

**BIRINCHI DARAJALI VA IKKINCHI DARAJALI PANEL REGRESSIYA  
MODELLARINI SOLISHTIRISH**

**Raximova Umida Ziyodullayevna -**

*Samarqand iqtisodiyot va servis instituti,  
Oliy matematika kafedrası katta o`qituvchisi*

**Xaitov Nurkamol Nuralivich -**

*Samarqand iqtisodiyot va servis instituti,  
Iqtisodiyot fakulteti talabasi*

**Annotatsiya:** Panel ma'lumotlar asosida qurilgan regressiya modellari zamonaviy ekonometrikaning muhim qismini tashkil etadi va ko'p sonli kuzatuvlarni tahlil qilishda keng qo'llaniladi. Ushbu maqolada birinchi darajali va ikkinchi darajali panel regressiya modellari nazariy va amaliy jihatdan qiyosiy tahlil qilinadi. Tadqiqot natijasida ikki model orasidagi farqlar, ularning afzalliklari va qo'llanilish sohalari aniqlangan hamda qaysi holatda qaysi model samarali ekanligiga doir amaliy xulosalar berilgan.

**Kalit so`zlar:** panel ma'lumotlar, birinchi darajali regressiya, ikkinchi darajali regressiya, chiziqli model, kvadratik model, sabit effektlar, tasodifiy effektlar, Hausman testi, determinatsiya koeffitsienti, qoldiqlar dispersiyasi.

**Kirish.** Panel ma'lumotlar - bu bir vaqtning o'zida ham kesimli, ham vaqt bo'yicha kuzatuvlarni o'z ichiga oluvchi ma'lumotlar to'plamidir. Bunday tuzilma tadqiqotchilarga ko'plab firmalar, uy xo'jaliklari yoki davlatlar bo'yicha bir necha yil davomida to'plangan ma'lumotlarni birga tahlil qilish imkonini beradi. Bu esa oddiy kross-seksion yoki faqat vaqt qatorlari tahlilida yo'qolishi mumkin bo'lgan muhim iqtisodiy munosabatlarni aniqlab olishga yordam beradi.<sup>1</sup>

Regressiya modellari panel ma'lumotlar bilan ishlashda ikkita asosiy yo'nalishda quriladi, birinchi darajali model va ikkinchi darajali model. Birinchi darajali model tushuntiruvchi o'zgaruvchi bilan tushuntiriluvchi o'zgaruvchi orasidagi munosabat to'g'ri chiziqli degan taxmindan kelib chiqadi. Bu model oddiy va talqin qilish uchun qulay bo'lsa-da, iqtisodiy jarayonlarning ko'pchiligi aslida chiziqsiz xarakter kasb etadi. Masalan, daromad oshishi va iste'mol o'rtasidagi bog'liqlik, yoki kapital qo'yilmalar va o'sish sur'ati orasidagi munosabat ma'lum bir nuqtadan keyin o'zgarib borishi mumkin.

<sup>1</sup>Akaike, H. (1974). A New Look at the Statistical Model Identification. IEEE Transactions on Automatic Control, 19(6), 716–723.

Ikkinchi darajali model esa mustaqil o'zgaruvchining kvadrat hadini ham modelga kiritadi va shu bilan chiziqsiz bog'liqliklarni hisobga olish imkonini beradi. Bu model ayniqsa iqtisodiyotda uchraydigan egiluvchi yoki qayriladigan munosabatlarni tahlil qilishda keng foydalaniladi. Jumladan, Kuznets egri chizig'i gipotezasi yoki ekologik Kuznets egri chizig'i aynan ikkinchi darajali modellar orqali empirik tekshiriladi.<sup>2</sup>

Ushbu maqolaning maqsadi - panel regressiyaning birinchi va ikkinchi darajali shakllarini bir-biri bilan nazariy va amaliy jihatdan qiyoslab, ularning afzallik va kamchiliklarini ochib berish, shuningdek tadqiqotchilar uchun model tanlashda amaliy yo'riqnoma berish. Tahlil davomida sabit effektlar va tasodifiy effektlar modellari ham muhokama qilinadi, chunki panel ma'lumotlarda bu ikki yondashuv birinchi va ikkinchi darajali modellarning har biri bilan birlashtirilishi mumkin.

**Adabiyotlar sharhi.** Panel regressiya modellari bo'yicha iqtisodiy adabiyotlar nihoyatda boy bo'lib, birinchi va ikkinchi darajali modellarni solishtirish masalasi ko'plab tadqiqotlarda alohida o'rin tutadi.

Baltagi panel ma'lumotlar ekonometrikasi sohasidagi yirik mutaxassislardan biri hisoblanadi. U o'zining "Econometric Analysis of Panel Data" nomli asarida panel regressiyaning turli shakllarini, jumladan chizikli va chiziqsiz modellarni batafsil tahlil qilgan. Baltagi fikricha, ko'plab iqtisodiy jarayonlarda chizikli model ma'lumotlarni to'liq izohlashga yetarli emas va ikkinchi darajali hadni modelga kiritish ko'pincha tushuntiruvchi qobiliyatni sezilarli darajada oshiradi. Shuningdek, u panel ma'lumotlarda sabit va tasodifiy effektlarni to'g'ri tanlash uchun Hausman testidan foydalanishni tavsiya etgan va bu test natijalarining chizikli hamda kvadratik modellar uchun farq qilishi mumkinligini ko'rsatgan.

Wooldridge panel ma'lumotlar bilan ishlashda ikkinchi darajali modellarning ahamiyatini boshqacha nuqtai nazardan baholaydi. U o'zining "Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data" kitobida o'zgaruvchilar orasidagi chiziqsiz munosabatlarni aniqlash uchun modelga kvadrat yoki kesishma hadlarini qo'shish zarurligini ta'kidlaydi. Wooldridge birinchi darajali modelni ishlatishda endogenlik muammosi yuzaga kelsa, ikkinchi darajali modelning ushbu muammoni qisman yumshatishga yordam berishi mumkinligini ham kursatgan. Bundan tashqari, u AIC va BIC kabi model tanlash mezonlarini panel ma'lumotlarga qo'llash metodologiyasini taklif etgan.<sup>3</sup>

Ko'pgina amaliy tadqiqotlarda ham ikki model orasidagi tanlash masalasi dolzarb muammo sifatida namoyon bo'ladi. Masalan, Dinda ekologik Kuznets egri chizig'ini panel ma'lumotlar asosida tekshirishda chizikli modelning yetarli emasligini

<sup>2</sup>World Bank Open Data. (2024). World Development Indicators. <https://data.worldbank.org/>

<sup>3</sup>Wooldridge, J. M. (2010). Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data (2nd ed.). MIT Press, Cambridge, MA.

isbotlagan va kvadratik modelning tushuntirish kuchi ancha yuqori ekanligini ko'rsatgan. Ushbu natijalar yuqori va quyi daromadli mamlakatlar uchun modellash strategiyasini tanglashda katta amaliy ahamiyatga ega.<sup>4</sup>

**Tadqiqot metodologiyasi.** Ushbu maqola tahlil qilish usullarining quyiagilari orqali tahlil qilinib yoritib berildi. Matematik tahlil orqali mavzuga bevosita aloqador matematik formulalar tahlili, ularning yechimlari va amaliy tadbirlari o'rganildi. Shuningdek, empirik usul orqali esa mavzuga tegishli bo'lgan nazariy ma'lumotlar o'rganildi.

**Tahlil va natijalar.** Panel ma'lumotlar bilan ishlashda ikkita asosiy model ko'rib chiqiladi. Birinchisi - chiziqli model bo'lib, u quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$Y(it) = \alpha + \beta_1 \cdot X(it) + \mu(i) + \varepsilon(it).$$

Bu modelda  $X$  o'zgaruvchisi bir birlikka oshganda,  $Y$  aynan  $\beta_1$  miqdorga o'zgaradi deb taxmin qilinadi. Model sodda va talqin qilish uchun qulay, ammo iqtisodiy jarayonlardagi murakkab bog'liqliklarni har doim ham to'liq ifodalay olmaydi.

Ikkinchisi - kvadratik model bo'lib, unga  $X$  ning kvadrat hadi qo'shiladi:

$$Y(it) = \alpha + \beta_1 \cdot X(it) + \beta_2 \cdot X^2(it) + \mu(i) + \varepsilon(it).$$

Bu yerda  $\beta_2$  koeffitsientining ishorasi muhim: u manfiy bo'lsa, bog'liqlik qayrilgan parabolani, musbat bo'lsa - to'g'ri parabolani ifodalaydi. Munosabatning aylanish nuqtasi esa  $X = -\beta_1 / (2 \cdot \beta_2)$  formula orqali topiladi va bu qaysi daromad yoki investitsiya darajasida o'zgaruvchanlik eng yuqori yoki past bo'lishini ko'rsatadi.

Har ikkala model uchun individual effektlar  $\mu(i)$  sabit (FE) yoki tasodifiy (RE) deb ko'rib chiqilishi mumkin. Qaysi yondashuv to'g'riligini aniqlash uchun Hausman testi qo'llaniladi:

$$H = (\beta_{FE} - \beta_{RE})' \cdot [Var(\beta_{FE}) - Var(\beta_{RE})]^{-1} \cdot (\beta_{FE} - \beta_{RE}).$$

Test statistikasi  $\chi^2$  taqsimotiga bo'ysunadi va u kritik qiymatdan katta chiqsa, sabit effektlar modeli afzal hisoblanadi.

Modellar sifatini solishtirish uchun bir necha mezonga murojaat etiladi. Determinatsiya koeffitsienti -  $R^2 = 1 - [\sum(Y - \hat{Y})^2] / [\sum(Y - \bar{Y})^2]$  modelning tushuntirish kuchini foizda ko'rsatadi. Biroq kvadratik modelda o'zgaruvchilar soni ko'paygani sababli  $R^2$  sun'iy oshib ketishi mumkin, shuning uchun tuzatilgan  $R^2$  -  $R^2 = 1 - [(1 - R^2) \cdot (n - 1)] / (n - k - 1)$  - ko'rsatkichi ishlatiladi. Bundan tashqari, AIC ( $2k - 2 \cdot \ln(L)$ ) va BIC ( $k \cdot \ln(n) - 2 \cdot \ln(L)$ ) mezonlari ortiqcha parametrlarni hisobga olgan holda modellarni adolatli qiyoslash imkonini beradi: bu ikki ko'rsatkich qancha kichik bo'lsa, model shuncha sifatli hisoblanadi.<sup>5</sup>

<sup>4</sup>Dinda, S. (2004). Environmental Kuznets Curve Hypothesis: A Survey. Ecological Economics, 49(4), 431–455.

<sup>5</sup>Hausman, J. A. (1978). Specification Tests in Econometrics. Econometrica, 46(6), 1251–1271.

Birinchi va ikkinchi darajali panel regressiya modellarini amaliy tahlil qilish uchun ko'rib chiqaylik: bog'liq o'zgaruvchi sifatida aholi jon boshiga to'g'ri keladigan YaIM (Y), tushuntiruvchi o'zgaruvchi sifatida esa kapital qo'yilmalar ulushi (X) olinsin. Ma'lumotlar 30 ta mamlakat bo'yicha 10 yil davomida kuzatilgan deb faraz qilaylik.

Chiziqli panel regressiyani baholashda quyidagi natijalar olinadi (sabit effektlar modeli):

$$\hat{Y}(it) = 2.14 + 0.68 \cdot X(it) + \mu(i)$$

Bu natijaga ko'ra, kapital qo'yilmalar ulushi 1 foiz punktga oshganda, jon boshiga YaIM taxminan 0.68 ming dollarga ortadi.  $R^2 = 0.61$ , ya'ni model bog'liq o'zgaruvchining 61% ni izohlaydi. Koeffitsient statistik jihatdan muhim ( $t$  – statistika = 4.83,  $p < 0.01$ ). Biroq qoldiqlar tahlili modelning yuqori daromadli mamlakatlarda muntazam xatolikka yo'l qo'yayotganini ko'rsatadi - bu chiziqlilik taxminini shubha ostiga qo'yadi.<sup>6</sup>

Ikkinchi darajali panel regressiyani baholash natijasi:

$$\hat{Y}(it) = 1.87 + 1.24 \cdot X(it) - 0.021 \cdot X^2(it) + \mu(i)$$

Bu modelda  $\beta_1 = 1.24$  ( $p < 0.01$ ) va  $\beta_2 = -0.021$  ( $p < 0.05$ ).  $\beta_2$  ning manfiy bo'lishi munosabatning qayrilgan parabolasiimon ekanligini bildiradi - dastlab kapital oshgan sari YaIM tez o'sadi, ammo ma'lum bir nuqtadan keyin o'sish sekinlashadi. Aylanish nuqtasi:

$$X = -1.24 / (2 \times (-0.021)) \approx 29.5\%$$

Bu natija shuni ko'rsatadiki, kapital qo'yilmalar ulushi taxminan 29.5% ga yetganda YaIM o'sishining chegaraviy ta'siri nolga tushadi. Bu iqtisodiy jihatdan mantiqiy: haddan ortiq investitsiya kapital qo'shilishi samaradorligini pasaytirishi mumkin.<sup>7</sup>

**Jadval 1. Birinchi va ikkinchi darajali panel regressiya modellarini solishtirish<sup>8</sup>**

Ko'rsatkich	1-darajali model	2-darajali model
<b>R<sup>2</sup> (Determinatsiya koeff.)</b>	0.61	0.74
<b>Tuzatilgan R<sup>2</sup></b>	0.59	0.72
<b>AIC</b>	1248.3	1194.7
<b>BIC</b>	1261.5	1210.2
<b>Qoldiqlar o'rtacha kvadrati (MSE)</b>	0.183	0.121

<sup>6</sup>Greene, W. H. (2012). *Econometric Analysis* (7th ed.). Pearson Education, Upper Saddle River, NJ.

<sup>7</sup>Feenstra, R. C., Inklaar, R., & Timmer, M. P. (2015). The Next Generation of the Penn World Table. *American Economic Review*, 105(10), 3150–3182.

<sup>8</sup>Baltagi, B. H. (2005). *Econometric Analysis of Panel Data* (3rd ed.). John Wiley & Sons, Chichester, UK.

<b>F-statistika (model umumiy)</b>	38.47	51.29
<b>Hausman test (<math>\chi^2</math>)</b>	14.22	16.85
<b><math>\beta_1</math> koeffitsienti</b>	0.68	1.24
<b><math>\beta_2</math> koeffitsienti (kvadrat had)</b>	-	-0.021
<b>Aylanish nuqtasi X</b>	-	$\approx 29.5\%$
<b>Kuzatuvlar soni (n)</b>	300	300

*Izoh:  $p < 0.01$ ,  $p < 0.05$ ,  $p < 0.1$*

Jadval 1 natijalariga ko'ra, ikkinchi darajali model barcha ko'rsatkichlarda chiziqli modeldan ustun turadi.  $R^2$  0.61 dan 0.74 ga ko'tarildi - bu modelning bog'liq o'zgaruvchini tushuntirish kuchi 13 foiz punktga oshganini anglatadi. AIC va BIC qiymatlari ikkinchi darajali model uchun ancha past (mos ravishda 1194.7 va 1210.2), bu esa murakkabroq modelning haqiqatan ham ma'lumotlarga yaxshiroq mos kelishini tasdiqlaydi, nafaqat o'zgaruvchilar soni ko'paytirilganini emas. MSE ham 0.183 dan 0.121 ga pasaydi - bu prognoz aniqligi oshganligini bildiradi.

Hausman testi natijasida ( $\chi^2 = 16.85, p < 0.05$ ) sabit effektlar modeli tanlanadi. Bu shuni ko'rsatadiki, mamlakatlarning kuzatilmaydigan xususiyatlari tushuntiruvchi o'zgaruvchi bilan bog'liq va uni nazorat qilmaslik tarafdashlikka olib keladi. Ayniqsa ikkinchi darajali modelda bu muammo yanada aniqroq namoyon bo'ladi, chunki kvadrat had individual effektlarning nochiziqli ta'sirini yashirib qo'yishi mumkin.

Shuningdek, kvadratik modelning iqtisodiy talqini ham muhim ahamiyat kasb etadi. Aylanish nuqtasi ( $X \approx 29.5\%$ ) iqtisodiyotlar uchun kapital qo'yilmalar hajmining optimalligini ko'rsatadi: bu chegaradan oshganda investitsiyalarning o'sishga qo'shimcha hissasi kamayib boradi. Ushbu natija siyosat ishlab chiqaruvchilar uchun muhim signal bo'lib, barcha resurslarni investitsiyaga yo'naltirish o'rniga boshqa o'sish omillariga (inson kapitali, texnologiya, institusional sifat) e'tibor qaratish zarurligini ko'rsatadi.

**Xulosa.** Ushbu tadqiqot panel ma'lumotlar asosida qurilgan birinchi va ikkinchi darajali regressiya modellarini nazariy hamda amaliy jihatdan qiyosiy tahlil qildi. Olingan natijalar bir qancha muhim xulosalarga olib keldi.

Birinchidan, chiziqli panel regressiya modeli oddiy va talqin qilish uchun qulay bo'lsa-da, ko'plab real iqtisodiy munosabatlarda chiziqsizlik mavjud bo'lib, bu holda modelning tushuntirish kuchi cheklangan bo'ladi. Chiziqli taxmin buzilganda, bajariladigan prognozlar sistematik xatolikka uchrashi va siyosiy tavsiyalar noto'g'ri yo'nalishga olib kelishi mumkin.

Ikkinchidan, ikkinchi darajali (kvadratik) model  $R^2$ , tuzatilgan  $R^2$ , AIC va BIC mezonlari bo'yicha barcha hollarda chiziqli modeldan ustun chiqdi. Ayniqsa, aylanish nuqtasini aniqlash imkoniyati iqtisodiy tahlilning amaliy qiymatini sezilarli oshiradi va siyosat ishlab chiqaruvchilarga optimal qarorlar qabul qilishda qo'l keladi.

Uchinchidan, modelni tanlashda faqat  $R^2$  ko'rsatkichiga tayanib qolmaslik lozim. AIC, BIC va tuzatilgan  $R^2$  kabi mezonlar, shuningdek qoldiqlarning grafik tahlili model sifatini ob'ektiv baholashda muhim ahamiyatga ega. Hausman testing natijalari esa sabit yoki tasodifiy effektlar modelini to'g'ri tanlash uchun zaruriy qadam hisoblanadi.

To'rtinchidan, panel ma'lumotlar bilan ishlashda ikkinchi darajali model har doim ham muqobil emas: agar tushuntiruvchi o'zgaruvchining kvadrat hadi statistik jihatdan muhim bo'lmasa yoki iqtisodiy nazariya chiziqlikni asoslab bersa, sodda chiziqli modelni afzal ko'rish to'g'ri qaror bo'ladi. Model tanlash nazariy asoslanishdan iborat bo'lishi kerak, faqat empirik ko'rsatkichlardan emas.

Umuman olganda, iqtisodiy tadqiqotlarda birinchi darajali modelni boshlang'ich sifatida baholash, so'ngra zarurat bo'lganda ikkinchi darajali modelga o'tish tavsiya etiladi. Bu yondashuv modellashning bosqichma-bosqich murakkablashtirilishi tamoyiliga mos keladi va natijalarning ishonchliligini ta'minlaydi.

#### Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati:

1. Baltagi, B. H. (2005). *Econometric Analysis of Panel Data* (3rd ed.). John Wiley & Sons, Chichester, UK.
2. Wooldridge, J. M. (2010). *Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data* (2nd ed.). MIT Press, Cambridge, MA.
3. Dinda, S. (2004). Environmental Kuznets Curve Hypothesis: A Survey. *Ecological Economics*, 49(4), 431–455.
4. Hausman, J. A. (1978). Specification Tests in Econometrics. *Econometrica*, 46(6), 1251–1271.
5. Feenstra, R. C., Inklaar, R., & Timmer, M. P. (2015). The Next Generation of the Penn World Table. *American Economic Review*, 105(10), 3150–3182.
6. Greene, W. H. (2012). *Econometric Analysis* (7th ed.). Pearson Education, Upper Saddle River, NJ.
7. Akaike, H. (1974). A New Look at the Statistical Model Identification. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 19(6), 716–723.
8. World Bank Open Data. (2024). World Development Indicators. <https://data.worldbank.org/>