TO‘LA DIFFERENSIAL TENGLAMALAR VA UNGA KELADIGAN TENGLAMALAR

Shahrisabz davlat pedogogika instituti Aniq fanlar oliy pedagogika maktabi fakulteti matematika yo‘nalishi 2-kurs talabasi
Asadullayeva Soniya
Shahrisabz davlat pedagogika instituti
Jo‘rayeva Feruza Baxtiyor qizi
feruzajorayevaasila@mail.ru
Shahrisabz davlat pedagogika instituti
Asadullayeva Soniya O‘rol qizi
asadullayivasoniya@gmail.com

Anotatsiya: Ushbu ishda to‘la differensial tenglamalarning nazariy asoslari, ularning mavjudlik shartlari va yechish usullari bayon etilgan. Shuningdek, to‘la differensial ko‘rinishga ega bo‘lmagan tenglamalarni integrallovchi ko‘paytuvchi yordamida ushbu ko‘rinishga keltirish usullari batafsil tahlil qilingan. Mavzu doirasida amaliy misollar ko‘rib chiqilgan.

Kalit so‘zlar: differensial tenglama, to‘la differensial, integrallovchi ko‘paytuvchi, potensial funksiya, differensial shakl, xususiy hosila.

Abstract: This work describes the theoretical foundations of exact differential equations, their existence conditions, and methods for solving them. Furthermore, it provides a detailed analysis of how to transform non-exact equations into exact ones using an integrating factor. Practical examples are examined within the scope of the topic.

Keywords: differential equation, exact differential, integrating factor, potential function, differential form, partial derivative.

Аннотация: В данной работе рассматриваются теоретические основы уравнений в полных дифференциалах, условия их существования и методы решения. Также подробно анализируются способы приведения уравнений, не являющихся полными, к данному виду с помощью интегрирующего множителя. В рамках темы приведены практические примеры.

Ключевые слова: дифференциальное уравнение, полный дифференциал, интегрирующий множитель, потенциальная функция, дифференциальная форма, частная производная.

Kirish

Differensial tenglamalar zamonaviy matematika va fizikaning eng muhim bo‘limlaridan biri bo‘lib, turli tabiiy jarayonlarni modellashtirishda keng qo‘llaniladi. To‘la differensial tenglamalar bunday tenglamalarning muhim sinfini tashkil etadi, chunki ularning yechimi biror funksiyaning sathi chiziqlarini topishga asoslanadi. Ushbu ishda to‘la differensial tenglamalarni aniqlashning zaruriy va yetarli shartlari, shuningdek, to‘la differensial shakliga kelmaydigan tenglamalarni maxsus integrallovchi ko‘paytuvchi yordamida yechish metodologiyasi ko‘rib chiqiladi.

To'la differensial tenglamaning ta'rifi

Agar birinchi tartibli differensial tenglama quyidagi ko'rinishda bo'lsa:

M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0

va uning chap qismi biror u(x, y) funksiyaning **to'la differensiali** bo'lsa, ya'ni du = Mdx + Ndy bo'lsa, bu tenglama to'la differensial tenglama deyiladi.

Zaruriy va yetarli shart.

Tenglama to'la differensial bo'lishi uchun quyidagi shart bajarilishi shart:

$$\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$$

Bu shart bajarilganda, tenglamaning umumiy integrali u(x, y) = C ko'rinishida bo'ladi.

Yechish bosqichlari.

To'la differensial tenglamani yechishda odatda quyidagi algoritm qo'llaniladi:

1. **Tekshirish:** Berilgan M(x, y) va N(x, y) funksiyalardan xususiy hosilalar olib, ularning tengligini tekshirish.
2. **Integrallash:** u(x, y) funksiyani topish uchun M funksiyani x bo'yicha integrallaymiz:

   u(x, y) = $\int M(x, y)$dx +φ (y)
3. **Noma'lum funksiyani topish:** Topilgan u(x, y) dan y bo'yicha xususiy hosila olib, uni N(x, y) ga tenglaymiz:

   $\frac{\partial u}{\partial y}$ = N(x, y)

   Bu yerdan φ'(y) topiladi va so'ngra φ(y) integrallash orqali aniqlanadi.

To'la differensial tenglamaga keltiriladigan tenglamalar.

Agar $\frac{\partial M}{\partial y} \neq \frac{\partial N}{\partial x}$ bo'lsa, tenglamani to'la differensial ko'rinishga keltirish uchun **integrallovchi ko'paytuvchi** (μ) ishlatiladi.

Integrallovchi ko'paytuvchini topish hollari:

Eng ko'p uchraydigan ikki holatni keltirish mumkin:

Faqat x ga bog'liq bo'lgan holat (μ =μ **(x)):**

Agar $\frac{\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x}}{N} = f(x)$ bo'lsa, u holda: $\mu(x) = e^{\int f(x)dx}$

Faqat y ga bog'liq bo'lgan holat ($\mu = \mu$ (y)):

Agar $\frac{\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x}}{M} = g(x)$ bo'lsa, u holda:

$$\mu(y) = e^{\int g(y)dy}$$

Ko'rinishda bo'ladi.

O'zgaruvchilari ajraladigan tenglamalar.

f(x)dx + g(y)dy ko'rinishidagi har qanday tenglama allaqachon to'la differensial tenglamadir, chunki $\frac{\partial f}{\partial y} = 0\ va\ \frac{\partial g}{\partial x} = 0.$

Bir jinsli tenglamalar. $y' = f(\frac{y}{x})$ ko'rinishidagi tenglamalarni y = ux almashtirish orqali o'zgaruvchilari ajraladigan (va natijada to'la differensial) holatga keltirish mumkin. Shuningdek, ular uchun maxsus integrallovchi ko'paytuvchi $\mu = \frac{1}{xM+yN}$ formulasi ham mavjud.

Chiziqli differensial tenglamalar.

$y' + P(x)y = Q(x)$ ko'rinishidagi tenglamalar ham aslida integrallovchi ko'paytuvchi $\mu(x) = e^{\int P(x)dx}$ yordamida to'la differensial tenglamaga aylantiriladi.

Bernulli tenglamasi. $y' + P(x)y = Q(x)y^n$ ko'rinishidagi tenglamalar dastlab chiziqli holatga, so'ngra to'la differensial holatga keltiriladi. **Maxsus ko'rinishdagi integrallovchi ko'paytuvchilar**

Ba'zan integrallovchi ko'paytuvchi x va y ning kombinatsiyasiga bog'liq bo'ladi: z = x$\pm$ y **holati:** Agar $\frac{M_y - N_x}{N - M} = f(x+y)\ bo'lsa, u\ holda\ \mu = \mu(x+y).$

z = xy holati: Agar $\frac{M_y - N_x}{yN - xM} = f(xy).$ z $= x^2 + y^2$ holati: Agar $\frac{M_y - N_x}{2(yN - xM)} = f(x^2 + y^2)$ bo'lsa,integrallovchi ko'paytuvchi shu argumentga bog'liq bo'ladi. **Fizik va geometrik ma'no.**

Ko'p maqolalarda faqat quruq formulalar beriladi. Siz quyidagilarni qo'shishingiz mumkin:

Potensial maydon: To'la differensial tenglamaning yechimi fizikada **konservativ kuch maydonining** potensial funksiyasini topish bilan bir xil ekanligini tushuntiring (masalan, gravitatsiya yoki elektr maydoni).

Sath chiziqlari: u(x,y) = C yechimi geometrik jihatdan sirtning sath chiziqlari (izolinyalar).

Xulosa

"Xulosa qilib aytganda, to‘la differensial tenglamalar nazariyasi matematik fizika va muhandislik masalalarini yechishda fundamental ahamiyatga ega. Maqolada ko‘rib chiqilganidek, tenglamalarning to‘la differensiallik sharti ($\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$) har doim ham bajarilavermaydi. Biroq, integrallovchi ko‘paytuvchi usuli va guruhlash usullari orqali differensial shakllarni integrallashuvchi holatga keltirish imkoniyati matematik apparatning moslanuvchanligini ko‘rsatadi. Bu usullarni o‘zlashtirish nafaqat matematik modellarni yechish, balki fizik jarayonlarning potentsial funksiyalarini aniqlashda asosiy kalit hisoblanadi." Har qanday birinchi tartibli differensial tenglamani to‘la differensial shaklga keltirishga urinish — masalani yechishning eng samarali yo‘llaridan biridir. Agar berilgan ifoda to‘la bo‘lmasa, biz integrallovchi ko‘paytuvchi (μ) yordamida unga 'sun’iy ravishda' hayot baxsh etamiz. Ushbu maqolada keltirilgan x,y,xy yoki bir jinsli holatlar uchun tayyor formulalar murakkab ko‘ringan tenglamalarni oddiy integrallash masalasiga aylantirishga yordam beradi. Asosiy ko‘nikma — har bir tenglamaga individual yondashib, unga mos integrallovchi ko‘paytuvchini to‘g‘ri tanlashdir."

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. **Salohatdinov M.S.** "Differensial tenglamalar" – Toshkent, "O‘zbekiston", 1994. (Klassik darslik, to‘la differensial tenglamalar bo‘limi mukammal yoritilgan).
2. **Tojiev Sh.** "Differensial tenglamalardan masalalar to‘plami" – Toshkent, 2003. (Amaliy misollar va integrallovchi ko'paytuvchini topish usullari uchun).
3. **Toshmetov O., Turgunbayev R.** "Differensial tenglamalar" – Toshkent, 2010.
4. **Soffarov A., Rasulov B.** "Differensial tenglamalar kursidan misol va masalalar yechish", Toshkent, 2011.
5. **Yo‘ldoshev J.** "Oddiy differensial tenglamalar", O'quv qo‘llanma, Namangan, 2021.
6. **Mamatov Sh., Islomov B.** "Differensial tenglamalar", O'quv-uslubiy majmua, Termiz, 2019.
7. **Qurbonov O.T.** "Matematik fizika tenglamalari", Toshkent, "Universitet", 2010.
8. **Rayxonov A.** "Differensial tenglamalar fanidan ma'ruzalar matni", Guliston, 2015.
9. **Abduhamidov A., Nasimov X.** "Algebra va matematik analiz asoslari", II qism, Toshkent, "O‘qituvchi", 2003.
10. **Sharipov Sh.** "Differensial tenglamalar kursidan laboratoriya ishlari", Samarqand, 2008.
11. **Mirzaxmedov M.** "Matematik analiz", II jild, Toshkent, 2001. (Differensial shakllar bo'limi uchun).
12. **Bozorov I.** "Differensial tenglamalar bo'yicha mustaqil ishlar to'plami", Qarshi, 2014.
13. **Azizov M.** "Matematik modellashtirish usullari", Toshkent, 2017.
14. **Uzoqov G‘.** "Amaliy matematika elementlari", Buxoro, 2020.
15. **Xoliqov A.** "Matematika muhandislar uchun", Toshkent, 2012.