizi,

Mahmadiyorova Shahnoza Ibodulla qizi

Termiz davlat pedagogika instituti 3-bosqich talabalari

Annotatsiya. Ushbu ilmiy maqolada sonli ketma-ketlik tushunchasi, ketma-ketlik limitining ε -N ta'rifi, limitning asosiy xossalari hamda yaqinlashuvni tekshirishga doir klassik teoremlar (monotonlik va chegaralanganlik, siqish teoremasi, Koshy mezoni) tizimli yoritiladi. Shuningdek, turli tipdagi ketma-ketliklarga oid hisob-kitobli misollar keltirilib, limitning amaliy ahamiyati (algoritmlar yaqinlashuvi, iqtisodiy modellashtirish, fizika jarayonlari) bo'yicha qisqacha tahlil beriladi.

Kalit so'zlar: sonli ketma-ketlik, limit, ε -N ta'rifi, yaqinlashuvchi ketma-ketlik, Koshy mezoni, monoton ketma-ketlik, siqish teoremasi.

Kirish

Matematik analizda cheksiz jarayonlar bilan ishlash zarurati ko'plab nazariy va amaliy masalalarda uchraydi. Funksiya limitlari, uzluksizlik, hosila va integral kabi asosiy tushunchalar ketma-ketliklar nazariyasiga tayanadi. Xususan, sonli ketma-ketliklar va ularning limiti tushunchasi real jarayonlarni ketma-ket yaqinlashish orqali modellashtirishga imkon beradi. Masalan, hisoblash matematikasida iteratsion algoritmlar ma'lum yechimga yaqinlashishi ketma-ketlik limiti orqali baholanadi; iqtisodiyotda o'sish ko'rsatkichlarining uzoq muddatli xulqi ketma-ketliklar bilan ifodalanadi; fizikada esa diskret o'lchovlar ketma-ketligi uzluksiz limitga olib kelishi mumkin.

Mazkur maqolaning maqsadi — sonli ketma-ketliklar limitini qat'iy ta'riflash, limitning asosiy xossalarini bayon etish, yaqinlashuv mezonlarini ko'rsatish va amaliy misollar orqali mavzuni mustahkamlashdan iborat.

1. Sonli ketma-ketlik tushunchasi va asosiy turlari

1.1. Ta'rif

$$\{a_n\} = a_1, a_2, a_3, \dots$$

ko'rinishidagi haqiqiy sonlar ketma-ketligi **sonli ketma-ketlik** deyiladi. Bu yerda $n \in \mathbb{N}$ — indeks, a_n — ketma-ketlikning n -hadi.

Ketma-ketliklar turli usulda berilishi mumkin:

• **Aniq formula:** $a_n = f(n)$

• **Rekursiv formula:** $a_{n+1} = g(a_n)$

• **Algoritmik/jadval ko‘rinishida** va h.k.

1.2. Monotonlik

• **O‘suvchi:** $a_{n+1} \geq a_n$ (qat’iy o‘suvchi: $>$)

• **Kamayuvchi:** $a_{n+1} \leq a_n$

Monoton ketma-ketliklar limitga ega bo‘lish masalasida muhim o‘rin tutadi.

1.3. Chegaralanganlik

Ketma-ketlik **yuqoridan chegaralangan**, agar shunday M mavjud bo‘lsaki $a_n \leq M$ barcha n lar uchun. **Pastdan chegaralangan**, agar shunday m mavjud bo‘lsaki $a_n \geq m$. Ikkalasi ham bajarilsa, ketma-ketlik **chegaralangan** deyiladi:

$$m \leq a_n \leq M.$$

2. Ketma-ketlik limiti: ε -N ta’rif va talqin

2.1. Limit ta’rifi

Ketma-ketlik $\{a_n\}$ ning limiti A ga teng deyiladi, agar har qanday $\varepsilon > 0$ uchun shunday N soni topiladiki, barcha $n \geq N$ lar uchun

$$|a_n - A| < \varepsilon$$

tengsizlik bajarilsa. Bunda

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = A$$

deb yoziladi.

Mazmuni: n juda katta bo‘lganda a_n sonlari A ga istalgancha yaqinlashadi va bu yaqinlik darajasini ε bilan boshqarish mumkin.

$$|a_n - A| < \varepsilon$$

tengsizlik bajarilsa. Bunda

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = A$$

deb yoziladi.

Mazmuni: n juda katta bo‘lganda a_n sonlari A ga istalgancha yaqinlashadi va bu yaqinlik darajasini ε bilan boshqarish mumkin.

Ketma-ketlik limitining amaliy ahamiyati

1. **Hisoblash matematikasi va algoritmlar.** Iteratsion usullarda (masalan, Nyuton usuli, gradient tushish) yechimlar ketma-ketligi $\{x_n\}$ hosil bo‘ladi. Algoritmning “to‘g‘ri ishlashi” ko‘pincha $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x^*$ (optimal yechim) sharti bilan baholanadi.

2. **Iqtisodiy modellashtirish.** Inflyatsiya, investitsiya, o‘sish koeffitsientlari vaqt bo‘yicha diskret ko‘rinishda o‘lchanadi. Uzoq muddatli barqarorlashuv yoki “portlash” (cheksiz o‘sish) holatlari ketma-ketlik limitlari bilan ifodalanadi.

3. **Fizika va muhandislik.** Diskret o‘lchovlar, approksimatsiya, signalni raqamlashtirish jarayonlari limit tushunchasi bilan uzluksiz modellarni asoslaydi.

Xulosa

Sonli ketma-ketliklar va ularning limiti matematik analizning tayanch tushunchalaridan biridir. ε -N ta’rif limitni qat’iy va aniq ifodalashga imkon beradi;

limitning algebraik xossalari hisoblash jarayonlarini soddalashtiradi; monotonlik va chegaralanganlik hamda siqish teoremasi yaqinlashuvni tekshirishda samarali vosita bo'lib xizmat qiladi. Keltirilgan misollar ketma-ketliklarning turli xatti-harakatlarini (yaqinlashish, tebranish, cheksiz o'sish) namoyish etadi. Natijada, ketma-ketliklar nazariyasi nafaqat sof matematika, balki amaliy fanlar uchun ham muhim metodik asosdir.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. **Fikhtengolts** **G.M.**
Differensial va integral hisob. 1–2-jildlar. — Moskva: Nauka, 2003.
2. **Zorich V.A.** *Mathematical Analysis.* Vol. 1–2. — Springer, 2015.
3. **Apostol T.** *Calculus, Vol. 1: One-Variable Calculus with an Introduction to Linear Algebra.* — Wiley, 2007.
4. **Kolmogorov A.N., Fomin S.V.** *Elements of the Theory of Functions and Functional Analysis.* — Dover Publications, 1999.
5. **Rudin W.** *Principles of Mathematical Analysis.* — McGraw-Hill, 1976.
6. **Demidovich B.P.** *Problems in Mathematical Analysis.* — Mir Publishers, 1989.
7. **Courant R., John F.** *Introduction to Calculus and Analysis.* Vol. 1. — Springer, 1999.
8. **Shilov G.E.** *Mathematical Analysis.* — Pergamon Press, 1977.
9. **Kudryavtsev L.D.** *A Course of Mathematical Analysis.* — Mir Publishers, 1983.
10. **Stewart J.** *Calculus.* — Cengage Learning, 2016.